الأضواء

الرياضيات

الصف الأول الإعدادي
الفصل الدراسي الثاني
1

2025

رمــوز وأساسيـــات رياضيـــة

الرمز	المعنى
$\varnothing$ أو $\{\ \}$	المجموعة الخالية التى لا تشتمل على أى عنصر وتسمى فاى
$\sqrt{\ }$	الجذر التربيعى الموجب
$-\sqrt{\ }$	الجذر التربيعى السالب
$\pm\sqrt{\ }$	الجذرين التربيعين الموجب والسالب
$\sqrt[3]{\ }$	الجذر التكعيبى
$A > B$	A أكبـر من B
$A \geqslant B$	A أكبـر من أو يساوى B أو A لا يقـل عن B
$A < B$	A أصغـر من B
$A \leqslant B$	A أصغـر من أو يساوى B أو A لا يزيـد عن B
$A \neq B$	A لا يساوى B
S	فضاء العينة للتجربة العشوائية
$n(A)$	عدد عناصر الحدث A
$n(S)$	عدد عناصر فضاء العينة

الرمز	المعنى
$P(A)$	احتمال وقوع الحدث A
$P(\varnothing)$	احتمال الحدث المستحيل ويساوى صفرًا
P(A ليس)	احتمال عدم وقوع الحدث A
$P(S)$	احتمال الحدث المؤكد ويساوى الوحد الصحيح
N	مجموعة الأعداد الطبيعية: $\{0, 1, 2, 3 \ldots\ldots\}$
Z	مجموعة الأعداد الصحيحة: $\{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots\}$
Z_+	مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة: $\{1, 2, 3, 4 \ldots\ldots\}$
Z_-	مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة: $\{-1, -2, -3, -4 \ldots\ldots\}$
Q	مجموعة الأعداد النسبية: $\{\frac{a}{b} : a \in Z ,\ b \in Z ,\ b \neq 0\}$
$\lvert a \rvert$	القيمة المطلقة للعدد a
$\triangle$	مثلث
الإزاحة الأفقية	تعنى التحرك مسافة فى الاتجاه الأفقى
الإزاحة الرأسية	تعنى التحرك مسافة فى الاتجاه الرأسى

لماذا: P(A ليس) + P(A) = 1 ؟

لأن:

$\because$ n(A ليس) = n(S) − n(A)

$\therefore$ P(A ليس) = $\dfrac{n(S) - n(A)}{n(S)}$

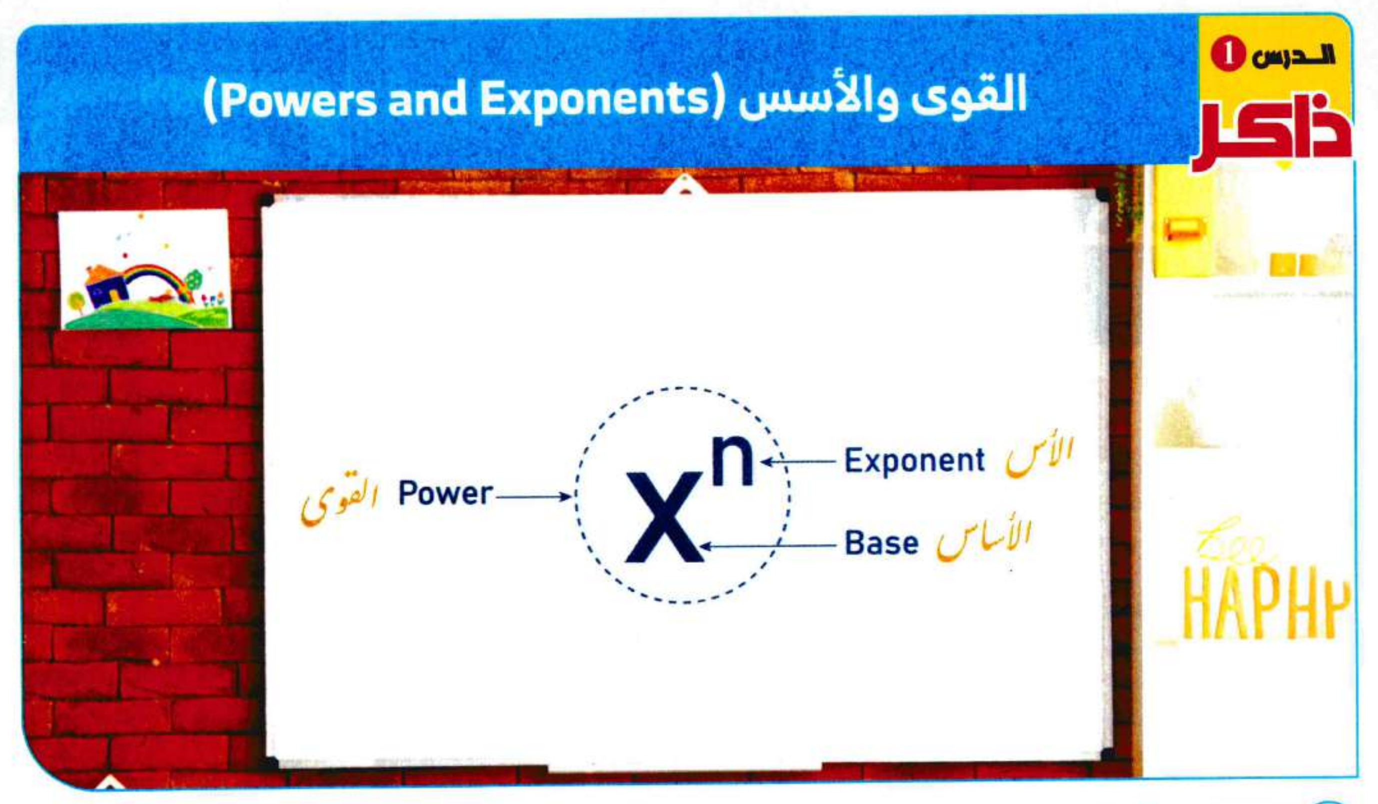
P(A ليس) = $\dfrac{n(S)}{n(S)} - \dfrac{n(A)}{n(S)}$ ⟶ P(A ليس) = 1 − P(A)

$\therefore$ P(A ليس) + P(A) = 1

الدرس 1

ذاكر

القوى والأسس (Powers and Exponents)



نواتج التعلم

- أن يعرف الطالب مفهوم الضرب المتكرر والصورة الأسية.
- أن يميز الطالب بين مفهوم القوة والأس.
- أن يوظف الطالب قوانين الأسس فى حل التمارين.
- أن يستخدم الطالب قوانين الأسس فى تبسيط تعبيرات رياضية.
- أن يستخدم الطالب الأسس الموجبة والسالبة والصفرية فى حل التمارين.

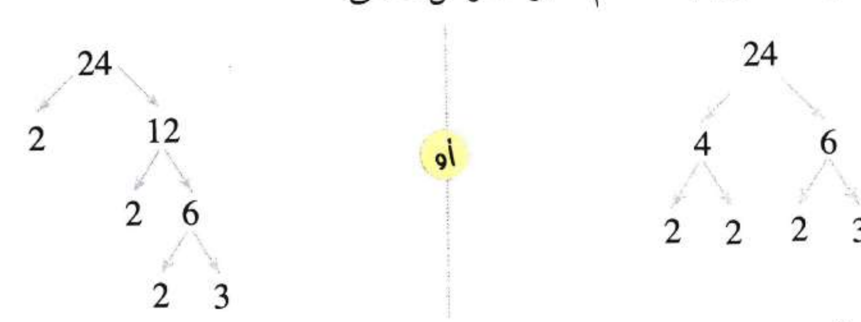
مفردات أساسية

- الضرب المتكرر (Repeated Multiplication)
- الأسس (Exponents)
- القوة (Power)
- الأساس (Base)

فكر وناقش:



سبق تحليل العدد 24 لعوامله الأولية باستخدام شجرة العوامل كالآتى:



وبالتالى فإن العوامل الأولية للعدد 24 هى: 3 ، 2 ، 2 ، 2

ونكتب: $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$ ← 2 مكرر ثلاث مرات.

فإن: $2^3 \times 3 = 24$ ← وتقرأ: ثلاثة مضروبة فى اثنين أس ثلاثة.

وأن الأس: **هو العدد الذى يحدد كم مرة يضرب فيها العدد فى نفسه.**

القوة: **هى النتيجة التى نحصل عليها بعد وضع الأس على الأساس.**

فمثلًا: $3^4 = 81$

هنا الأس 4 ، القوة هى 3^4 وناتج الضرب هو 81

تعلم 1 الضرب المتكرر والصورة الأسية:

- يمكن التعبير عن ضرب العوامل المتكررة بالقوى أو الصورة الأسية؛ أى باستخدام أس وأساس.

3 عامل مكرر 5 مرات

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$ ← الأس يوضح عدد مرات استخدام الأساس كعامل

الأساس هو العامل المتكرر بالضرب

3^5 هى الصورة الأسية للعدد 243 وتقرأ 3 مرفوعة إلى الأس 5

أو « 3 أس 5» وتعنى أن «3 مضروبة فى نفسها 5 مرات»

لاحظ أن

إذا كان n عددًا صحيحًا موجبًا، فإنه لأى عدد a يكون:

a عامل مكرر n من المرات

$a \times a \times a \times a \times \cdots a = a^n$

مثال 1 اكتب كلًا مما يأتى باستخدام الأسس:

1. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$
2. $(-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x)$
3. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$
4. $5 \times 5 \times b \times b \times b \times 5 \times 5$

الحل

1. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$
2. $(-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x) = (-x)^4$
3. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$
4. $5 \times 5 \times b \times b \times b \times 5 \times 5$
$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times b \times b \times b = 5^4 \times b^3$

مثال 2 اكتب كلًا مما يأتى فى الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عددًا أوليًا:

1. 120
2. 225
3. 576

الحل

1. 120 → 12 , 10 ؛ 12 → 4 , 3 ؛ 10 → 2 , 5 ؛ 4 → 2 , 2

$120 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5$
$= 2^3 \times 3 \times 5$

2. 225 → 15 , 15 ؛ 15 → 3 , 5 ؛ 15 → 3 , 5

$225 = 3 \times 5 \times 3 \times 5$
$= 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2$

3. 576 → 24 , 24 ؛ 24 → 4 , 6 ؛ 24 → 4 , 6 ؛ 4 → 2 , 2 ؛ 6 → 2 , 3 ؛ 4 → 2 , 2 ؛ 6 → 2 , 3

$576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
$= 2^6 \times 3^2$

مثال 3 إذا كانت $x = 2$ ، $y = -3$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى:

1. $(5x)^2$
2. $x^2 + y^2$
3. $(x + y)^3$
4. $(xy)^3$

الحل

1. $(5x)^2 = (5 \times 2)^2 = (10)^2 = 100$
2. $x^2 + y^2 = (2)^2 + (-3)^2 = 4 + (-3) \times (-3)$
$= 4 + 9 = 13$
3. $(x + y)^3 = [2 + (-3)]^3 = (-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$
4. $(x\,y)^3 = [2 \times (-3)]^3 = (-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = -216$

لاحظ أن

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة للتأكد من صحة إجابتك.

تعلم 2 الأس الزوجى والأس الفردى للأساس السالب:

- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا بينما الأس عدد زوجيًا يكون الناتج عددًا موجبًا.
- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا بينما الأس عددًا فرديًا يكون الناتج عددًا سالبًا.

فمثلًا:

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

الناتج عدد موجب حيث $16 > 0$

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

الناتج عدد سالب حيث $-8 < 0$

س؟ سؤال 1

1. اكتب كلًّا مما يأتى بالصورة الأسية:

(ا) $(-5) \times (-5) \times (-5)$ (ب) $3 \times x \times x \times 3 \times x$

2. باستخدام شجرة العوامل اكتب كلًّا مما يأتى فى الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عددًا أوليًّا:

(ا) 54 (ب) 400

3. إذا كانت $x = -2$ ، $y = 3$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى:

(ا) x^y (ب) $(x + y)^3$ (جـ) $(-x)^5$

4. إذا كان a ، b عددين صحيحين موجبين، وكان $a^b = 9$ فأوجد أصغر قيمة ممكنة للمقدار $a + b$

تعلم 3 ضرب وقسمة القوى التى لها نفس الأساس

أولًا قانون ضرب القوى ذات الأساسات المتساوية

لضرب القوى التى لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونجمع الأسس.

فمثلًا:

$$5^3 \times 5^4 = (\underbrace{5 \times 5 \times 5}_{\text{3 عوامل}}) \times (\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{4 عوامل}}) = 5^7$$

7 عوامل



نقاط هامة

- لأى عدد نسبى a ، وعددين صحيحين m , n يكون: $a^m \times a^n = a^{m+n}$

فمثلًا: $x^3 \times x^5 = x^{3+5} = x^8$ $3^3 \times 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$

- يمكن تعميم قانون الضرب على أكثر من قوتين لهم نفس الأساس.

فمثلًا: $7^5 \times 7^2 \times 7 = 7^{5+2+1} = 7^8$

ثانيًا قانون قسمة القوى ذات الأساسات المتساوية

لقسمة القوى التى لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونطرح الأسس.

فمثلًا:

$$\frac{5^8}{5^5} = \frac{\overbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}^{\text{8 عوامل}}}{\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{5 عوامل}}} = (\overbrace{5 \times 5 \times 5}^{\text{3 عوامل}}) = 5^3$$





- لأى عدد نسبى a لا يساوى الصفر ، وعددين صحيحين m ، n يكون: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

فمثلاً:

1. $\frac{5^4}{5^3} = 5^{4-3} = 5^1 = 5$
2. $\frac{a^7}{a^2} = a^{7-2} = a^5$ (حيث $a \neq 0$)
3. $\left(\frac{1}{7}\right)^9 \div \left(\frac{1}{7}\right)^6 = \left(\frac{1}{7}\right)^{9-6} = \left(\frac{1}{7}\right)^3$

مثال 4 أوجد الأسس المفقودة فى كل مما يأتى:

1. $x^{\square} \times x^3 = 1$ (حيث $x \neq 0$)
2. $\frac{a^{\square}}{a^5} = a^2$ ، (حيث $a \neq 0$)
3. $\frac{b^{\square}}{b^{-3}} = b^2$ ، (حيث $b \neq 0$)

الحل

1. الأس المفقود هو (-3) (لأن: $x^{(-3)} \times x^3 = x^0 = 1$)
2. الأس المفقود هو (7) (لأن: $\frac{a^7}{a^5} = a^{7-5} = a^2$)
3. الأس المفقود هو (-1) (لأن: $\frac{b^{-1}}{b^{-3}} = b^{-1+3} = b^2$)

مثال 5 أوجد فى أبسط صورة ناتج كل مما يأتى:

1. $\frac{(-3)^7 \times (-3)^6}{(-3)^3 \times (-3)^5}$
2. $\frac{(-7)^7 \times (3)^6}{(-7)^5 \times (3)^4}$
3. $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^8 \div \left(\frac{3}{5}\right)^6\right] \times \frac{3}{5}$

الحل

1. $\frac{(-3)^7 \times (-3)^6}{(-3)^3 \times (-3)^5} = \frac{(-3)^{7+6}}{(-3)^{3+5}} = \frac{(-3)^{13}}{(-3)^8} = (-3)^{13-8} = (-3)^5 = -243$

حل آخر

$\frac{(-3)^7 \times (-3)^6}{(-3)^3 \times (-3)^5} = (-3)^{7+6-3-5}$

$= (-3)^5 = -243$

2. $\frac{(-7)^7 \times (3)^6}{(-7)^5 \times (3)^4} = (-7)^{7-5} \times (3)^{6-4} = (-7)^2 \times 3^2 = 49 \times 9 = 441$

3. $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^8 \div \left(\frac{3}{5}\right)^6\right] \times \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{8-6} \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}\right)^{2+1} = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$

مثال 6 فى مجال تكنولوجيا الكمبيوتر، تعتبر وحدة البايت إحدى الوحدات التى تستخدم لقياس حجم الملفات، فإذا علمت أن الكيلو بايت يساوى 2^{10} بايت، والجيجا بايت تساوى 2^{30} بايت، فكم كيلو بايت يحتوى عليها 1 جيجا بايت؟

الحل

الجيجا بايت $= \frac{2^{30}}{2^{10}}$ كيلو بايت $= 2^{30-10}$ كيلو بايت $= 2^{20}$ كيلو بايت

تعلم 4 الأس الصفرى والأسس الصحيحة السالبة:

5^3	5^2	5^1	5^0	5^{-1}	5^{-2}	5^{-3}
125	25	5	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{125}$

÷ 5 ÷ 5 ÷ 5 ÷ 5 ÷ 5 ÷ 5

بملاحظة النمط فى الجدول السابق نجد أن: $5^0 = 1$ ، $5^{-1} = \frac{1}{5}$ ، $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ ، $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

نقاط هامة

- أى عدد لا يساوى الصفر مرفوع للأس صفر يساوى 1

أى أن : لأى عدد a حيث $a \neq 0$ يكون: $a^0 = 1$

فمثلًا: $\left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1 \quad , \quad 7^0 = 1 \quad , \quad 5^0 = 1 \quad , \quad (-3)^0 = 1$

- أى عدد لا يساوى الصفر مرفوع للأس $(-n)$ يساوى المعكوس الضربى للعدد نفسه مرفوع للأس n حيث n عدد صحيح.

أى أن : لأى عدد a حيث $a \neq 0$ يكون: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

فمثلًا: $\left(\frac{5}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{5} \quad , \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^5 \quad , \quad 6^{-2} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{6^2}$

- القسمة على صفر ليس لها معنى، وعلى هذا فإنه عند وجود رموز فى المقام يُشترط ألا تساوى صفرًا.

مثال 7 اختصر لأبسط صورة كلًّا مما يأتى:

1 $\frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^3 \times 3^{-4}}$

2 $\frac{b^{-9} \times b^{-2}}{b^{-6} \times b^{-4}}$ حيث $(b \neq 0)$

الحل

1 $\frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^3 \times 3^{-4}} = \frac{3^{5-2}}{3^{3-4}} = \frac{3^3}{3^{-1}} = 3^{3+1} = 3^4 = 81$

2 $\frac{b^{-9} \times b^{-2}}{b^{-6} \times b^{-4}} = \frac{b^{-9-2}}{b^{-6-4}} = \frac{b^{-11}}{b^{-10}} = b^{-11+10} = b^{-1} = \frac{1}{b}$

حل آخر

$\frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^3 \times 3^{-4}} = 3^{5-2-3+4} = 3^4 = 81$

$\frac{b^{-9} \times b^{-2}}{b^{-6} \times b^{-4}} = b^{-9-2+6+4} = b^{-1} = \frac{1}{b}$

مثال 8 ضع فى أبسط صورة كلًّا مما يأتى:

1 $\frac{-3 \times 5^{-7} \times 2^4}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-8}}$

2 $\frac{a^{-2} \times a^3 \times a^{-5}}{a^4 \times a^{-6}}$ حيث $(a \neq 0)$

الحل

1 $\frac{-3 \times 5^{-7} \times 2^4}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-8}} = -3^{1+1} \times 5^{-7+8} \times 2^{4-3}$

$= -3^2 \times 5 \times 2 = -9 \times 10 = -90$

2 $\frac{a^{-2} \times a^3 \times a^{-5}}{a^4 \times a^{-6}} = a^{-2+3-5-4+6}$

$= a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

س؟ سؤال 2

1 اكتب كلًّا مما يأتى مستخدمًا أسسًا موجبة، ثم أوجد الناتج فى أبسط صورة:

(أ) 7^{-2} (ب) $\frac{1}{(10)^{-3}}$

2 ضع فى أبسط صورة كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) $\frac{x^4 \times x^7}{x^5 \times x^2}$ (حيث $x \neq 0$) (ب) $\frac{a^{-1} \times a^5 \times a^{-7}}{a^6 \times a^{-3}}$ (حيث $a \neq 0$)

3 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى مما يأتى يساوى خمس العدد 5^x ؟

(أ) $\frac{1}{5}$ (ب) $\left(\frac{1}{5}\right)^x$ (جـ) 5^{x-1} (د) 5^{x+1}

2 $3x^0 - (3x)^0 = \dots\dots$ (حيث $x \neq 0$)

(أ) 3 (ب) 2 (جـ) 6 (د) Zero



الـدرس 1

▲ تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل

مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أي مما يأتي يساوى: $5 \times 5 \times 5 \times 5$ ؟

(أ) 5×4 (ب) 4^5 (جـ) 5^4 (د) $5 + 4$

2 أي مما يأتي يساوى $(-4)^3$؟

(أ) -12 (ب) 12 (جـ) 64 (د) -64

3 الصورة الأسية للعدد 1000 هى ....

(أ) 3^{10} (ب) 10^3 (جـ) 50^2 (د) 10^2

4 .... = $6\frac{1}{4}$

(أ) $\left(\frac{5}{2}\right)^2$ (ب) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ (جـ) $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ (د) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

5 أي مما يأتي يساوى -3^4؟ ....

(أ) -12 (ب) -7 (جـ) 81 (د) -81

6 إذا كان: $a^{12} + a^{13} = 0$ ، فإن: .... أو .... $= a$

(أ) 2 أو -2 (ب) 1 أو -1 (جـ) -2 أو 1 (د) -1 أو 0

7 إذا كان: $a = \frac{-3}{4}$ ، $b = 2$ ، فإن: .... $= a^b$

(أ) $\frac{-9}{16}$ (ب) $\frac{-16}{9}$ (جـ) $\frac{9}{16}$ (د) $\frac{16}{9}$

8 .... $= 2^2 + 2^2$

(أ) 2^4 (ب) 4^2 (جـ) 4^4 (د) 2^3

9 المعكوس الضربى للعدد 2^3 هو ....

(أ) $\frac{3}{2}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (جـ) 8 (د) $\frac{1}{8}$

10 .... $= 2^5 \times 2^3$

(أ) 2^2 (ب) 4^8 (جـ) 2^{15} (د) 2^8

11 $2^3 + 2^3 = 2$

(أ) 20 (ب) 4 (جـ) Zero (د) 16

12 رُبع العدد 2^{16} يساوى ....

(أ) 2^4 (ب) 2^{12} (جـ) 2^{15} (د) 2^{14}

13 .... $= \left(\frac{2}{7}\right)^4 \div \left(\frac{2}{7}\right)^2$

(أ) $\frac{2}{7}$ (ب) $\frac{7}{2}$ (جـ) $\frac{4}{49}$ (د) $\frac{49}{4}$

14 إذا كان: $2^4 \times a = 2^{20}$ فما قيمة a ؟

(أ) 2^{24} (ب) 2^{16} (جـ) 2^5 (د) 2

15 المعكوس الجمعى للعدد $\left(\frac{3}{5}\right)^0$ هو ....

(أ) $\frac{-3}{5}$ (ب) $\frac{3}{5}$ (جـ) 1 (د) -1

16 إذا كان: $a^{-1} = \frac{3}{5}$ فإن: $a =$ ....

(أ) $\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{5}{3}$ (جـ) $\frac{-3}{5}$ (د) $\frac{-5}{3}$

17 أى مما يأتى يساوى 2^{-4} ؟

(أ) -16 (ب) 16 (جـ) $\frac{1}{8}$ (د) $\frac{1}{16}$

18 إذا كان: $2^{-5} \times a = 1$ فما قيمة a ؟

(أ) 5^2 (ب) 2^5 (جـ) 2^{-5} (د) 5^{-2}

19 أى مما يأتى هو المعكوس الجمعى للعدد 4^{-3} ؟

(أ) $(-4)^3$ (ب) $(-4)^{-3}$ (جـ) 4^3 (د) 4^{-3}

20 ما ناتج: $5a^0 - (5a)^0$ ؟

(أ) 0 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 10

21 إذا كان: $\left(\frac{8}{5}\right)^k = \frac{25}{64}$ فإن: $K =$ ....

(أ) 3 (ب) 2 (جـ) -2 (د) -3

22 أى مما يأتى يساوى ثُلث العدد 3^x ؟

(أ) 1^x (ب) $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ (جـ) 3^{x+1} (د) 3^{x-1}

23 أكبر قيمة للعدد $\left(\frac{-3}{5}\right)^x$ تكون عندما $x =$ ....

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 0

2 أكمل كلًّا مما يأتى:

1 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{\dots}$

2 $(-7) \times (-7) \times (-7) = (-7)^{\dots}$

3 $3^0 \times 125 = 5^{\dots}$

4 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (\dots)^{\dots}$

5 7^3 تُقرأ « .... مرفوعة إلى الأُس .... » .

6 $2^{\dots}$ هى الصورة الأسية للعدد 32

7 $\frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\dots}$

8 من الصور الأسية للعدد 64 .... أو .... أو ....

9 المعكوس الجمعى للعدد $\left(\frac{-2}{3}\right)^4$ يساوى ....

10 المعكوس الضربى للعدد $\left(\frac{-1}{5}\right)^3$ يساوى ....

11 $49\% = \left(\frac{7}{10}\right)^{\dots}$

12 $\left(2\frac{1}{4} - 2\right)^2 = 2^{\dots}$

13 إذا كان : $a = -2$ ، $b = -4$ ، فإن: .... $= a^2 + b$

14 ضعف العدد 2^5 فى الصورة الأسية هو ....

15 ثُلث العدد 3^5 فى الصورة الأسية هو ....

16 إذا كان : $3^k = 3^2 + 3^2 + 3^2$ ، فإن: .... $= k - 2$

17 $\left(\frac{1}{2}\right)^0 =$ ....

18 $9\,(C)^0 =$ .... ، حيث $C \neq 0$

19 $-\left(\frac{-2}{5}\right)^0 =$ ....

20 إذا كان : $a = b$ ، فإن: .... $= \left(\frac{2}{5}\right)^{a-b}$

21 $7^{-3} = \frac{1}{7^{\cdots}}$

22 $\left(\frac{2}{5}\right)^{\cdots} = \frac{5}{2}$

23 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2^{\cdots}$

24 $x^6 \div x^{-2} = x^{\cdots}$ حيث $(x \neq 0)$

25 $\frac{4}{4^{-2}} = 4^{\cdots}$

26 المعكوس الضربى للعدد $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ هو ....

27 المعكوس الجمعى للعدد 2^{-3} هو ....

28 إذا كان: $a = 3^y$, $b = 3^{-y}$ فإن: .... $= a \times b$

3 اكتب كلًّا مما يأتى باستخدام الأسس:

1 $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

2 $(-7) \times (-7) \times (-7)$

3 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

4 $\left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{3}\right)$

5 $5 \times b \times b \times 5 \times b$

6 $3 \times 3 \times 6 \times 3 \times 3 \times 6 \times 3$

4 اكتب كلًّا مما يأتى فى الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عددًا أوليًّا:

1 81 2 125 3 64 4 216 5 72 6 1600

5 ضع علامة ($<$ أو $>$ أو $=$):

1 $(-3)^2$ 0

2 $(-2)^3$ 0

3 3^2 .... 2^3

4 2^4 .... 4^2

5 $(-5)^3$ .... $(-1)^2$

6 5^{-2} .... $(-5)^2$

7 $(-1)^{10}$ .... $(-1)^{11}$

8 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$ .... $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

9 $5^2 \times 5^{-3}$ .... $5^3 \times 5^{-2}$

10 $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$ .... $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

11 $(3)^0$ .... $(-1)^6$

6 إذا كانت: $x = -3$ ، $y = 4$ ، فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى:

1 x^y 2 $-y^2$ 3 $(-x)^3$ 4 $x^2 + y^2$ 5 $(x + y)^2$

7 أوجد الأسس المفقودة فى كل مما يأتى:

1 $a^{\cdots} \times a^7 = a^9$

2 $\frac{b^{\cdots}}{b^4} = b^3$ (حيث $b \neq 0$)

3 $q^{-3} \times q^{\cdots} = 1$ (حيث $q \neq 0$)

4 $\frac{d^{-3}}{d^{\cdots}} = d$ (حيث $d \neq 0$)

8 اختصر كلًّا مما يأتى مع جعل الناتج بأس صحيح موجب علمًا بأن كل رمز من الرموز المستخدمة لا يساوى صفرًا:

1 $5x^{-2}$ 2 $a^{-3}b^{-5}$ 3 $a^{-2}b^5$

4 $\frac{a^{-2}}{a^{-4}}$ 5 $a^5 \times b^3 \times a^{-2} \times b^{-5}$

9 أوجد فى أبسط صورة (علمًا بأن المقام ≠ صفر) :

1 $\left(\frac{-2}{5}\right)^4$ 2 $-\left(\frac{5}{7}\right)^2$ 3 $-\left(\frac{2}{3}\right)^0$

4 $\left(\frac{-1}{7}\right)^3$ 5 7×7^2 6 $\left(\frac{3}{5}\right)^7 \div \left(\frac{-3}{5}\right)^5$

7 $(9^7 \times 9^2) \div 9^6$ 8 $\frac{7^8 \times 7^3 \times 7}{7^{10}}$ 9 $\frac{a^4 \times a^2}{a^3}$

10 $\frac{8^2 \times 8^4}{8^3 \times 8}$ 11 $\frac{a^3 b^4 c^5}{a^2 b c^2}$ 12 $\frac{2^5 \times 7^7 \times 10^7}{2^3 \times 10^5 \times 7^3}$

13 $\frac{(-4)^2 \times (-4)^8}{(-4) \times (-4)^6}$ 14 $\frac{(-2)^5 \times 3^7}{(-2)^3 \times 3^4}$ 15 $\frac{x \times x^{-2}}{x^{-3}}$

16 $\frac{a^{-1} \times a^2 \times a^{-3}}{a^4 \times a^{-7}}$ 17 $\frac{3^0 \times 3^{-1} \times 3^2}{3^{-2}}$ 18 $\frac{7^{-5} \times 7^2}{7^{-3}}$

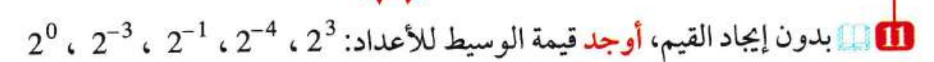
19 $\frac{5^{-4} \times 5^2}{5^3 \times 5^{-5}}$ 20 $\left(\frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^2}\right)^{-1}$ 21 $\frac{-3 \times 5^{-3} \times 2^5}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-4}}$

10 أوجد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية عند القيم المعطاة:

1 $a^2 \times b^{-2}$ ، عند $a = 5$ ، $b = -3$ 2 $(x - y)^{-2}$ ، عند $y = 3$ ، $x = 5$

3 $(x + y)^{-1}$ ، عند $y = \frac{1}{4}$ ، $x = \frac{1}{2}$ 4 $a(b - c^d)$ ، عند $a = 2$ ، $b = 6$ ، $c = 2$ ، $d = 3$

5 إذا كان: $y = \frac{3}{4}$ ، $x = \frac{1}{2}$ ، **فأوجد قيمة:** $\left(\frac{x^2}{y}\right)^{-2}$.

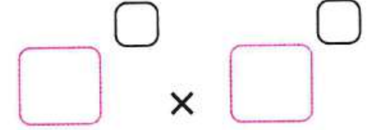


11 بدون إيجاد القيم، **أوجد** قيمة الوسيط للأعداد: 2^3 ، 2^{-4} ، 2^{-1} ، 2^{-3} ، 2^0

12 إذا علمت أن كتلة الشمس حوالى 10^{27} طن، **فكم تكون كتلة الشمس بالكيلو جرام؟**

(اكتب الناتج بالصورة الأسية بالأساس 10)

13 **اكتب الأعداد** 2 ، 0 ، 2 ، 3 ، فى المربعات المرسومة لتحصل على أقصى قيمة ممكنة للتعبير العددى:



14 إذا كان $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0.125$ **فأوجد قيمة:** x

15 **يتساوى العددان** $\left(\frac{-1}{2}\right)^{x^2}$ و $\left(\frac{-1}{2}\right)^{x^3}$ **عندما:** .... $x =$ .... أو .... $x =$ **(حيث x عدد طبيعى)**

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان: $3^x = 3^5 \times 3^4$ فإن: $x =$ ....

(ا) 20 (ب) 1 (جـ) 9 (د) 3

2 .... $= \left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}$

(ا) $\frac{-8}{27}$ (ب) $\frac{8}{27}$ (جـ) $\frac{27}{8}$ (د) $\frac{-27}{8}$

3 .... $= a^{-4} \div a^{-6}$ (حيث $a \neq 0$)

(ا) a^{-6} (ب) a^{-2} (جـ) a^{2} (د) a^{10}

4 إذا كان: $x = y$ ، فإن: .... $= \left(\frac{5}{2}\right)^{x-y}$

(ا) $\frac{5}{2}$ (ب) $\frac{2}{5}$ (جـ) 1 (د) Zero

5 أى مما يأتى يساوى $2^a + 2^a$ ؟

(ا) 4^a (ب) 2^a (جـ) 2^{a+1} (د) 2^{2a}

2 أكمل كلًّا مما يأتى:

1 $7^{-3} \times 7^3 = 5$

2 إذا كان: $x y^{-1} = \frac{1}{5}$ ، فإن: .... $= \frac{y}{x}$ (حيث $x \neq 0$, $y \neq 0$)

3 المعكوس الضربى للعدد $(3)^{-2}$ هو ....

4 .... $= 7a^{-1}$ (لجعل الأس موجب، حيث $a \neq 0$)

5 رُبع العدد 2^6 هو ....

3 أجب عما يأتى:

1 احسب كلًّا مما يأتى فى أبسط صورة علمًا بأن المقسوم عليه فى جميع المسائل لا يساوى صفرًا:

(ا) $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^8 \div \left(\frac{3}{5}\right)^6\right] \times \frac{3}{5}$ (ب) $\frac{(-3)^2 \times (-3)^5}{(-3)^2 \times (-3)^3}$

(جـ) $\frac{8^{10} \times 8^{-3}}{8^6 \times 8^{-2}}$ (د) $\frac{x^7 \times x^{-3}}{x^2}$

2 إذا كانت: $x = \frac{-2}{3}$ ، $y = \frac{1}{2}$ ، فأوجد: $x^{-2} - y^2$

تابع مستواك

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر

الدرس 2
ذاكر

الصيغة العلمية
(Scientific Notation)

$$a \times 10^{n}$$

n ← integer

a : $1 \leq |a| < 10$

10 : base

نواتج التعلم

- يعبر الطالب عن الأعداد باستخدام الصيغة العلمية.
- يحول الطالب العدد من الصورة القياسية إلى الصورة العلمية والعكس.
- يقارن الطالب ويرتب مجموعة من الأعداد فى الصيغة العلمية.
- يُجرى الطالب العمليات الحسابية على الأعداد فى الصيغة العلمية.

مفردات أساسية – الصيغة العلمية (**Scientific Notation**) – الصورة القياسية (**Standard Form**)



يصعب أحيانًا قراءة وكتابة الأعداد الكبيرة جدًّا والأعداد الصغيرة جدًّا.

فمثلًا:

سرعة الضوء فى الفراغ تقريبًا 300,000,000 متر فى الثانية.

تبلغ أقرب مسافة بين كوكبى الأرض وزحل على نفس الجانب من الشمس 1,200,000,000 كيلو متر تقريبًا.

طول أصغر حشرة بدون أجنحة فى العالم هو $\frac{138}{1,000,000}$ متر.

حجم ذرة الهيدروجين 0.000000000106 متر.

ولتسهيل قراءة وكتابة تلك الأعداد سوف نتعلم كيفية التعبير عنها بالصيغة العلمية، وإجراء العمليات عليها؛ مما سيمكنك من حل مثل هذه المواقف.

تعلم الصيغة العلمية:

تعريفها وطريقة كتابتها	**هى طريقة لكتابة الأعداد الكبيرة جدًّا أو الأعداد الصغيرة جدًّا.** • يُكتب العدد كحاصل ضرب عاملين؛ أحدهما قيمته المطلقة أكبر من أو يساوى 1 وأصغر من 10 ، والآخر أحد قوى العدد 10 الصحيحة.
الصيغة العلمية	$a \times 10^n$ حيث: $1 \leqslant \|a\| < 10$ ، $n \in Z$
من أمثلتها :	-3×10^0 ، 1×10^2 ، -4×10^{-5} ، -6.92×10^3 ، 5.2×10^9

مثال 1 أى من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟ مع ذكر السبب:

1	4.5×10^7	2	27.3×10^{-4}	3	-8.2×10^{-3}
4	4 ملايين	5	$6.9 \times 10^{3.5}$	6	0.64×10^5

الحل

1 العدد 4.5×10^7 مكتوب بالصيغة العلمية
السبب: لأن $1 \leqslant |4.5| < 10$ ، يحقق المتباينة $1 \leqslant |a| < 10$

2 العدد 27.3×10^{-4} غير مكتوب بالصيغة العلمية
السبب: لأن $|27.3| \geqslant 10$ ، لا يحقق المتباينة $1 \leqslant |a| < 10$

3 العدد -8.2×10^{-3} مكتوب بالصيغة العلمية
السبب: لأن $1 \leqslant |-8.2| < 10$ ، يحقق المتباينة $1 \leqslant |a| < 10$

4 العدد 4 ملايين غير مكتوب بالصيغة العلمية
السبب: لأن **هذا العدد لا يتكون من حاصل ضرب عاملين** ، لا يحقق المتباينة $1 \leqslant |a| < 10$

5 العدد $6.9 \times 10^{3.5}$ غير مكتوب بالصيغة العلمية
السبب: لأن **الأس 3.5 لا ينتمى لمجموعة الأعداد الصحيحة**

6 العدد 0.64×10^5 غير مكتوب بالصيغة العلمية
السبب: لأن $|0.64| < 1$ ، لا يحقق المتباينة $1 \leqslant |a| < 10$

س؟ سؤال 1

أى من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟ مع ذكر السبب:

1	5 مليارات	2	-0.08	3	7×10^{-2}
4	9.9×10^8	5	0.67×10^{-4}	6	$-2.6 \times 10^{1.2}$

كتابة الأعداد بالصورة القياسية:

لتحويل العدد $a \times 10^n$ من الصيغة العلمية إلى الصورة القياسية

إذا كانت n موجبة	إذا كانت n سالبة
نحرك العلامة العشرية n من الخانات لليمين فى العدد (a)	نحرك العلامة العشرية |n| من الخانات لليسار فى العدد (a)

مثال 2 اكتب كلًّا مما يأتى بالصورة القياسية:

1 8.6×10^4 2 3.001×10^3 3 -2×10^{-2} 4 7.05×10^{-3}

الحل

1 8.6000

$8.6 \times 10^4 = 86,000$

حرك العلامة العشرية (4 خانات) لليمين؛
لأن الأس (4) موجب، وذلك بوضع أصفار على اليمين.

2 3.001

$3.001 \times 10^3 = 3,001$

حرك العلامة العشرية (3 خانات) لليمين؛
لأن الأس (3) موجب.

3 $-0\,0\,2.$

$-2 \times 10^{-2} = -0.02$

حرك العلامة العشرية (2 خانة) لليسار؛
لأن الأس (2) سالب، وذلك بعد وضع أصفار على اليسار.

4 $0\,0\,0\,7.0\,5$

$7.05 \times 10^{-3} = 0.00705$

حرك العلامة العشرية (3 خانات) لليسار؛
لأن الأس (3) سالب، وذلك بعد وضع أصفار على اليسار.

كتابة الأعداد بالصيغة العلمية:

مثال 3 حول كلًّا من الأعداد الآتية من الصورة القياسية إلى الصيغة العلمية:

1 0.000057 2 $4,890,000$ 3 -547.8

الحل

1 $0.000057 = 5.7 \times 10^{-5}$ ($a = 5.7$ ، 10^{-n})

- نضع العلامة العشرية بعد أول رقم من العدد خلاف الصفر من جهة اليمين.
- نضرب العدد فى 10^{-n} «حيث n عدد الخانات التى تحركتها العلامة إلى جهة اليمين و n عدد صحيح موجب».

2 $4890000.0 = 4.89 \times 10^6$ ($a = 4.89$ ، 10^n)

- نضع العلامة العشرية قبل آخر رقم من العدد من جهة اليسار.

3 $-547.8 = -5.478 \times 10^2$ ($a = -5.478$ ، 10^n)

- نضرب العدد فى 10^n «حيث n عدد الخانات التى تحركتها العلامة العشرية إلى جهة اليسار و n عدد صحيح موجب».

س؟ سؤال 2

1 اكتب كلًّا مما يأتى بالصورة القياسية:

(أ) 2.4×10^4 (ب) 5×10^3 (جـ) 6.004×10^{-3} (د) 8.95×10^{-2}

2 حول كلًّا من الأعداد الآتية من الصورة القياسية إلى الصيغة العلمية:

(أ) 0.000000009150 (ب) $-4,500,000$ (جـ) 162.9

مثال 4 اكتب الأعداد الآتية بالصيغة العلمية:

1 7 ملايين
2 -450×10^{-6}
3 732.4×10^{5}
4 -0.125×10^{3}

الحل

1 7 ملايين = $7000000 = 7 \times 10^{6}$

2 $-450 \times 10^{-6} = -4.50 \times 10^{-6}$

$= -4.50 \times 10^{2} \times 10^{-6} = -4.50 \times 10^{-4}$

نكتب العدد 450 - بالصيغة العلمية كالآتى:

$-450 = -4.50 \times 10^{2}$

3 $732.4 \times 10^{5} = 7.324 \times 10^{5}$

$= 7.324 \times 10^{2} \times 10^{5} = 7.324 \times 10^{7}$

نكتب العدد 732.4 بالصيغة العلمية كالآتى:

$732.4 = 7.324 \times 10^{2}$

4 $-0.125 \times 10^{3} = -01.25 \times 10^{3}$

$= -1.25 \times 10^{-1} \times 10^{3} = -1.25 \times 10^{2}$

نكتب العدد 0.125 - بالصيغة العلمية كالآتى:

$-0.125 = -1.25 \times 10^{-1}$



نقاط هامة

- يمكن كتابة الأعداد الصحيحة بالصيغة العلمية.

فمثلًا: $29 = 2.9 \times 10^{1}$ ، $10 = 1 \times 10^{1}$ ، $-8 = -8 \times 10^{0}$ ، $6 = 6 \times 10^{0}$

- يمكن استخدام الآلة الحاسبة العلمية لكتابة كل من الأعداد فى المثال السابق فى صيغتها العلمية والتحقق من صحة النواتج.

مثال 5 أوجد قيمة n فى كل مما يأتى:

1 $2,600,000,000 = 2.6 \times 10^{n}$
2 $-0.000055 = -5.5 \times 10^{n}$
3 $4,200,000 = n \times 10^{6}$
4 $(0.0004)^{2} = 1.6 \times 10^{n}$

الحل

1 $2600000000 = 2.6 \times 10^{9}$

$n = 9$

2 $-0.000055 = -5.5 \times 10^{-5}$

$n = -5$

3 $4200000 = 4.2 \times 10^{6}$

$n = 4.2$

4 $(0.0004)^{2} = 0.00000016$

$= 1.6 \times 10^{-7}$

$n = -7$

سؤال 3

1 اكتب الأعداد الآتية بالصيغة العلمية:

(أ) $\frac{1}{2}$ مليار
(ب) -33×10^{6}
(جـ) 0.287×10^{-3}
(د) -569×10^{-7}

2 أوجد قيمة n فى كل مما يأتى:

(أ) $0.00063 = 6.3 \times 10^{n}$
(ب) $7 = 7 \times 10^{n}$
(جـ) $-987,000,000 = n \times 10^{8}$
(د) $(-0.02)^{2} = 4 \times 10^{n}$

مثـال 6 رتب النجوم الآتية تصاعديًّا حسب عمرها:

النجم	الأول	الثانى	الثالث	الرابع
العمر (بالسنـوات)	4.6×10^{9}	1.2×10^{10}	8.5×10^{8}	3.7×10^{9}

الحل التحقق من أن جميع الأعداد مكتوبة بالصيغة العلمية، ثم يتم الآتى:

الخطوة الأولى:

مقارنة الأسس : قارن الأسس الموجبة للعدد 10، الأس الأصغر يعنى أن العدد هو الأصغر، والأس الأكبر يعنى أن العدد هو الأكبر (إلا فى حالة وجود صيغة علمية سالبة)

وبالتـالى فـإن : أصغر عدد هو 8.5×10^{8} وأكبر عدد هو 1.2×10^{10}

الخطوة الثانية:

عند تساوى الأسس كما فى العدد الأول والعدد الرابع يجب أن نقارن العدد a

فنجد أن: $4.6 > 3.7$

لذلك فإن: $\therefore 4.6 \times 10^{9} > 3.7 \times 10^{9}$

أى أن: $8.5 \times 10^{8} < 3.7 \times 10^{9} < 4.6 \times 10^{9} < 1.2 \times 10^{10}$

فيكون: عمر النجم الثانى > عمر النجم الأول > عمر النجم الرابع > عمر النجم الثالث

حل آخر يمكن حل المثال السابق عن طريق توحيد الأسس ومقارنة العدد a :

$8.5 \times 10^{8} = 0.85 \times 10^{9}$

$1.2 \times 10^{10} = 12 \times 10^{9}$

فيكون الترتيب التصاعدى هو:

0.85×10^{9} ، 3.7×10^{9} ، 4.6×10^{9} ، 12×10^{9}

أى أن:

8.5×10^{8} ، 3.7×10^{9} ، 4.6×10^{9} ، 1.2×10^{10}

سؤال 4

1 رتب كتل كل من الكواكب الآتية تصاعديًّا:

الكوكب	المريخ	الأرض	عطارد	الزهرة
الكتلة (بالكيلو جرام)	6.4×10^{23}	5.97×10^{24}	3.3×10^{23}	4.87×10^{24}

2 رتب كلًّا من الذرات الآتية تنازليًّا حسب طول قطرها:

الذرة	الذهب	الهيدروچين	الأكسجين	الكربون
طول القطر (بالمتر)	1.66×10^{-10}	1.06×10^{-10}	1.52×10^{-10}	1.54×10^{-10}

العمليات على الأعداد فى الصيغة العلمية:

كتابة الأعداد الكبيرة جدًّا أو الأعداد الصغيرة جدًّا فى الصيغة العلمية تسهل إجراء العمليات الحسابية عليها (+ أو – أو × أو ÷)

مثال 7 أوجد ناتج كل مما يأتى بالصيغة العلمية:

1 $(6.5 \times 10^5) \times (4 \times 10^3)$

2 $(3.8 \times 10^8) \div (1.9 \times 10^{-6})$

3 $(4.2 \times 10^5) + (2.6 \times 10^4)$

4 $(15 \times 10^{-6}) - (4.5 \times 10^{-5})$

الحل



1 $(6.5 \times 10^5) \times (4 \times 10^3) = (6.5 \times 4) \times (10^5 \times 10^3)$

$= 26 \times 10^8 = 2.6 \times 10^9$

2 $(3.8 \times 10^8) \div (1.9 \times 10^{-6}) = \frac{3.8}{1.9} \times \frac{10^8}{10^{-6}}$

$= 2 \times 10^{(8-(-6))} = 2 \times 10^{14}$

3 $(4.2 \times 10^5) + (2.6 \times 10^4) = (4.2 \times 10^5) + (0.26 \times 10^5)$

$= (4.2 + 0.26) \times 10^5 = 4.46 \times 10^5$ «خاصية التوزيع»

4 $(15 \times 10^{-6}) - (4.5 \times 10^{-5}) = (1.5 \times 10^{-5}) - (4.5 \times 10^{-5})$

$= (1.5 - 4.5) \times 10^{-5} = -3 \times 10^{-5}$ «خاصية التوزيع»

لاحظ أن

لتسهيل عملية الجمع والطرح نقوم بتوحيد أسس العدد **10**

مثال 8

اخترع الدكتور أحمد زويل كاميرا فائقة السرعة تستخدم أشعة الليزر لتصوير التفاعلات الكيميائية التى تحدث بسرعة هائلة وبزمن صغير جدًّا، يقاس بوحدة الفيمتو ثانية؛ وهى وحدة تعادل جزءًا من مليون مليار جزء من الثانية.

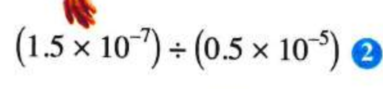
عبر عن هذه الوحدة بالصيغة العلمية.

الحل



الفيمتو ثانية تساوى $= \frac{1}{1,000,000,000,000,000} = 1 \times 10^{-15}$ ثانية.





سؤال 5

أوجد ناتج كل مما يأتى فى الصيغة العلمية:

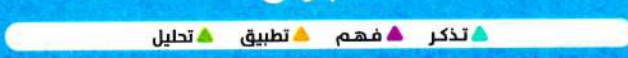
1 $(2.5 \times 10^6) \times (6 \times 10^{12})$

2 $(1.5 \times 10^{-7}) \div (0.5 \times 10^{-5})$

3 $(2.1 \times 10^4) + (4.1 \times 10^5)$

4 $(3.21 \times 10^{13}) - (8.1 \times 10^{12})$





مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

(أ) 1×10^{15} (ب) 3×2^{10} (جـ) -14×10^{3} (د) 0.32×10^{3}

2 أى من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

(أ) $1.5 \times 10^{4.5}$ (ب) 31×10^{5} (جـ) 15×10^{5} (د) 3.15×10^{5}

3 أى من الأعداد الآتية ليس فى الصيغة العلمية؟

(أ) 1×10^{15} (ب) 0.2×10^{7} (جـ) -3.4×10^{6} (د) 4.5×10^{8}

4 أى من الأعداد الآتية ليس فى الصيغة العلمية؟

(أ) 2.35×10^{7} (ب) 23.5×10^{6} (جـ) 2.35×10^{-7} (د) 3.5×10^{-6}

5 أى مما يلى يعبر عن العدد 7 آلاف بالصيغة العلمية؟

(أ) 0.7×10^{4} (ب) 7.0×10^{2} (جـ) 7×10^{3} (د) 7×10^{-3}

6 أى مما يلى يعبر عن العدد 8 ملايين بالصيغة العلمية؟

(أ) 8×10^{7} (ب) 8×10^{6} (جـ) 8×10^{-6} (د) 8×10^{8}

7 أى مما يلى يعبر عن العدد 5 مليارات بالصيغة العلمية؟

(أ) 5×10^{6} (ب) 5×10^{8} (جـ) 5×10^{9} (د) 50×10^{9}

8 أى مما يأتى هو تحويل العدد 0.00029 من الصورة القياسية إلى الصيغة العلمية؟

(أ) 2.9×10^{3} (ب) 2.9×10^{4} (جـ) 2.9×10^{-4} (د) 2.9×10^{-3}

9 أى مما يأتى هو تحويل العدد 0.000073 من الصورة القياسية إلى الصورة العلمية؟

(أ) 7.3×10^{6} (ب) 7.3×10^{5} (جـ) 7.3×10^{-5} (د) 7.3×10^{-6}

10 إذا كان $0.00123 = 1.23 \times 10^{n}$ فما قيمة n؟

(أ) 3 (ب) -3 (جـ) -2 (د) -4

11 إذا كان $0.00063 = 6.3 \times 10^{n}$ فما قيمة n؟

(أ) -4 (ب) -3 (جـ) 3 (د) 4

12 إذا كان العدد $E \times 10^{-6}$ فى صيغته العلمية، فأى مما يلى يمكن أن يكون قيمة E؟

(أ) 5 (ب) 0.5 (جـ) 0.05 (د) 50

13 إذا كان العدد $Y \times 10^{-9}$ فى صيغته العلمية، فأى مما يلى يمكن أن يكون قيمة Y؟

(أ) 0.6 (ب) 6 (جـ) 60 (د) 600

14 إذا كان $E \times 10^{-3} = 245 \times 10^{-5}$ فإن: .... $E =$

(أ) 24.5 (ب) 24500 (جـ) 0.245 (د) 2.45

15 إذا كان $K \times 10^{-7} = 39 \times 10^{-8}$ فما قيمة K ؟

(أ) 39 (ب) 3.9 (جـ) 0.39 (د) 0.039

16 إذا كانت سرعة الضوء تساوى 300,000 كم/ ث ، فكم تساوى سرعة الضوء بوحدة م/ ث؟

(أ) 3×10^{5} (ب) 3×10^{7} (جـ) 3×10^{8} (د) 3×10^{10}

2 أكمل كلًّا مما يأتى:

1 العدد 19.77×10^{5} فى الصيغة العلمية هو ....

2 العدد 245×10^{-7} فى الصيغة العلمية هو ....

3 العدد 0.298×10^{-4} فى الصيغة العلمية هو ....

4 العدد 0.019×10^{-6} فى الصيغة العلمية هو ....

5 العدد 0.2025×10^{5} فى الصيغة العلمية هو ....

6 العدد 84×10^{7} فى الصيغـــة العلميـــة هو ....

7 العدد 12 مليونًا فى الصيغة العلميـــة هو ....

8 العدد 192,000,000 فى الصيغة العلمية هو ....

9 العدد 0.00000164 فى الصيغة العلمية هو ....

10 العدد 5.8×10^{4} بالصـورة القياسيـة هو ....

11 العدد 7.2×10^{-4} بالصـورة القياسيـة هو ....

3 اكتب كلًّا مما يأتى بالصيغة العلمية:

1 212,000,000 2 -29,800,000 3 0.00078

4 47 مليونًا 5 0.345 مليار 6 $1,900 \times 10^{7}$

7 24,500,000 8 0.000049 9 9 ملايين

10 0.25 مليار 11 480×10^{12}

4 اكتب كلًّا مما يأتى بالصورة القياسية:

1 3.6×10^{5} 2 5.67×10^{-3} 3 1.234×10^{6}

4 5.4×10^{3} 5 4.32×10^{-2} 6 5.37×10^{5}

5 اكتب ناتج كل مما يأتى بالصيغة العلمية:

1 $(5.2 \times 10^5) \times (5 \times 10^7)$

2 $(4.5 \times 10^{11}) \div (9 \times 10^8)$

3 $(9.7 \times 10^{-5}) + (1.27 \times 10^{-4})$

4 $(1.4 \times 10^{18}) - (1.04 \times 10^{19})$

5 $(4.8 \times 10^{-7}) \div (0.8 \times 10^5)$

6 $(9.8 \times 10^{-5}) + (4.9 \times 10^{-6})$

7 $(2.4 \times 10^5) - (4.2 \times 10^4)$

6 رتب كلًّا مما يأتى ترتيبًا تصاعديًّا بعد التحويل للصيغة العلمية إن لم تكن كذلك:

1 12.3×10^{24} ، 12.3×10^{20} ، 12.3×10^{23}

2 0.456×10^{18} ، 456×10^{16} ، 4.56×10^{19}

3 73×10^{11} ، 6.9×10^{12} ، 0.537×10^{13}

4 4,300,000 ، 3.4×10^6 ، 0.37×10^7

7 رتب مساحات كل من المحيطات الآتية تنازليًّا:

المحيط	الهندى	الهادى	المتجمد الجنوبى	المتجمد الشمالى	الأطلسى
المساحة بالكم^2	7.3×10^7	1.69×10^8	2.1×10^7	1.4×10^7	8.6×10^7

8 إذا كان عدد سكان مصر فى عام 2023 هو 112.7 مليون نسمة، فاكتب هذا العدد بالصيغة العلمية.

9 أعلنت الحكومة المصرية أن المبلغ المتحصل عليه نتيجة لصادراتها من السلع الزراعية فى عام 2023 هو 35.6 مليار دولار ، اكتب هذا المبلغ بالصيغة العلمية.

10 تبلغ كتلة الحوت الأزرق حوالى 180 طنًّا ، اكتب كتلته بالكجم بالصيغة العلمية.

11 تبلغ درجة الحرارة المركزية للشمس حوالى 15 مليون درجة مئوية، اكتب هذه الدرجة بالصيغة العلمية.

12 تبلغ سرعة رفرفة جناحى نحلة العسل حوالى 230 مرة فى الثانية، اكتب فى الصيغة العلمية عدد رفرفات جناحيها فى 10 دقائق.

13 إذا كانت الكتلة مقدرة بالجرام فاكتب كلًّا مما يأتى بالصيغة العلمية:

(ا) كتلة الهيدروچين : 0.000 000 000 000 000 000 000 001 67

(ب) كتلة القمر : 73 600 000 000 000 000 000 000 000

تحد نفسك

14 اكتب خمسة أعداد بالصيغة العلمية تقع بين: 10 000 ، 20 000

15 إذا كانت كتلة شعرة الإنسان حوالى 0.0003 جرام ، فاكتب هذه الكتلة بالصيغة العلمية.

16 اكتب فى الصيغة العلمية العدد x ، إذا كان: $x = 2^{17} \times 5^{13}$

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

(أ) $3 \times 10^{5.4}$ (ب) 32.1×10^{7} (جـ) 5×2^{10} (د) 5×10^{-4}

2 أى مما يأتى يساوى $-(-2)^4$ ؟

(أ) 2^4 (ب) 8 (جـ) $-(2)^4$ (د) -8

3 أى مما يأتى يساوى 0.084؟

(أ) 8.4×10^{3} (ب) 8.4×10^{2} (جـ) 8.4×10^{-2} (د) 8.4×10^{-3}

4 أى مما يأتى يساوى 24,000 ؟

(أ) 2.4×10^{3} (ب) 2.4×10^{-3} (جـ) 2.4×10^{-4} (د) 2.4×10^{4}

5 إذا كان العدد $H \times 10^{-7}$ فى صيغته العلمية، فأى مما يلى يمكن أن يكون قيمة H ؟

(أ) 4 (ب) 0.4 (جـ) 40 (د) 0.04

2 أكمل كلًا مما يأتى:

1 العدد 198.4×10^{7} فى الصيغة العلمية هو ....



2 المعكوس الجمعى للعدد $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-1}$ يساوى ....

3 العدد 23.45×10^{-6} فى الصيغة العلمية هو ....

4 العدد 17 مليونًا فى الصيغة العلمية هو ....

5 العدد 2.35×10^{9} فى الصورة القياسية هو ....

3 أجب عما يأتى:

1 اكتب ناتج ما يأتى بالصيغة العلمية: $(4.5 \times 10^{7}) \times (4 \times 10^{8})$

2 رتب تصاعديًا: 6.4×10^{23} ، 5.97×10^{24} ، 3.3×10^{23} ، 4.87×10^{24}

3 اكتب بالصيغة العلمية كلًا من: 0.00045×10^{-6} ، 123×10^{8}

4 اكتب الناتج بالصيغة العلمية: $(4.5 \times 10^{5}) + (3.2 \times 10^{4})$

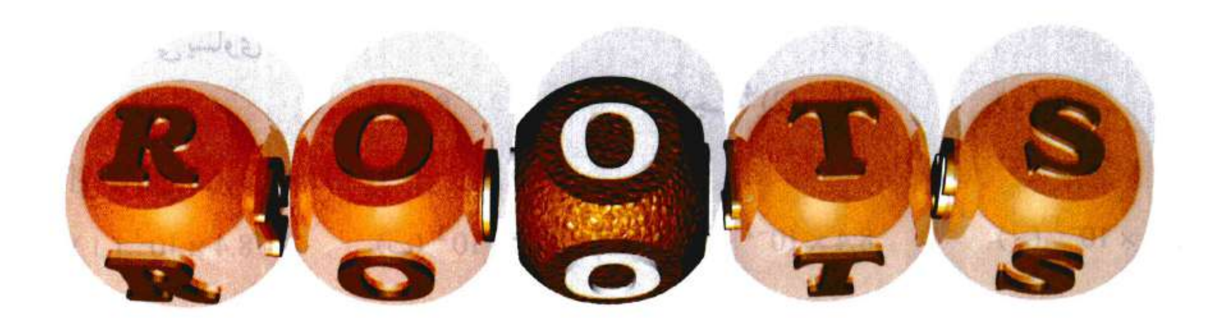
5 أوجد فى أبسط صورة:

(أ) $\frac{a^2 \times b^7}{a^4 \times b^5}$ (حيث $a \neq 0$, $b \neq 0$) (ب) $\frac{5^{-2} \times 5^3}{5^{-4} \times 5}$



الـدرس 3 ذاكر

الجذور التربيعية والجذور التكعيبية
(Square Roots and Cubic Roots)



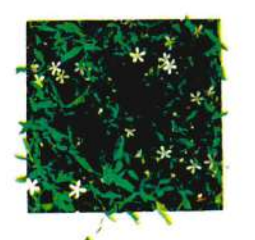
نواتج التعلم

- يتعرف الطالب مفهوم الجذر التربيعى.
- يتعرف الطالب مفهوم الجذر التكعيبى.
- يُوجد الطالب الجذر التربيعى والجذر التكعيبى للأعداد.



- الجذر التربيعى (Square Root)
- المربع الكامل (Perfect Square)
- الجذر التكعيبى (Cubic Root)
- المكعب الكامل (Perfect Cube)

فكر وناقش:


شكل (1)


شكل (2)

الشكل: 1 يمثل حديقة على شكل مربع مساحتها 100 متر مربع، **هل يمكن حساب محيط هذه الحديقة؟**

الشكل: 2 يمـثل علبة حلوى على شكل مكعب حجمها 1,000 سنتيمتر مكعب، إذا أردنـا تغليفها بـورق. **فما مساحة الورق اللازم؟**

لحل مثل هذه المشكلات سوف نتعلم كيفية إيجاد الجذور التربيعية والجذور التكعيبية.

تعلم 1 الجذر التربيعى لعدد مربع كامل:

تعريف: **العدد النسبى المربع الكامل:**

هو العدد الموجب الذى يمكن كتابته على صورة مربع عدد نسبى.

فمثلًا:

$-7 \times -7 = (-7)^2 = 49$ ، $7 \times 7 = 7^2 = 49$ ، $0 \times 0 = 0^2 = 0$

$\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4^2}{5^2} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} = \frac{64}{100} = 0.64$ ، $1.2 \times 1.2 = 1.44$ ، $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

لذلك فإن كلًا من الأعداد: 0.64 , 1.44 , $2\frac{1}{4}$, 49 , 0 **تسمى أعدادًا مربعة كاملة**

تعريف: **الجذر التربيعى للعدد المربع الكامل (a):**

هو العدد الذى مربعه يساوى (a). **أو** هو العدد الذى نضربه فى نفسه للحصول على (a)

نقاط هامة

- يوجد للعدد المربع الكامل جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- **الرمز** « $\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذر التربيعى الموجب لعدد ما.

  فمثلًا: الجذر التربيعى الموجب للعدد 16 هو 4 ويُكتب: $\sqrt{16} = 4$
- **الرمز** « $-\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذر التربيعى السالب لعدد ما.

  فمثلًا: الجذر التربيعى السالب للعدد 81 هو 9- ويُكتب: $-\sqrt{81} = -9$
- **الرمز** « $\pm\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذرين التربيعيين الموجب والسالب، وكل منهما معكوس جمعى للآخر.

  أى أن: مجموع الجذرين التربيعيين لأى عدد نسبى مربع كامل يساوى صفرًا.

  فمثلًا: الجذران التربيعيان للعدد 4 هما 2- ، 2 ويُكتب: $\pm\sqrt{4} = \pm 2$ ويكون: $2 + (-2) = 0$
- $\sqrt{0} = 0$
- $\sqrt{a^2} = |a|$ **فمثلًا:** $\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6$
- $\sqrt{a^{2n}} = |a^n|$ (حيث n عدد صحيح) **فمثلًا:** $\sqrt{a^{14}} = |a^7| = a^6\,|a|$, $\sqrt{a^8} = |a^4| = a^4$
- عند وجود عملية جمع أو طرح تحت الجذر التربيعى تجرى العملية أولًا، ثم إيجاد الجذر التربيعى للناتج.

  فمثلًا: $\sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$ ، $\sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

لاحظ أن

$\sqrt{25 + 144} \neq \sqrt{25} + \sqrt{144}$ ، $\sqrt{15^2 - 12^2} \neq \sqrt{15^2} - \sqrt{12^2}$

- إذا كان: $a > 0$ ، $b > 0$ فإن:

  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ، $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

مثال 1 أوجد كلًا مما يأتى فى أبسط صورة:

1 $\sqrt{225}$ 2 الجذر التربيعى للعدد $1\frac{7}{9}$ 3 $\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2}$ 4 $\sqrt{\sqrt{81}}$

5 $\sqrt{36}+\sqrt{64}$ 6 $\pm\sqrt{\frac{2.5}{10}}$ 7 $\sqrt{\frac{16a^4}{25b^2}}$ (حيث $b \neq 0$)

الحل

1 $225 = 5 \times 5 \times 3 \times 3$

$\sqrt{225} = 5 \times 3 = 15$

225	5
45	5
9	3
3	3
1	

تذكر أن

$1\frac{7}{9} = \frac{16}{9}$

2 الجذر التربيعى للعدد $1\frac{7}{9} = \pm\sqrt{\frac{16}{9}}$

أى أن الجذر التربيعى للعدد $1\frac{7}{9}$ هو $\pm\frac{4}{3}$

3 $\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2} = \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{3}{5}$

4 $\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = 3$

5 $\sqrt{36}+\sqrt{64} = 6 + 8 = 14$

6 $\pm\sqrt{\frac{2.5}{10}} = \pm\sqrt{\frac{25}{100}} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}$

7 $\sqrt{\frac{16a^4}{25b^2}} = \frac{4a^2}{5|b|}, b \neq 0$

حل المعادلات باستخدام الجذر التربيعى :

إذا كان $x^2 = a$ حيث $a > 0$ فإن $x = \pm\sqrt{a}$

وإذا كانت $x^2 = 0$ فإن $x = 0$

فمثلًا: إذا كان $x^2 = 49$ فإن $x = \pm\sqrt{49} = \pm 7$

مثال 2 أوجد فى Z مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

1 $x^2 + 3 = 12$ 2 $4x^2 - 5 = 95$ 3 $3x^2 - 18 = x^2 + 80$

الحل

1 $\because x^2 + 3 = 12$

$\therefore x^2 = 12 - 3 = 9$

$x = \pm\sqrt{9}$

$x = \pm 3$

مجموعة الحل هى $\{3, -3\}$

2 $\because 4x^2 - 5 = 95$

$\therefore 4x^2 = 95 + 5 = 100$

$\therefore x^2 = \frac{100}{4} = 25$

$\therefore x = \pm\sqrt{25}$

$x = \pm 5$

مجموعة الحل هى $\{5, -5\}$

3 $\because 3x^2 - 18 = x^2 + 80$

$\therefore 3x^2 - x^2 = 80 + 18$

$\therefore 2x^2 = 98$

$\therefore x^2 = \frac{98}{2} = 49$

$\therefore x = \pm\sqrt{49}$

$x = \pm 7$

مجموعة الحل هى $\{7, -7\}$

سؤال 1

1 أوجد قيمة كل مما يأتى فى أبسط صورة:

(أ) $\sqrt{(-3)^2}$ (ب) $-\sqrt{25\%}$ (جـ) $\sqrt{100-36}$ (د) $-\sqrt{11\frac{1}{9}}$

2 أوجد فى Z مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

(أ) $1.21x^2 = 1$ (ب) $2x^2 - 5 = 13$ (جـ) $4x^2 - 1 = 3x^2 + 8$ (د) $\sqrt{(x-3)^2} = 5$

مثال 3

فى المثلث ABC إذا كان:

$(BC)^2$ يساوى 16 سنتيمترًا مربعًا و $(AB)^2$ يساوى 25 سنتيمترًا مربعًا

فأوجد: AB + BC

C A B

الحل

$\because (AB)^2 = 25$ $\therefore AB = \sqrt{25} = 5$ أى أن AB يساوى 5 سنتيمترات

$\because (BC)^2 = 16$ $\therefore BC = \sqrt{16} = 4$ أى أن BC يساوى 4 سنتيمترات

$\therefore AB + BC = 5 + 4 = 9$ أى أن مجموع AB و BC يساوى 9 سنتيمترات

لاحظ أن
الجذر السالب مرفوض، لأن طول الضلع دائمًا عدد موجب.

مثال 4

يريد أحد المزارعين بناء حائط حول حديقته التى على شكل مربع، فإذا كانت مساحة الحديقة 169 مترًا مربعًا؛ **فأوجد طول كل ضلع من أضلاع الحائط.**



الحل

$\because$ الحديقة على شكل مربع، فإن جميع أضلاعها متساوية فى الطول،

نفرض أن طول ضلع الحائط = ℓ متر

$\therefore$ مساحة الحديقة = ℓ^2 متر مربع

$\therefore \ell^2 = 169$ $\therefore \ell = \sqrt{169} = 13$

أى أن طول كل ضلع من أضلاع الحائط يساوى 13 مترًا.



تذكر أن
مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

مثال 5

إذا كان طول مستطيل يساوى ضعف عرضه، وكانت مساحة المستطيل تساوى 24.5 سنتيمتر مربع؛ **فاحسب كلًّا من الطول والعرض.**

الحل

نفرض أن العرض = W إذن الطول = 2W

$\because$ مساحة المستطيل = الطول × العرض

$\therefore W \times 2W = 24.5$ $\therefore 2W^2 = 24.5$

$\therefore W^2 = \frac{24.5}{2} = 12.25$ $\therefore W = \sqrt{12.25} = 3.5$

$\therefore$ أى أن العرض = 3.5 سم ، الطول = $2 \times (3.5) = 7$ سم.



سؤال 2

حديقة مربعة الشكل مساحتها 400 متر مربع يُراد عمل سور حولها؛ ما طول سور الحديقة؟

تعلم 2 الجذر التكعيبى لعدد مكعب كامل:

تعريـف :

العدد النسبى المكعب الكامل: هو العدد الذى يمكن كتابته على صورة $(\text{عدد نسبى})^3$.

فمثلًا:

$-2 \times -2 \times -2 = (-2)^3 = -8$ ، $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

$-0.7 \times -0.7 \times -0.7 = (-0.7)^3 = -0.343$ ، $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$

لذلك فإن كلًّا من الأعداد: -0.343 , $3\frac{3}{8}$, -8 , 8 **تسمى أعدادًا مكعبة كاملة.**

تعريـف :

الجذر التكعيبى للعدد المكعب الكامل (a): هو العدد الذى مكعبه يساوى (a).

نقاط هامة

- الرمز « $\sqrt[3]{\ }$ » يدل على الجذر التكعيبى لعدد ما. **فمثلًا:** الجذر التكعيبى للعدد 64 هو 4 ويُكتب: $\sqrt[3]{64} = 4$
- $\sqrt[3]{0} = 0$
- $\sqrt[3]{a^{3n}} = a^{\frac{3n}{3}} = a^n$ **فمثلًا:** $\sqrt[3]{x^3} = x$ ، $\sqrt[3]{y^{30}} = y^{10}$ ، $\sqrt[3]{(-7)^3} = -7$ ، $\sqrt[3]{(-9)^6} = (-9)^2 = 81$ ، $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^3} = \frac{8}{27}$

مثـال 6 أوجد كلًّا مما يأتى فى أبسط صورة :

1. $\sqrt[3]{-27}$
2. $\sqrt[3]{512}$
3. $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$
4. $\sqrt[3]{\frac{8}{343}}$
5. $\sqrt[3]{(-6)^3}$
6. $\sqrt[3]{a^{18}}$

الحـل

1. تحليل العدد إلى عوامله الأولية:

$-27 = -3 \times -3 \times -3$

$\sqrt[3]{-27} = -3$

2. $512 = 8 \times 8 \times 8$

$\sqrt[3]{512} = 8$

512	8
64	8
8	8
1	

3. $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} = \sqrt[3]{\frac{-64}{27}} = \frac{-4}{3}$

4. $\sqrt[3]{\frac{8}{343}} = \frac{2}{7}$

5. $\sqrt[3]{(-6)^3} = -6$

6. $\sqrt[3]{a^{18}} = a^6$

س؟ سؤال 3

أوجد كلًّا مما يأتى فى أبسط صورة:

1. $\sqrt[3]{216}$
2. $\sqrt[3]{\frac{-27}{125}}$
3. $\sqrt[3]{0.001}$
4. $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}}$
5. $\sqrt[3]{9-1}$
6. $\sqrt[3]{x^6}$

مثال 7 اختصر كلًّا مما يأتى إلى أبسط صورة:

1 $\sqrt{\frac{121}{49}} \times \sqrt[3]{\frac{125}{64}} \times \left(\frac{-5}{7}\right)^{-1}$

2 $\sqrt[3]{-0.008} \times \sqrt{0.09} \times (2.5)^0$

3 $\sqrt[3]{\frac{343}{64}} + \sqrt{\frac{169}{16}} + \left(\frac{5}{4}\right)^0$

الحل

1 $\sqrt{\frac{121}{49}} \times \sqrt[3]{\frac{125}{64}} \times \left(\frac{-5}{7}\right)^{-1} = \frac{11}{7} \times \frac{5}{4} \times \frac{-7}{5} = \frac{-11}{4}$

2 $\sqrt[3]{-0.008} \times \sqrt{0.09} \times (2.5)^0 = -0.2 \times 0.3 \times 1 = -0.06$

3 $\sqrt[3]{\frac{343}{64}} + \sqrt{\frac{169}{16}} + \left(\frac{5}{4}\right)^0 = \frac{7}{4} + \frac{13}{4} + 1 = \frac{20}{4} + 1 = 5 + 1 = 6$

لاحظ أن

$(2.5)^0 = 1$

$\left(\frac{5}{4}\right)^0 = 1$

حل المعادلات باستخدام الجذر التكعيبى :

إذا كان $x^3 = a$ فإن $x = \sqrt[3]{a}$ **فمثلًا:** إذا كان $x^3 = 729$ فإن $x = \sqrt[3]{729} = 9$

مثال 8 أوجد قيمة x فى كل من المعادلات الآتية :

1 $x^3 = 1,000$

2 $x^3 + 5 = -59$

3 $(5x-2)^3 - 10 = 17$

الحل

1
$\because x^3 = 1,000$
$\therefore x = \sqrt[3]{1,000}$
$x = 10$

2
$\because x^3 + 5 = -59$
$\therefore x^3 = -59 - 5 = -64$
$\therefore x = \sqrt[3]{-64}$
$x = -4$

3
$\because (5x-2)^3 - 10 = 17$
$\therefore (5x-2)^3 = 17 + 10 = 27$
$\therefore 5x - 2 = \sqrt[3]{27} = 3$
$\therefore 5x = 3 + 2 = 5$
$\therefore x = \frac{5}{5} = 1 \qquad \therefore x = 1$

مثال 9 صندوق ألعاب على شكل مكعب حجمه 125,000 سنتيمتر مكعب، **أوجد مساحة أحد أوجهه.**

الحل

نفرض أن طول حرف المكعب ℓ فيكون حجمه ℓ^3

$\therefore \ell^3 = 125,000 \qquad \therefore \ell = \sqrt[3]{125,000} = 50$

أى أن طول حرف المكعب يساوى 50 سم.

$\therefore$ مساحة أحد أوجه المكعب = 50 × 50 = 2,500 سنتيمتر مربع

تذكر أن

حجم المكعب = طول الحرف × نفسه × نفسه.

مساحة أحد أوجه المكعب = طول الحرف × نفسه.

سؤال 4

1 اختصر كلًّا مما يأتى فى أبسط صورة:

(أ) $\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0$

(ب) $\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}} - \left(\frac{2}{3}\right)^2$

2 أوجد قيمة x فى كل من المعادلات الآتية:

(أ) $x^3 = -216$

(ب) $x^3 + 3 = 30$

(جـ) $2x^3 - 1 = 15$

(د) $\sqrt[3]{x} = -4$

(هـ) $(x+3)^3 = 1,000$

(و) $(5x-2)^3 + 10 = 18$

3 حوض سباحة على شكل مكعب، إذا كان حجمه 27 مترًا مكعبًا؛ فما مساحة قاع الحوض؟

المساحة الجانبية والمساحة الكلية (السطحية) للمكعب:

نفرض أن طول حرف المكعب (S) فإن:

- المساحة الجانبية للمكعب = 4 × مساحة الوجه الواحد = $4S^2$.
- المساحة الكلية (السطحية) للمكعب = 6 × مساحة الوجه الواحد = $6S^2$.

S S S

مثال 10

مكعب طول حرفه 5 سم، **أوجد مساحته الجانبية ومساحته السطحية (الكلية)**

الحل

مساحة سطح أى وجه فى المكعب = $S^2 = 5 \times 5 = 25$ سنتيمترًا مربعًا.

المساحة الجانبية = $4S^2 = 4 \times 25 = 100$ سنتيمترًا مربعًا.

المساحة الكلية = $6S^2 = 6 \times 25 = 150$ سنتيمترًا مربعًا.

مثال 11

مكعب مساحته الكلية (السطحية) تساوى 384 سنتيمترًا مربعًا

أوجد طول حرفه ومساحته الجانبية.

الحل

$\because 6S^2 = 384$ $\therefore S^2 = \frac{384}{6} = 64$

$\therefore S = \sqrt{64} = 8$

$\because$ طول حرف المكعب = 8 سم $\therefore$ المساحة الجانبية = $4S^2 = 4 \times 8^2 = 256$ سنتيمترًا مربعًا.

مثال 12

سبيكة من النحاس حجمها 1728 سنتيمترًا مكعبًا صهرت وحولت إلى مكعب

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية (السطحية) علمًا بأنه لم يفقد شيئًا من النحاس أثناء الصهر والتحويل.

الحل

نفرض أن طول حرف المكعب S فيكون حجمه S^3

$\because S^3 = 1728$ $\therefore S = \sqrt[3]{1728} = 12$

أى أن طول حرف المكعب (S) = 12 سم

المساحة الجانبية = $4S^2 = 4 \times (12)^2 = 576$ سنتيمترًا مربعًا.

المساحة الكلية = $6S^2 = 6 \times (12)^2 = 864$ سنتيمترًا مربعًا.



س؟ سؤال 4

1. مكعب حجمه 216 سنتيمترًا مكعبًا؛ **أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية (السطحية).**
2. مكعب مساحته الجانبية 484 سنتيمترًا مربعًا؛ **أوجد طول حرفه ومساحته الكلية (السطحية).**



مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 $-\sqrt{49} =$ ....

(أ) 7 (ب) ± 7 (جـ) -7 (د) 49

2 $\sqrt{\left(\frac{-2}{3}\right)^2} =$ ....

(أ) $\frac{-2}{3}$ (ب) $\left|\frac{-2}{3}\right|$ (جـ) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{4}{9}$

3 إذا كان : $\sqrt{x} = 5$ فما قيمة x؟

(أ) 10 (ب) 20 (جـ) 25 (د) ± 25

4 $\sqrt{\sqrt{16}} =$ ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 8 (د) 6

5 إذا كان: $\sqrt{x^2 - 36} = 8$ فإن: .... $= x$

(أ) 64 (ب) 100 (جـ) 36 (د) ± 10

6 $\sqrt{1-\frac{3}{4}} = 1 + ($ .... $)$

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{-1}{4}$ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{-1}{2}$

7 طول ضلع المربع الذى مساحته $9x^4$ سنتيمتر مربع هو .... سنتيمتر.

(أ) $3x^2$ (ب) $3x$ (جـ) $9x$ (د) $9x^2$

8 إذا كان: $x^2 = \frac{36}{25}$ فإن: .... $= x^3$

(أ) $\frac{216}{125}$ (ب) $\frac{-216}{125}$ (جـ) $\pm\frac{216}{125}$ (د) $\frac{36}{25}$

9 مربع مساحته 36 سنتيمترًا مربعًا، فإن محيطه = ... سنتيمترًا.

(أ) 6 (ب) 12 (جـ) 24 (د) 30

10 إذا كان: $3a = \sqrt{4}\,b$، فإن: .... $= \frac{a}{b}$

(أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{4}{3}$ (جـ) $\frac{3}{2}$ (د) $\frac{2}{3}$

11 إذا كان: a ، b هما الجذرين التربيعيين للعدد c، فكم يساوى a + b؟

(أ) 2a (ب) 2b (جـ) 1 (د) 0

12 إذا كان: $x^3 = -27$ فما قيمة x؟

(أ) -3 (ب) 3 (جـ) ±3 (د) -9

13 إذا كان: $a = 5^3$ فما قيمة $\sqrt[3]{a}$ ؟

(أ) 3 (ب) 5 (جـ) 25 (د) 125

14 إذا كان: $\sqrt[3]{b} = -8$ فما قيمة b؟

(أ) 2 (ب) -2 (جـ) 64 (د) -512

15 $\sqrt[3]{y^6} = \sqrt{\cdots}$

(أ) y^3 (ب) y^2 (جـ) y (د) y^4

16 إذا كان: $2x^3 = 54$ فإن: .... $= x$

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) -2 (د) -3

17 إذا كان: $\sqrt[3]{\sqrt{x}+1} = 2$ فإن: .... $= x$

(أ) 7 (ب) 8 (جـ) 49 (د) 1

18 إذا كان: $\sqrt{4} - \sqrt[3]{x} = 5$ فإن: .... $= x$

(أ) 125 (ب) 27 (جـ) -27 (د) 3

2 أكمل ما يأتي:

1 المعكوس الجمعي للعدد $-\sqrt{\frac{25}{9}}$ هو ....

2 المعكوس الضربي للعدد $\sqrt{0.25}$ هو ....

3 إذا كانت: $y = 7$ ، $x = 9$ ، فإن: .... $= \sqrt{2x + y}$

4 $\sqrt{36 + 64} = 6 + \cdots\cdots$

5 $\sqrt{25 - 16} = 5 - \cdots\cdots$

6 $\sqrt{100} = \sqrt{16} + \sqrt{\cdots}$

7 مربع مساحته 6.25 سنتيمتر مربع يكون طول ضلعه = ... سنتيمتر.

8 إذا كان: $a = 0.0064$ ، فإن: $\sqrt{a} = 8 \times 10^{\cdots}$

9 $\sqrt[3]{-8} + \sqrt{16} = \cdots\cdots$

10 $\sqrt{25} = \sqrt[3]{\cdots}$

11 $\sqrt[3]{(-8)^2} = 5 - \sqrt{\cdots}$

12 $\sqrt[3]{\frac{27}{\cdots}} = 0.3$

13 $\sqrt[3]{2\frac{1}{4} \div \frac{2}{3}} = \cdots\cdots$

14 إذا كان: $\sqrt[3]{x} - 3 = -1$ فإن: .... $= x$

15 مكعب حجمه يساوي 125 سنتيمترًا مكعبًا يكون مساحة أحد أوجهه = ... سنتيمترًا مربعًا.

3 أوجد قيمة كل مما يأتي:

1 $\pm\sqrt{576}$

2 $\sqrt{\left(\frac{-5}{8}\right)^2}$

3 $-\sqrt{0.81}$

4 $\sqrt{\frac{25}{36}}$

5 $-\sqrt{11\frac{1}{9}}$

6 $\sqrt{25 - 9}$

7 $\sqrt{15^2 - 9^2}$

8 $\sqrt{\left(\frac{64}{81}\right)^0}$

9 $-\sqrt{100a^4 b^2}$

10 $\sqrt{\frac{16a^8}{25b^6}}$

11 $\sqrt{\frac{a^2}{b^{-2}}}$

12 $\sqrt{\frac{7^5 \times 7^3}{7^4}}$

13 $\sqrt[3]{512}$

14 $\sqrt[3]{-125}$

15 $\sqrt[3]{0.027}$

16 $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$

17 $\sqrt[3]{(-9)^3}$

18 $\sqrt[3]{\frac{-64}{27}}$

19 $\sqrt[3]{64 \times 2^3}$

20 $\sqrt[3]{343 - 7^3}$

21 $\sqrt{4} - \sqrt[3]{-8}$

22 $\sqrt[3]{x^9}$

23 $\sqrt[3]{\frac{8x^3}{125y^6}}$

4 اختصر كلاً مما يأتى:

1 $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \sqrt{\frac{81}{16}} \times \left(\frac{5}{3}\right)^0$

2 $\frac{7}{8} \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \sqrt{\frac{81}{49}}$

3 $\frac{7}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \sqrt{\left(\frac{49}{64}\right)^{-1}}$

4 $\left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \sqrt{\frac{64}{81}} - \left(\frac{-2}{3}\right)^0$

5 $\sqrt[3]{\frac{125}{27}} \times \sqrt{\frac{81}{25}} \times \left(\frac{9}{5}\right)^0$

6 $\sqrt[3]{-27} + \sqrt{12\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{0.125}$

7 $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

8 $\sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} + \left(\frac{4}{9}\right)^0$

5 أوجد فى Z مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

1 $x^2 = 16$

2 $x^2 - 1 = 8$

3 $3x^2 - 5 = 43$

4 $3x^2 - 1 = 74$

5 $7x^2 + 1 = 29$

6 $\frac{1}{2}x^2 + 2 = 52$

7 $7x^2 - 3 = 5x^2 + 5$

8 $x^3 = 64$

9 $x^3 = -1000$

10 $x^3 + 26 = -1$

11 $3x^3 - 5 = 187$

12 $3x^3 - 4 = 2x^3 + 4$

13 $(x - 1)^3 + 2 = -6$

14 $\sqrt[3]{x} = \sqrt{(8)^2}$

15 $10x^3 = 0.27$

6 مربع مساحته 100 سنتيمتر مربع، احسب طول ضلعه، ثم أوجد محيطه.

7 إذا كانت $\overline{AB}$ قطعة مستقيمة بحيث $(AB)^2 = 36$ سنتيمترًا مربعًا، C منتصف $\overline{AB}$ ، فأوجد طول $\overline{AC}$.

8 مساحة مربع تساوى مساحة مثلث طول قاعدته 9 سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة 8 سم، أوجد طول ضلع المربع.

9 إذا كانت $\frac{3}{4}$ مساحة مربع تساوى $1\frac{11}{64}$ متر مربع، فاحسب طول ضلعه.

10 إذا كان: C = 8 ، y = 9 ، $\sqrt{x} = 2$ ، فأوجد قيمة: $x + \sqrt{y} + \sqrt{2C}$

11 مكعب حجمه 2197 وحدة مكعبة، كم يكون طول حرفه؟

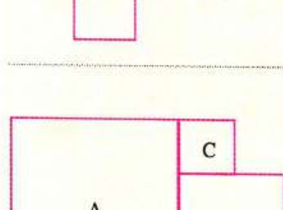
12 مكعب حجمه يساوى x^6 وحدة مكعبة، أوجد مجموع أطوال أحرفه إذا كانت $x = 10$



تحد نفسك



13 فى الشكل المقابل:



إذا كانت مساحة كل مربع 36 سنتيمترًا مربعًا،

فما محيط الشكل؟

14 فى الشكل المقابل:

A ، B ، C ثلاثة مربعات ، مساحة المربع C تساوى 9 وحدات مساحة،

مساحة المربع B تساوى 36 وحدة مساحة،

أوجد مساحة المربع A؟

C
A
B

بنك أسئلة — الوحدة الأولى

مجاب عنه

أولاً قياس المفاهيم:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 $7 \times 7 \times 7 =$ ....

(أ) 7×3 (ب) 3^7 (جـ) 7^3 (د) $7 + 3$

2 أى مما يأتى يساوى $(-5)^4$؟

(أ) -20 (ب) 20 (جـ) -625 (د) 625

3 أى مما يأتى يساوى -2^6 ؟

(أ) -12 (ب) 12 (جـ) -64 (د) 64

4 الصورة الأسية للعدد 64 هى ....

(أ) -2^6 (ب) $(-8)^2$ (جـ) 16^4 (د) 6^2

5 $-15\frac{5}{8} =$ ....

(أ) $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ (ب) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ (جـ) $\left(\frac{-5}{2}\right)^3$ (د) $-\left(\frac{2}{5}\right)^3$

6 إذا كان: $K^{100} + K^{101} = 0$ ، فإن: K يمكن أن تساوى ....

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) -1 (د) -2

7 المعكوس الضربى للعدد : $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ هو ....

(أ) 3 (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) 9 (د) $\frac{1}{9}$

8 $4^8 \div 4^5 =$ ....

(أ) 1^{13} (ب) 4^{13} (جـ) 4^3 (د) 4^4

9 $3^2 + 3^2 + 3^2 =$ ....

(أ) 3^3 (ب) 9^6 (جـ) 3^6 (د) 9^2

10 خُمس العدد 5^4 يساوى ....

(أ) 5×5^2 (ب) 5^2 (جـ) 5^5 (د) 5^0

11 المعكوس الجمعى للعدد $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}$ هو ....

(أ) $\frac{4}{9}$ (ب) $\frac{9}{4}$ (جـ) $\frac{-9}{4}$ (د) $\frac{-4}{9}$

12 $3^{-2} =$ ....

(أ) -9 (ب) 9 (جـ) $\frac{1}{9}$ (د) $\frac{-1}{9}$

13 $5^2 \times$ .... $= 1$

(أ) 2^5 (ب) 1 (جـ) 5^{-2} (د) 0

14 إذا كان: $\frac{64}{125} = \left(\frac{5}{4}\right)^x$ فإن: .... = x

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) -2 (د) -3

15 ضعف العدد 2^x يساوى ....

(أ) 4^x (ب) 2^{2x} (جـ) 2^{x+1} (د) x^4

16 أى الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

(أ) 0.23×10^7 (ب) -0.3×10^4 (جـ) 7×10^9 (د) 11.3×10^2

17 أى الأعداد الآتية ليس فى الصيغة العلمية؟

(أ) 6.23×10^4 (ب) 3.002×10^{-4} (جـ) 10.1×10^5 (د) 2.09×10^{-3}

18 إذا كان: $20 \times 4{,}000 = 8 \times 10^x$ ، فإن: .... = x

(أ) 4 (ب) 1,000 (جـ) 3 (د) 10

19 أى مما يلى يعبر عن العدد 12 ألفًا بالصيغة العلمية؟

(أ) 12×10^3 (ب) 120×10^2 (جـ) 1.2×10^4 (د) 12×10^{-3}

20 أى مما يأتى يساوى 0.000047 ؟

(أ) 4.7×10^{-4} (ب) 0.47×10^4 (جـ) 4.7×10^5 (د) 4.7×10^{-5}

21 إذا كان: $0.00245 = 2.45 \times 10^n$ فما قيمة n ؟

(أ) -4 (ب) -3 (جـ) -2 (د) 3

22 إذا كان العدد $a \times 10^7$ فى صيغته العلمية ، فأى مما يلى يمكن أن يكون قيمة a ؟

(أ) 30 (ب) 3 (جـ) 0.3 (د) 0.03

23 إذا كان: $a \times 10^{-4} = 723 \times 10^{-6}$، فإن: .... = a

(أ) 0.723 (ب) 72.3 (جـ) 7.23 (د) 723

24 .... = $\pm\sqrt{36}$

(أ) 6 (ب) -6 (جـ) ± 6 (د) ± 36

25 .... = $-\sqrt{\left(\frac{-2}{7}\right)^2}$

(أ) $\frac{-2}{7}$ (ب) $\frac{2}{7}$ (جـ) $\frac{7}{2}$ (د) $\frac{-7}{2}$

26 إذا كان: $\sqrt{a} = 11$ ، فما قيمة a ؟

(أ) 11 (ب) 22 (جـ) 111 (د) 121

27 .... = $\sqrt{\sqrt{10{,}000}}$

(أ) 1,000 (ب) 100 (جـ) 10 (د) 0.1

28 إذا كان: $\sqrt{100-64} = 10 - 2x$ ، فإن قيمة x تساوى ....

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 6

29 المعكوس الضربى للعدد: $\sqrt{\frac{9}{16}}$ هو ....

(أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{-3}{4}$ (جـ) $\frac{4}{3}$ (د) $\frac{16}{9}$

30 $\sqrt{225+400} = 15 + ...$

(أ) 25 (ب) 15 (جـ) 20 (د) 10

31 $\sqrt[3]{-125} = ...$

(أ) 5 (ب) ± 5 (جـ) -5 (د) -25

32 $\sqrt[3]{0.008} = ...$

(أ) -2 (ب) -0.2 (جـ) $\frac{1}{5}$ (د) 0.02

33 $\sqrt[3]{......} = 7$

(أ) 14 (ب) 21 (جـ) 49 (د) 343

34 إذا كان: $\sqrt{4} - = \sqrt[3]{x}$ ، فإن: $x = ...$

(أ) 8 (ب) 16 (جـ) -16 (د) -8

35 $\sqrt[3]{\frac{1000}{x}} = 5$ ، فإن: $x = ...$

(أ) 5 (ب) -5 (جـ) 8 (د) 200

36 مجموعة حل المعادلة: $\sqrt[3]{x^2} = 4$ فى Z تساوى ....

(أ) $\{4\}$ (ب) $\{-4\}$ (جـ) $\{8\}$ (د) $\{8, -8\}$

2 أكمل كلًّا مما يأتى:

1 $2^5 = ... \times ...... \times ...... \times ...... \times ......$

2 $\frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = (......)^{......}$

3 $2^4 = 4^{......}$

4 $\frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^{......}$

5 $3^{......}$ هى الصورة الأسية للعدد 81.

6 المعكوس الجمعى للعدد $\left(\frac{-5}{7}\right)^0$ يساوى ....

7 $a^5 \times ...... = a^8$.

8 $-7(C)^0 = ...$ ، حيث $C \neq 0$

9 إذا كان: $2^x = 2^6 + 2^6$ ، فإن: .... $5x =$

10 $-\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} =$ ....

11 إذا كان: $x = y$ ، فإن: .... $= \left(\frac{3}{4}\right)^{x-y}$

12 إذا كان: $a = \frac{3}{7}$ ، فإن: .... $= a^{-1}$

13 $\frac{3}{5^{-2}} =$ ....

14 $\left(\frac{2}{5}\right)^{3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{\cdots}$

15 $a^{-3} \times a^{5} = a^{\cdots}$ (حيث $a \neq 0$)

16 $L^{7} \div L^{\cdots} = L^{9}$ (حيث $L \neq 0$)

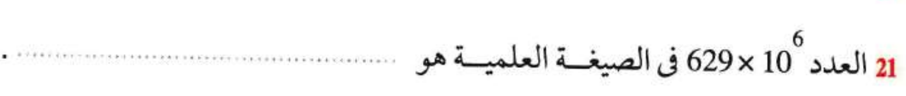
17 المعكوس الضربى للعدد $(3)^{-1}$ هو ....

18 العدد 17.23×10^{4} فى الصيغة العلمية هو ....

19 العدد 314×10^{-6} فى الصيغة العلميـة هو ....

20 العدد 0.023×10^{-3} فى الصيغة العلمية هو ....

21 العدد 629×10^{6} فى الصيغــة العلميــة هو ....



22 العدد 129 مليارًا فى الصيغــة العلميــة هو ....

23 العدد 830,000,000 فى الصيغة العلمية هو ....

24 العدد 0.0000189 فى الصيغة العلمية هو ....

25 العدد 7.2×10^{5} بالصـورة القياسيــة هو ....

26 العدد 6.5×10^{-3} بالصـورة القياسيــة هو ....

27 $\sqrt{10^2 - 6^2} = 10 -$ ....

28 $\sqrt{2\frac{1}{4}} =$ ....

29 $\sqrt{0.0049} =$ ....

30 المعكوس الضربى للعدد النسبى $\sqrt{\frac{10}{2.5}}$ يساوى ....

31 $\sqrt{25} = \sqrt{9} + \sqrt{\cdots}$

32 مجموع الجذرين التربيعين للعدد 36 هو ....

33 $\sqrt{25y^8} =$ ....

34 $\sqrt{\frac{9a^4 b^8}{16 c^2 d^{10}}} =$ ....

35 مربع مساحته $49x^2$ سنتيمتر مربع فإن طول ضلعه يساوى .... سنتيمتر، حيث $x > 0$.

36 $\sqrt[3]{-0.027} =$ ....

37 $\sqrt{25} - \sqrt[3]{-125} =$ ....

38 $\sqrt[3]{a^{12}} = \sqrt{\cdots}$

39 $\sqrt[3]{\cdots} = \sqrt{16}$

40 إذا كان : $x = \sqrt{9}$ ، $y = \sqrt[3]{-27}$ فإن: .... $xy =$

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية:

3 ضع علامة (< أو > أو =):

1 $(-3)^3$ .... 0 2 5^2 .... 2^5 3 3^4 .... 9^2

4 $(-1)^9$ .... $(-1)^8$ 5 $(-7)^2$ .... $-(7)^2$ 6 8^0 .... $(-1)^5$

7 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ .... $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$ 8 2.7×10^5 .... 0.27×10^6

9 7 ملايين .... 7×10^5 10 0.00029 .... 2.9×10^{-5}

11 6.1×10^{-3} .... 6.1×10^3 12 $\sqrt{64}$ .... $\sqrt[3]{64}$

13 $\sqrt{25}$ .... $-\sqrt[3]{-125}$ 14 $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ .... $\sqrt{\frac{1}{9}}$

---

4 اكتب كلًّا مما يأتى فى الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عددًا أوليًّا:

1 32 2 100 3 343 4 625

---

5 اكتب كلًّا مما يأتى بالصيغة العلمية:

1 $94{,}000{,}000$ 2 0.0000095 3 27 مليونًا   4 230×10^6

5 0.034 مليار   6 623×10^{-3}

---

6 اكتب كلًّا مما يأتى بالصورة القياسية:

1 2.4×10^3 2 1.94×10^{-2} 3 2.001×10^4 4 6.2×10^{-5}

---

7 أوجد فى أبسط صورة (علمًا بأن المقامات التى تشتمل على رموز أى من هذه الرموز لا يساوى صفرًا):

1 $(-2)^3 \times (-2)^2$ 2 $\left(\frac{2}{7}\right)^{-7} \div \left(\frac{2}{7}\right)^{-9}$ 3 $\frac{5^3 \times 5^5}{5 \times 5^6}$

4 $\frac{a^7 \times b^4}{a^5 \times b^6}$ 5 $\frac{(-6)^3 \times (-6)^{-2}}{(-6)^{-4} \times (-6)^3}$ 6 $\frac{a^2 \times a^{-7}}{a^{-3} \times a^5}$

7 $\frac{a^5\, b^6\, c^7}{a^3\, b^{-2}\, c^9}$ 8 $\frac{-7 \times 4^{-2} \times 3^4}{3 \times 7^{-1} \times 4^{-3}}$

9 $\left(\frac{8^3 \times 8^{-5}}{8^{-3}}\right)^{-1}$ 10 $\sqrt{1\frac{5}{4}} - \frac{3}{2}$

11 $\left(\frac{-3}{7}\right)^0 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \sqrt{6\frac{1}{4}}$ 12 $\left(\frac{5}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^0 \times \sqrt{\frac{25}{16}}$

13 $\left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \sqrt{\frac{64}{81}} - \left(\frac{3}{7}\right)^0$ 14 $\sqrt{\frac{9}{25}} + \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{5}\right)^0$

15 $\sqrt{\frac{16}{25}} + 5^{-1} - \left(\frac{4}{7}\right)^0$ 16 $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} \times \sqrt{\frac{25}{16}} \times \left(\frac{-2}{9}\right)^0$

17 $\sqrt[3]{-125} + \sqrt{25} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$ 18 $\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt[3]{\frac{-1}{8}} - \left(\frac{2}{3}\right)^0$

8 اكتب ناتج كل مما يأتى بالصيغة العلمية:



1. $(6.2 \times 10^4) \times (4.8 \times 10^3)$
2. $(6.3 \times 10^3) \div (0.9 \times 10^{-2})$
3. $(7.41 \times 10^5) + (2.34 \times 10^3)$
4. $(8.4 \times 10^{-7}) - (3.9 \times 10^{-3})$

9 رتب كلًّا مما يأتى ترتيبًا تنازليًّا:

1. 6.23×10^7 ، 0.623×10^9 ، 62.3×10^5
2. 92.3×10^{12} ، $923,000,000$ ، 0.923×10^{11}
3. 7.34×10^{-8} ، 0.0734×10^{-5} ، 73.4×10^{-6}

10 أوجد فى Z مجموعة الحل لكلٍّ من المعادلات الآتية:

1. $x^2 = 36$
2. $x^2 - 5 = 44$
3. $2x^2 + 3 = 53$
4. $3x^2 - 1 = 146$
5. $x^3 = 125$
6. $x^3 = -64$
7. $-x^3 = 8$
8. $2x^3 = 54$
9. $3x^3 - 12 = 180$
10. $5x^3 + 9 = 3x^3 + 11$
11. $(2x - 1)^3 - 2 = 25$

ثالثًا التحليل وتكامل المواد:

11 أوجد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية عند القيم المعطاة:

1. $(-b)^a$ عند $b = -7$ ، $a = 3$
2. $a^2 \times b^{-3}$ عند $b = 2$ ، $a = 4$
3. $(a - b)^{-4}$ عند $b = \frac{-1}{4}$ ، $a = \frac{1}{2}$

12 تبلغ حمولة إحدى السفن 160 طنًّا أوجد كتلة تلك الحمولة بالكجم بالصيغة العلمية.

13 يبلغ وزن الإلكترون حوالى $0.0009109 \times 10^{-27}$ كجم، أوجد وزن الإلكترون بالجرام بالصيغة العلمية.

14 إذا كان: $Z \in \overline{xy}$ و $(xz)^2 = 144$ ، $(yz)^2 = 49$، فأوجد طول $\overline{xy}$

15 إذا كانت مساحة مربع تساوى مساحة مستطيل بُعداه 4 سنتيمترات، 9 سنتيمترات، فاحسب طول ضلع المربع.

16 مكعب حجمه 729 وحدة مكعبة، أوجد مجموع أطوال أحرفه.

17 مكعب حجمه يساوى a^9 وحدة مكعبة، أوجد مساحة أحد أوجهه إذا كانت $a = 2$

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى مما يأتى يساوى $(-4)^3$؟

(أ) -8 (ب) -16 (جـ) -4 (د) -64

2 إذا كان عدد سكان العالم حوالى 8 مليارات نسمة، فما الصيغة العلمية لعدد سكان العالم؟

(أ) 8×10^{10} (ب) 8×10^{9} (جـ) 80×10^{8} (د) 8×10^{8}

3 $\sqrt{9} - \sqrt[3]{-27} = $ ....

(أ) 0 (ب) 9 (جـ) 6 (د) 27

2 أكمل كلًا مما يأتى:

1 مجموع الجذرين التربيعيين للعدد 49 يساوى ....

2 إذا كان $x^{-1} = \frac{3}{5}$ فإن: $x = $ ....

3 إذا كان $3^n = 3^4 + 3^4 + 3^4$ فإن: $n = $ ....

3 اختصر لأبسط صورة:

1 $\left(\frac{3}{7}\right)^5 \div \left(\frac{3}{7}\right)^3$

2 $\frac{5^5 \times 5^{-3}}{5^4}$

3 $\sqrt[3]{-1000} \times \sqrt{0.04}$

4 $\frac{a^{-1}}{b^2} \times \left(\frac{a^{-1}}{2b^2}\right)^{-1}$ حيث كل من $a \neq 0 , b \neq 0$

5 $\sqrt{\frac{64}{81}} - \sqrt[3]{\frac{-1}{729}} + \left(\frac{-3}{7}\right)^0$

6 $\frac{a^7 \times a^8 \times a^2}{a^3 \times a^9 \times a^5}$ حيث $a \neq 0$

4 أوجد قيمة x فى كل مما يأتى:

1 $x^3 + 1 = 0$

2 $x^2 = 16$

3 $\sqrt[3]{x} = -\sqrt{4}$

4 $3x^{-1} = 27$

5 $x^3 + 4 = 12$

6 $x^2 = \sqrt[3]{\sqrt{8^4}}$

5 اكتب الأعداد الآتية على الصيغة العلمية:

1 $\frac{1}{4}$ مليار

2 49×10^3

3 -0.04×10^{-6}

6 إذا كانت $a = \frac{-2}{3}$ ، $b = \frac{1}{2}$ فأوجد $a^{-2} - b^2$

7 مربع مساحته 144 سنتيمترًا مربعًا، احسب محيطه.

8 إذا كان حجم مكعب يساوى 125 سنتيمترًا مكعبًا، فاحسب طول حرفه.

تابع مستواك

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 المعكوس الضربى للعدد 5^{-2} هو ....

(أ) 5^{2} (ب) $\frac{1}{5^{2}}$ (جـ) 5^{-2} (د) -5^{-2}

2 $\sqrt[3]{x^{6}} = \sqrt{\ldots\ldots}$

(أ) x^{3} (ب) x^{2} (جـ) x (د) x^{4}

3 الصورة القياسية للعدد 2×10^{-3} هى ....

(أ) 2,000 (ب) 0.002 (جـ) 0.02 (د) 200

2 أكمل كلًّا مما يأتى:

1 $\sqrt{\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}} = \ldots\ldots\ldots$

2 إذا كان: $a = 7^{x}$ ، $b = 7^{-x}$ ، فإن: $ab = \ldots\ldots\ldots$

3 المعكوس الجمعى للعدد $\left(\frac{-1}{3}\right)^{0}$ هو ....

3 أوجد قيمة n فى كلٍّ مما يأتى:

1 $0.000046 = 4.6 \times 10^{n}$

2 $8,500,000 = n \times 10^{6}$

4 اختصر كلًّا مما يأتى لأبسط صورة:

1 $\frac{8^{10} \times 8^{-2}}{8^{5} \times 8}$

2 $\left(\frac{C^{-5}}{C^{-6}}\right)^{-1}$ حيث $C \neq 0$

3 $\sqrt{\frac{4a^{2}}{81b^{6}}}$ حيث $b \neq 0$

4 $\sqrt{\frac{81}{49}} + \left(\frac{3}{4}\right)^{0} + \sqrt[3]{\frac{125}{343}}$

5 **1** أوجد قيمة X فى كلٍّ مما يأتى:

(أ) $\frac{1}{2}x^{2} = 32$ (ب) $x^{3} - 1 = 999$ (جـ) $\sqrt[3]{x} = 5$

2 أوجد فى Z مجموعة الحل لكلٍّ من المعادلات الآتية:

(أ) $3x^{2} + 8 = 13 - 2x^{2}$ (ب) $(x+3)^{3} = -343$ (جـ) $(5x-2)^{2} + 10 = 19$

6 اكتب ناتج ما يلى على الصيغة العلمية:

1 $6,000 \times 500$

2 $\frac{1}{2}$ مليون $\div 0.0025$

3 $(3.8 \times 10^{3}) + (4.6 \times 10^{4})$

4 $(5.2 \times 10^{9}) - (8.5 \times 10^{8})$

7 مساحة مربع تساوى مساحة مثلث طول قاعدته 9 سم، وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة 8 سم، أوجد طول ضلع المربع.

8 إذا كان: $n = \sqrt{9}$ ، $m = \sqrt[3]{27}$، فأوجد قيمة: $n^{-2} m^{3}$

تابع مستواك

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر



الجبـــــر

دروس الوحدة

يستخدم الذكاء الاصطناعى (AI) فى تقديم حلول تفصيلية لبعض المسائل الجبرية المعقدة.

- **فهل يمكن استخدام تطبيقات الذكاء الاصطناعى فى إجراء عمليات جبرية تتضمن المعادلات والمتباينات؟**

القضايا والمهارات الحياتية:

- الفهم الرياضى.
- التفكير المنطقى.
- تكنولوجيا المعلومات.
- حل المشكلات.
- التفكير الإبداعى.

القيم:

- التعاون.
- احترام الآخر.
- المسئولية.
- تجنب المخاطر.
- تقدير الجمال.
- العمل.

الدرس 1

ذاكر

المتبايـنــات
(Inequalities)

$X < Y$

X Less than Y

$M > N$

M Greater than N

$c \leq d$

c Less than or equal to d

$a \geq b$

a Greater than or equal to b

نواتج التعلم

- يتعرف الطالب على متباينة الدرجة الأولى فى متغير واحد.
- يحل الطالب متباينة من الدرجة الأولى فى متغير واحد.
- يُكون الطالب متباينة من الدرجة الأولى فى متغير واحد.
- يستخدم الطالب خواص التباين فى حل المتباينة.

مفردات أساسية

- متباينــة (**Inequality**)
- أكبر من (**Greater Than**)
- أكبر من أو يساوى (**Greater Than or Equals**)
- أقل من (**Less Than**)
- أقل من أو يسـاوى (**Less Than or Equals**)

فكر وناقش:

إذا أبطأ أسامـة سرعة سيارته بمقدار 15 كم/ ساعة عند وصوله إلى منطقة سكنية الحد الأقصى للسرعة عندهـا 20 كم/ ساعة، ولم يتجـاوز حـد السرعـة المسموح به، **فأى مما يلى يعبر عن سرعة السيارة (x) قبل الوصول للمنطقة السكنية؟**



$x - 15 \leqslant 20$ $\qquad$ $x + 15 \leqslant 20$ $\qquad$ $x - 15 > 20$

فى هذا الدرس، سوف نتعلم تكوين وحل متباينة الدرجة الأولى فى متغير واحد، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

تعلم 1 مفهوم المتباينة :

المتباينة: هى جملة رياضية تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما إحدى العلامات: ($<$ أو $>$ أو $\leqslant$ أو $\geqslant$)

فمثلًا:
- المتباينة $2 < x$ تقرأ 2 أقل من x ، • المتباينة $x > 2$ تقرأ x أكبر من 2
- المتباينة $x < -7$ تقرأ ← x أقل من -7
- المتباينة $x \geqslant 5$ تقرأ ← x أكبر من أو تساوى 5
- المتباينة $3x + y \leqslant 10$ تقرأ ← $3x$ زائد y أقل من أو تساوى 10
- المتباينة $2x - 5 > 3$ تقرأ ← $2x$ ناقص 5 أكبر من 3

لاحظ أن
المتباينة $x > 2$
هى نفسها $2 < x$

مثال 1 أى مما يأتى يمثل متباينة مع بيان السبب؟

1. $4x + 5 = 9$
2. $2x \geqslant 12$
3. $7x$
4. $3x + 4 < -1$

الحل

1. $4x + 5 = 9$ لا تمثل متباينة ولكنها تمثل **معادلة** لأنها تحتوى على علامة (=)
2. $2x \geqslant 12$ تمثل متباينة لأنها تحتوى على علامة التباين ($\geqslant$)
3. $7x$ لا تمثل متباينة لأنها حد جبرى.
4. $3x + 4 < -1$ تمثل متباينة لأنها تحتوى على علامة ($<$)

متباينة الدرجة الأولى فى متغير واحد: هى متباينة تحتوى على متغير واحد فقط مرفوع لأس واحد.

فمثلًا:

$2x \geqslant 6$	$5x - 3 < 1$	$4x + 1 \leqslant 2x - 3$
المتغير x والأس واحد	المتغير x والأس واحد	المتغير x والأس واحد

تعلم 2 كتابة المتباينة :

- عند التعبير عن المشاكل التى تصادفنا فى بعض المواقف الحياتية يمكننا أحيانًا تحويل هذه المواقف إلى متباينات لحل تلك المشاكل.

مثال 2 اختر الإجابة الصحيحة:

1. ما المتباينة التى تعبر عن درجة الحرارة x أقل من 40° ؟
(أ) $x < 40^\circ$ (ب) $x > 40^\circ$ (جـ) $x \leqslant 30^\circ$ (د) $x \geqslant 40^\circ$
2. أى من المتباينات الآتية تعبر عن الموقف التالى «يحتاج عمر إلى ساعتين على الأقل لحل الواجب»؟
(أ) $x < 2$ (ب) $x \leqslant 2$ (جـ) $x > 2$ (د) $x \geqslant 2$
3. ما المتباينة التى تعبر عن أن ضعف العدد x مطروحًا منه 3 أكبر من 7 ؟
(أ) $2x - 3 > 7$ (ب) $2x - 3 < 7$ (جـ) $2x < 7$ (د) $2x > 7$

لاحظ أن
- (على الأقل أو ألا يقل) تعنى: «أكبر من أو تساوى».
- (على الأكثر أو ألا يزيد) تعنى: «أقل من أو تساوى».

الحل

1. المتباينة هى: $x < 40^\circ$
2. المتباينة هى: $x \geqslant 2$
3. المتباينة هى: $2x - 3 > 7$

سؤال 1

عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة:

1. يجب ألا يقل عمرك عن 16 سنة لاستخراج بطاقة الرقم القومى.
2. يجب حفظ الدواء فى درجة حرارة لا تزيد عن 30°
3. للاشتراك فى فريق كرة السلة يجب ألا يقل طولك عن 160سم.

تعلم 3 حل المتباينة :

حل المتباينة: هو إيجاد قيم المتغير التى تحقق المتباينة.

مجموعة التعويض: هى المجموعة التى تنتمى إليها القيم المحتملة للمتغير فى المتباينة.

مجموعة الحل: هى مجموعة القيم التى تنتمى لمجموعة التعويض وتحقق المتباينة. **«أى أن مجموعة الحل مجموعة جزئية من مجموعة التعويض»**

لاحظ أن

عند حل المتباينة من الدرجة الأولى فى متغير واحد نستخدم نفس الطريقة المتبعة فى حل المعادلات من الدرجة الأولى فى متغير واحد مع مراعاة خواص التباين.

خواص التباين

إذا كانت A ، B ، C ثلاثة أعداد، **فإن لهذه الأعداد الخواص الآتية:**

1 خاصية الجمع أو الإضافة:

إذا كان: $A > B$ فإن: $A + C > B + C$

فمثلًا: إذا كان: $7 > 5$ فإن: $7 + 1 > 5 + 1$ ومنها: $8 > 6$

أى أن: عند جمع (أو إضافة) نفس العدد إلى طرفى المتباينة فإنها تبقى صحيحة.

2 خاصية الطرح أو الحذف:

إذا كان: $A > B$ فإن: $A - C > B - C$

فمثلًا: إذا كان: $7 > 5$ فإن: $7 - 3 > 5 - 3$ ومنها: $4 > 2$

أى أن: عند طرح (أو حذف) نفس العدد من طرفى المتباينة فإنها تبقى صحيحة.

3 خاصية الضرب:

إذا كان: $A > B$ فإن:
- $A \times C > B \times C$ إذا كان: $C > 0$
- $A \times C < B \times C$ إذا كان: $C < 0$

فمثلًا: إذا كان: $4 > 3$ فإن:
- $4 \times 5 > 3 \times 5$ ومنها: $20 > 15$
- $4 \times (-5) < 3 \times (-5)$ ومنها: $-20 < -15$

أى أن:
- عند ضرب طرفى المتباينة فى عدد موجب فإنها تبقى صحيحة.
- عند ضرب طرفى المتباينة فى عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

4 خاصية القسمة:

إذا كان: $A > B$ فإن:
- $\frac{A}{C} > \frac{B}{C}$ إذا كان: $C > 0$
- $\frac{A}{C} < \frac{B}{C}$ إذا كان: $C < 0$

فمثلًا: إذا كان: $6 > 4$ فإن:
- $\frac{6}{2} > \frac{4}{2}$ ومنها: $3 > 2$
- $\frac{6}{-2} < \frac{4}{-2}$ ومنها: $-3 < -2$

أى أن:
- عند قسمة طرفى المتباينة على عدد موجب فإنها تبقى صحيحة.
- عند قسمة طرفى المتباينة على عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

نقاط هامة

إذا كان: $A > B$ فإن: $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ حيث: A ، B موجبان معًا أو سالبان معًا.

فمثلًا: إذا كان: $5 > 2$ فإن: $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$

مثال 3 أوجد مجموعة حل المتباينة: $2x + 1 \leqslant 5$

إذا كانت مجموعة التعويض: 1 N 2 Z 3 Q

الحل

$2x + 1 \leqslant 5$

$\therefore 2x + 1 - 1 \leqslant 5 - 1$ (بطرح 1 من الطرفين)

$\therefore 2x \leqslant 4$

$\therefore \frac{2x}{2} \leqslant \frac{4}{2}$ (بقسمة الطرفين على 2)

$\therefore x \leqslant 2$

1 مجموعة الحل فى N هى: $\{0, 1, 2\}$

2 مجموعة الحل فى Z هى: $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2\}$

3 مجموعة الحل فى Q هى: $\{x : x \in Q \text{ ، } x \leqslant 2\}$

حل آخر (لتنوع الاستراتيجيات يمكن الحل بعكس العملية)

$2x + 1 \leqslant 5$

$\therefore 2x \leqslant 5 - 1$

$\therefore 2x \leqslant 4$

$\therefore x \leqslant \frac{4}{2}$

$\therefore x \leqslant 2$

لاحظ أن

مجموعة الحل فى Q **تكتب بطريقة الصفة المميزة.**

مثال 4 أوجد مجموعة حل المتباينة: $9 - 6x < 15$

إذا كانت مجموعة التعويض: 1 N 2 Z 3 Q

الحل

$9 - 6x < 15$

$\therefore 9 - 6x - 9 < 15 - 9$ (بطرح 9 من الطرفين)

$\therefore -6x < 6$

$\therefore \frac{-6x}{-6} > \frac{6}{-6}$ (بقسمة الطرفين على 6 – مع تغيير اتجاه علامة التباين)

$\therefore x > -1$

1 مجموعة الحل فى N هى: $\{0, 1, 2, \dots\}$

2 مجموعة الحل فى Z هى: $\{0, 1, 2, \dots\}$

3 مجموعة الحل فى Q هى: $\{x : x \in Q \text{ ، } x > -1\}$

حل آخر (لتنوع الاستراتيجيات)

$9 - 6x < 15$

$\therefore -6x < 15 - 9$

$\therefore -6x < 6$

$\therefore x > \frac{6}{-6}$

$\therefore x > -1$

مثال 5 أوجد فى Z مجموعة حل المتباينة: $4x + 3 \leqslant 6x + 11$

الحل

$4x + 3 \leqslant 6x + 11$

$\therefore 4x - 6x + 3 \leqslant 6x - 6x + 11$ (بطرح $6x$ من الطرفين)

$\therefore -2x + 3 \leqslant 11$

$\therefore -2x + 3 - 3 \leqslant 11 - 3$ (بطرح 3 من الطرفين)

$\therefore -2x \leqslant 8$

$\therefore \frac{-2x}{-2} \geqslant \frac{8}{-2}$ (بقسمة الطرفين على 2– ومع تغيير اتجاه علامة التباين)

$\therefore x \geqslant -4$

$\therefore$ مجموعة الحل فى Z هى: $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, \dots\}$

حل آخر

$4x + 3 \leqslant 6x + 11$

$\therefore 4x - 6x \leqslant 11 - 3$

$\therefore -2x \leqslant 8$

$\therefore x \geqslant \frac{8}{-2}$

$\therefore x \geqslant -4$

مثـال 6 أوجد فى كل من Q ، N مجموعة حل المتباينة: $2(x+5)-3<2$

الحـل

$2(x+5)-3<2$

$\therefore 2x+10-3<2$ (خاصية التوزيع)

$\therefore 2x+7<2$

$\therefore 2x+7-7<2-7$ (بطرح 7 من الطرفين)

$\therefore 2x<-5$

$\therefore \frac{2x}{2}<\frac{-5}{2}$ (بقسمة الطرفين على 2)

$\therefore x<\frac{-5}{2}$

∴ مجموعة الحل فى Q هى: $\{x : x \in Q \text{ ، } x<\frac{-5}{2}\}$ ، مجموعة الحل فى N هى: $\varnothing$

مثـال 7

يحتاج حمزة إلى توفير 250 جنيهًا على الأقل لشراء لعبة جديدة، وكان لديه بالفعل 100 جنيه ويستطيع توفير 20 جنيهًا كل أسبوع من مصروفه. **اكتب متباينة وحلها، ثم أوجد أقل عدد من الأسابيع سيحتاج إليها حمزة لتوفير المال لشراء اللعبة.**

الحـل

نفرض أن عدد الأسابيع التى يحتاج إليها حمزة x

$\therefore 20x+100 \geqslant 250$

$\therefore 20x+100-100 \geqslant 250-100$ (بطرح 100 من الطرفين)

$\therefore 20x \geqslant 150$

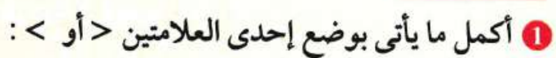
$\therefore \frac{20x}{20} \geqslant \frac{150}{20}$ (بقسمة الطرفين على 20)

$\therefore x \geqslant 7.5$

∴ يحتاج حمزة إلى 8 أسابيع على الأقل حتى يوفر ثمن اللعبة.



سؤال 2



1 أكمل ما يأتى بوضع إحدى العلامتين $<$ أو $>$:

(أ) إذا كان $a>0$ ، $b>0$ وكان $a>b$ فإن: $\frac{1}{a}$ .... $\frac{1}{b}$

(ب) إذا كان $a>b$ ، $x=-2$ فإن: ax .... bx

(جـ) إذا كان $A>B$ ، C أى عدد فإن: $A-C$ .... $B-C$

(د) إذا كان $-2x>6$ فإن: x .... -3

2 أوجد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية إذا كانت مجموعة التعويض Q , Z , N:

(أ) $2x+5>15$ (ب) $4-6x \leqslant 10$

(جـ) $8x-3x+3<29$ (د) $9x+1 \geqslant 4(2x+\frac{1}{4})$

(هـ) $3(x+2) \geqslant -2(x+1)$ (و) $\frac{4x-6}{2}<\frac{5(x-1)}{3}$ **(إرشـاد: اضرب طرفى المتباينة فى 6)**



الـدرس 1

تذكر فهم تطبيق تحليل

مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ما المتباينة التى تعبر عن أن درجة الطالب x فى أحد الاختبارات لا بد أن تزيد على 7؟

(أ) $x > 7$ (ب) $x \geq 7$ (جـ) $x < 7$ (د) $x \leq 7$

2 ما المتباينة التى تعبر عن أن درجة الحرارة x أقل من 50°؟

(أ) $x > 50^\circ$ (ب) $x \geq 50^\circ$ (جـ) $x < 50^\circ$ (د) $x \leq 50^\circ$

3 ما المتباينة التى تعبر عن أن ثلاثة أمثال العدد x أكبر من أو يساوى 4؟

(أ) $3x < 4$ (ب) $3x \leq 4$ (جـ) $x - 3 \geq 4$ (د) $3x \geq 4$

4 ما المتباينة التى تعبر عن أن ضعف العدد x أقل من 5؟

(أ) $x + 2 < 5$ (ب) $x - 2 < 5$ (جـ) $2x < 5$ (د) $2x > 5$

5 ما المتباينة التى تعبر عن ألا يقل عمر المتقدم لوظيفة معينة عن 30 سنة؟

(أ) $x > 30$ (ب) $x \geq 30$ (جـ) $x < 30$ (د) $x \leq 30$

6 ما المتباينة التى تعبر عن الموقف التالى: «يحتاج عمر إلى ثلاث ساعات على الأقل لحل الواجب»؟

(أ) $x < 3$ (ب) $x \leq 3$ (جـ) $x > 3$ (د) $x \geq 3$

7 ما المتباينة التى تعبر عن الموقف التالى: «حمولة المصعد 6 أفراد على الأكثر»؟

(أ) $x > 6$ (ب) $x \geq 6$ (جـ) $x < 6$ (د) $x \leq 6$

8 إذا كانت $x \in Z$ ، $x + 2 < 7$ فأى مما يأتى يمكن أن يكون إحدى قيم العدد x؟

(أ) 4 (ب) 5 (جـ) 6 (د) 7

9 إذا كانت $x \in N$ ، $x - 1 > 4$ فأى مما يأتى يمكن أن يكون إحدى قيم العدد x؟

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 7

10 أى المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى Z هو $x = -4$ ؟

(أ) $x > -3$ (ب) $x < -3$ (جـ) $x > -4$ (د) $x < -4$

11 أى من المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى Z هو $x = -7$؟

(أ) $x > -7$ (ب) $x < -7$ (جـ) $x > -6$ (د) $-x \geq -7$

12 أى من المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى Z هو $x = 2$؟

(أ) $-x \geq 2$ (ب) $-x < 4$ (جـ) $x > 2$ (د) $-x < -3$

13 أى من المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى Q هو $x = -4$؟

(أ) $x-2 \geq -4$ (ب) $2x > -8$ (جـ) $x+2 > -3$ (د) $-x > 4$

14 أى من المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى N هو $x = 1$؟

(أ) $-x < 2$ (ب) $x < -1$ (جـ) $x - 2 \leq -4$ (د) $-x < -1$

2 أكمل ما يأتى:

1 المتباينة التى تعبر عن أن راتب الموظف x أكبر من 4000 جنيه هى ....

2 المتباينة التى تعبر عن أن السرعة القصوى لسيارة 80 كم/ ساعة هى ....

3 المتباينة التى تعبر عن أن عمرك يجب ألا يقل عن 17 سنة لاستخراج بطاقة تحقيق شخصية هى ....

4 المتباينة التى تعبر عن أن العدد الذى إذا طرح من ضعفه 5 كان الناتج أقل من 7 هى ....

5 المتباينة التى تعبر عن عدد إذا طرح من خمسة أمثاله 17 كان الناتج أقل من أو يساوى 8 هى ....

6 المتباينة التى تعبر عن العدد الذى إذا أضيف إلى ثلاثة أمثاله 2 كان الناتج أكبر من 5 هى ....

7 المتباينة التى تعبر عن العدد الذى إذا أضيف إلى نصفه 7 كان الناتج أكبر من أو يساوى 3 هى ....

8 مجموعة حل المتباينة: $x + 2 < 1$ فى N هى ....

9 مجموعة حل المتباينة: $2x + 3 < 5$ فى N هى ....

10 أراد معلم شراء 7 أقلام لتوزيعها على طلابه المتفوقين، بحيث لا يتعدى ما ينفقه 200 جنيه شاملة 32 جنيهًا مصاريف شحن، فإن المتباينة التى تعبر عن ثمن شراء القلم الواحد هى ....، ويكون أقصى سعر للقلم الواحد هو .... جنيه.

3 أوجد فى N مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

1 $x + 3 \geq 5$

2 $x - 2 > 1$

3 $3x + 1 \leq 13$

4 $4x + 5 < 13$

5 $2x + 7 < 5$

6 $-2x \leq 0$

7 $2 - 3x < 5$

8 $2x - 3 < 7$

9 $-x < 2$

4 أوجد فى Z مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

1 $x + 5 > 2$

2 $\frac{1}{2}x + 7 < 6$

3 $\frac{3}{4}x + 8 > 2$

4 $5 - 3x \geq 14$

5 $2(3 - 2x) < 4$

6 $3x + 7 < 7x + 3$

5 أوجد فى Q مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

1 $2(x + 5) - 3 < 12$

2 $x - 2 \leq 3x + 7$

3 $3(x - 7) \geq 7(x - 3)$

4 $1 + \frac{2x}{3} \geqslant \frac{x}{2}$

6 أراد أب شراء 3 فطائر بيتزا من نفس النوع، بحيث لا يتعدى ما ينفقه 400 جنيه شاملة 40 جنيهًا مصاريف توصيل:

1 اكتب متباينة تعبر عن ثمن البيتزا الواحدة. **2** حل المتباينة لإيجاد أقصى سعر للبيتزا الواحدة.

7 **اكتشف الخطأ:**

1 قام كل من أحمد وإيهاب بحل المتباينة $5 - 2x < 11$ فى Z ، **أى منهما** اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل؟ .. **ناقش**

حل أحمد:	حل إيهاب:
$5 - 2x < 11$	$5 - 2x < 11$
$-2x < 11 - 5$	$-2x < 11 - 5$
$-2x < 6$	$-2x < 6$
$\frac{-2x}{-2} < \frac{6}{-2}$	$\frac{-2x}{-2} > \frac{6}{-2}$
$x < -3$	$x > -3$
مجموعة الحل = {... , -6 , -5 , -4}	مجموعة الحل = {... , 0 , -1 , -2}

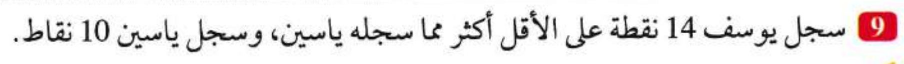
2 عند حل المتباينة $\frac{-x}{0.8} \geqslant \frac{2}{-0.4}$ فى Z

الحل 1	الحل 2
$\frac{-x}{0.8} \geqslant \frac{2}{-0.4}$	$\frac{-x}{0.8} \geqslant \frac{2}{-0.4}$
بضرب طرفى المتباينة فى 0.4–	بضرب طرفى المتباينة فى 0.8–
$2 \leqslant 2x$	
$1 \leqslant x$	$4 \leqslant x$
مجموعة الحل = {... , 3 , 2 , 1}	مجموعة الحل = {... , 6 , 5 , 4}

8 تشترط إحدى شركات الطيران ألا تزيد كتلة الأمتعة عن 46 كجم. فإذا كان مع راكب حقيبتان وكانت كتلة الحقيبة الأولى 17 كجم. **فاكتب** المتباينة التى تعبر عن الكتلة المسموح بها للحقيبة الثانية.

- **حل** المتباينة **وأوجد** أقصى كتلة للحقيبة الثانية.

9 سجل يوسف 14 نقطة على الأقل أكثر مما سجله ياسين، وسجل ياسين 10 نقاط.



- **اكتب** متباينة تبين عدد النقاط التى سجلها يوسف وحلها.
- **ثم أوجد** أقل عدد من النقاط التى سجلها يوسف.



10 سجل مروان 12 نقطة على الأقل أكثر مما سجله رامى، وسجل رامى 15 نقطة.

- **اكتب** متباينة تبين عدد النقاط التى سجلها مروان وحلها.
- **ثم أوجد** أقل عدد من النقاط التى سجلها مروان.

11 يحتاج فادى إلى توفير 4000 جنيه على الأقل لشراء هاتف محمول، ولديه بالفعل 1000 جنيه ويستطيع توفير 200 جنيه كل أسبوع.

- **اكتب** متباينة تبين عدد الأسابيع وحلها.
- **أوجد** أقل عدد من الأسابيع سيحتاج إليها فادى لتوفير المال لشراء الهاتف.

12 إذا كان أقصى عدد لأشخاص يستطيع مصعد حملهم هو 4 أفراد بحيث لا يتعدى مجموع كتلتهم 300 كجم، فإذا كان بالمصعد 3 أشخاص مجموع كتلتهم 225 كجم **فاكتب** متباينة تعبر عن الكتلة x كجم للشخص الرابع الذى يمكنه أن يصعد إلى المصعد دون الإخلال بإرشادات الأمن والسلامة؟ **وحل** المتباينة لإيجاد أقصى قيمة لـ x؟

13 تريد نور جمع 350 كتابًا على الأقل لإنشاء مكتبة صغيرة، لديها بالفعل 150 كتابًا وتشترى 20 كتابًا جديدًا كل أسبوع.

- **اكتب** متباينة تبين عدد الأسابيع وحلها.
- **أوجد** أقل عدد من الأسابيع التى تحتاج إليها نور لجمع الكتب المطلوبة.

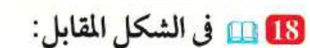
14 تريد علياء شراء بعض القمصان لإحدى الجمعيات الخيرية، إذا كان ثمن القميص الواحد 240 جنيهًا ولديها بطاقة خصم 400 جنيه وميزانية لا تزيد على 3200 جنيه.

- **اكتب** متباينة وحلها.
- **أوجد** أقصى عدد من القمصان يمكنها شراؤها من نفس النوع.

15 **أوجد** أصغر ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها أكبر من 96.

16 **أوجد** أصغر ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها أكبر من 100 .

تحد نفسك



17 **أوجد** مجموعة حل كل من المتباينات الآتية فى Z ثم أوجد قيم x الصحيحة التى تحقق المتباينتين معًا

$5x-2>3$ ، $7-x\geq 3$

18 فى الشكل المقابل:

ما قيم x الصحيحة الممكنة؟

إرشاد: طول أى ضلع فى المثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما.

19 إذا كانت $a<0$ ، $b<0$ وكانت $a<b$ **فأيهما أكبر** $\frac{1}{a}$ أم $\frac{1}{b}$؟

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 المتباينة $-x < 1$ هى نفسها المتباينة ....

(أ) $x > -1$ (ب) $x < -1$ (جـ) $x - 1 > 0$ (د) $x < 1$

2 مجموعة حل المتباينة: $0 \leq 2x - 1$ فى N هى ....

(أ) $\varnothing$ (ب) $\{0 , 1\}$ (جـ) $\{0\}$ (د) $\{\frac{1}{2} , 0\}$

3 المتباينة التى تعبر عن «مطلوب محاسب لا تقل خبرته عن 3 سنوات» هى ....

(أ) $x \geq 3$ (ب) $x > 3$ (جـ) $x < 3$ (د) $x \leq 3$

4 إذا كانت $x \in Z$ ، $3 - x < 2$ فأى مما يأتى يمكن أن تكون إحدى قيم العدد x؟

(أ) -4 (ب) 5 (جـ) 6 (د) 7

5 مجموعة حل المتباينة: $1 \leq x + 4$ فى N هى...............

(أ) $\{-3\}$ (ب) $\{0\}$ (جـ) $\{-4\}$ (د) $\varnothing$

2 أكمل ما يأتى:

1 المتباينة التى تعبر عن: «يجب ألا تزيد كتلة حقيبة السفر عن 7 كجم لتستطيع حملها داخل كابينة الطائرة» هى ....

2 المتباينة التى تعبر عن عدد ما إذا طرح من أربعة أمثاله 7 كان الناتج أقل من 5 هى ....

3 المتباينة التى تعبر عن أن عددًا ما إذا أضيف إلى ضعفه 5 كان الناتج أكبر من أو يساوى 11 هى ....

4 مجموعة حل المتباينة: $7 \leq 2x - 1$ فى N هى ....

5 مجموعة حل المتباينة: $1 > x + 5$ فى Z هى ....

3 أجب عما يأتى:

1 أوجد فى N مجموعة حل المتباينة: $5x + 7 \leq 2$

2 أوجد فى Z مجموعة حل المتباينة: $1 \leq \frac{1}{3}x + 3$

3 أوجد فى Q مجموعة حل المتباينة: $5 - 4x > 13$

4 اكتشف الحل الخطأ عند حل المتباينة: $-3x < 15$ فى Z

الحل 1	الحل 2
$-3x < 15$	$-3x < 15$
بقسمة طرفى المتباينة على 3-	بقسمة طرفى المتباينة على 3-
$x > \frac{15}{-3}$	$x < \frac{15}{-3}$
$x > -5$	$x < -5$
مجموعة الحل = $\{-4 , -3 , -2 , ...\}$	مجموعة الحل = $\{-6 , -7 , -8 , ...\}$

تابع مستواك ★★★★★

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر



الـدرس 2

ذاكر

ضرب حد جبرى فى حد جبرى أو مقدار جبرى

(Multiplying Algebraic Term by Algebraic Term or Algebraic Expression)

$a(b+c) = ab + ac$

نواتج التعلم

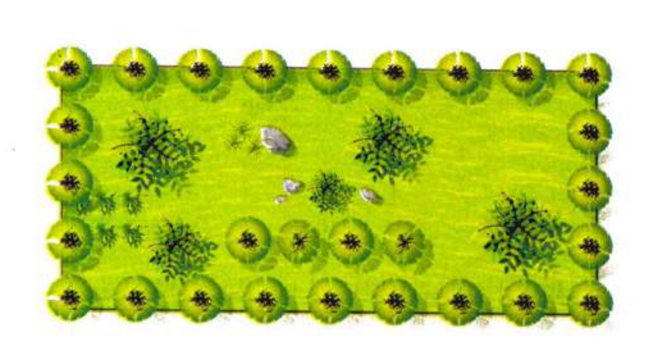
- يضرب الطالب حدًّا جبريًّا فى حد جبرى آخر.
- يضرب الطالب حدًّا جبريًّا فى مقدار جبرى مكون من حدين أو أكثر.

مفردات أساسية

- حد جبرى (Algebraic Term)
- ضرب (Multiplying)
- مقدار جبرى (Algebraic Expression)
- حاصل ضرب (Product)

فكر وناقش:

إذا كان لدينا حديقة مستطيلة الشكل طولها ضعف عرضها مضافًا إليه متران، فإذا كان عرض الحديقة (x) متر، فكيف يمكن حساب مساحة هذه الحديقة؟



∵ عرض الحديقة هو x متر

∴ طول الحديقة هو $(2x + 2)$ متر

نعلم أن: مساحة المستطيل تساوى الطول × العرض

فيكون: مساحة الحديقة = $x(2x + 2)$ متر مربع

والآن كيف يمكن التعبير عن مساحة هذه الحديقة فى أبسط صورة؟

للإجابة عن هذا السؤال وغيره من مثل هذه المسائل سوف نتعلم كيفية ضرب الحدود الجبرية، وضرب حد فى مقدار جبرى.

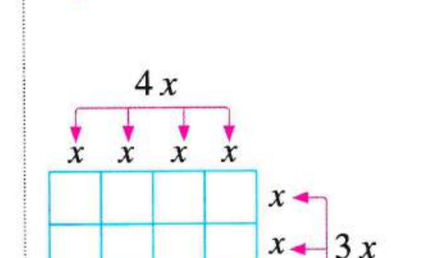
تعلم 1 ضرب حد جبرى فى حد جبرى آخر:



عند ضرب حد جبرى فى حد جبرى آخر نتبـع الآتى:

1. نضرب المعاملات مع تطبيق قاعدة الإشارات.
2. نضرب الرموز الجبرية (المتغيرات) مع مراعاة جمع أسس المتغيرات التى لها نفس الأساس.

وبالتالى: $a x^{m} \times b x^{n} = a \times b x^{m+n}$ (جمع الأسس – ضرب المعاملات)



فمثلًا: لإيجاد مساحة المستطيل المبين فى الرسم المقابل:

$4x \times 3x = (4 \times 3)\, x^{1+1}$

$= 12\, x^2$

مثـال 1 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1. $(3x^2)\ (9x)$
2. $(\frac{1}{5}\ell^3)\ (-25\ell^2)$
3. $(-2a^2b^2)\ (-5b^2a)$
4. $(\frac{21}{2}x^3yz^2)\ (\frac{-4}{7}yx)$

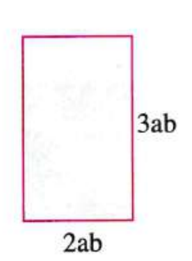
الحـل

1. $(3x^2) \times (9x) = (3 \times 9)\, x^{2+1} = 27\, x^3$
2. $(\frac{1}{5}\ell^3) \times (-25\ell^2) = \left(\frac{1}{5} \times (-25)\right) \ell^{3+2} = -5\,\ell^5$
3. $(-2a^2b^2) \times (-5b^2a) = \left(-2 \times (-5)\right) a^{2+1}\, b^{2+2} = 10\, a^3\, b^4$
4. $(\frac{21}{2}x^3yz^2) \times (\frac{-4}{7}yx) = \left(\frac{21}{2} \times (\frac{-4}{7})\right) x^{3+1}\, y^{1+1}\, z^2 = -6\, x^4\, y^2\, z^2$

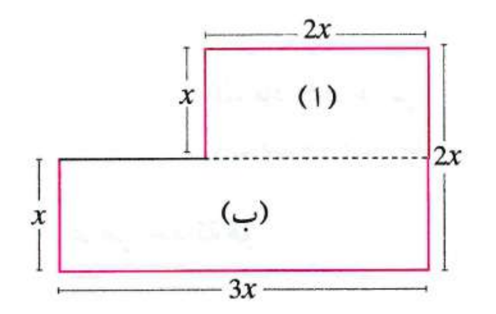
مثـال 2 أوجد فى أبسط صورة المقدار الجبرى الذى يعبر عن المساحة الكلية للجزء المظلل فى الشكلين الآتيين:

«علمًا بأن الوحدات المستخدمة فى القياس هى وحدات طول».

1.



2.



الحـل

1. مساحة (المستطيل) الجزء المظلل = الطول × العرض

$2ab \times 3ab = (2 \times 3)\, a^{1+1}\, b^{1+1}$

$= 6\, a^2\, b^2$ (وحدة مساحة)

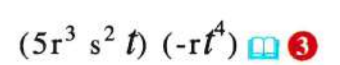
2. مساحة الجزء المظلل =

مساحة المستطيل (١) + مساحة المستطيل (ب)

$2x \times x + 3x \times x = 2x^2 + 3x^2$

$= 5\, x^2$ (وحدة مساحة)

سؤال 1 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1. $(3a^2)\ (8b)$
2. $(\frac{-3}{4}\ell^2 m)\ (\frac{-4}{3}\ell m^2)$
3.  $(5r^3\, s^2\, t)\ (-rt^4)$

تعلم 2 ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى ذى حدين أو أكثر:



عند ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى نضرب هذا الحد فى جميع حدود المقـدار الجبرى باستخدام خاصية التوزيع كالآتى:

$$a(b \pm c) = ab \pm ac$$

فمثلًا: لإيجاد حاصل ضرب (4ℓ) فى $(m + 2)$ نتبع إحدى الطرق الآتيـة:

أولًا: الطريقة الأفقيـة	ثانيًا: الطريقة الرأسيـة	ثالثًا: طريقة نموذج المستطيل
$4\ell\,(m+2) = 4\ell m + 8\ell$	$\begin{array}{r} m+2 \\ \times\ 4\ell \\ \hline 4\ell m + 8\ell \end{array}$	مستطيل أبعاده 4ℓ و m ، 2 : $4\ell m$ ، 8ℓ $4\ell\,(m+2) = 4\ell m + 8\ell$

مثـال 3 أوجد ناتج كل مما يأتى:

1. $x\,(2x+1)$
2. $(x^2 - 4x)\ 3x$
3. $-2ab(a^2 - 3b^2 + ab^2)$

الحـل

1. $x\,(2x+1)$
$= x\,(2x) + x\,(1)$
$= 2x^2 + x$

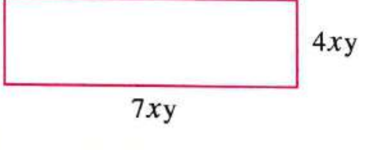
2. $\begin{array}{r} x^2 - 4x \\ \times\ 3x \\ \hline 3x^3 - 12x^2 \end{array}$

3. $-2ab(a^2 - 3b^2 + ab^2)$
$= (-2ab)\,(a^2) - (-2ab)\,(3b^2) + (-2ab)(ab^2)$
$= -2a^3b + 6ab^3 - 2a^2b^3$

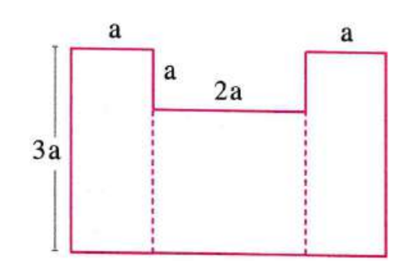
سؤال 2

1. أوجد فى أبسط صورة المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الجزء المظلل فى كل شكل مما يلى:
«علمًا بأن الوحدات المستخدمة فى القياس هى وحدات طول».

(أ)



(ب)



2. أوجد ناتج كل مما يأتى:

(أ) $2(\ell^2 + 2\ell)$
(ب) $-2mn\,(m^2n + 5n)$
(جـ) $(2a - 5b - 4)\ 7ab$
(د) $-x^2\,(y^2 - 3x + 3xy)$

مثال 4 اختصر لأبسط صورة:

1 $x(2y - x) + 3x^2$

2 $2a(a+4) + 5(a-2)$

3 $3mn - 3(m - n + mn)$

4 $4(3x^2 + 5x) - x(x^2 - 7x + 8)$

الحل

1
$x(2y - x) + 3x^2 = (x)(2y) - (x)(x) + 3x^2$ (خاصية التوزيع)
$= 2xy - x^2 + 3x^2$ (ضرب الحدود)
$= 2xy + 2x^2$ (تجميع الحدود المتشابهة)

2
$2a(a+4) + 5(a-2) = (2a)(a) + (2a)(4) + (5)(a) + (5)(-2)$ (خاصية التوزيع)
$= 2a^2 + 8a + 5a - 10$ (ضرب الحدود)
$= 2a^2 + 13a - 10$ (تجميع الحدود المتشابهة)

3
$3mn - 3(m - n + mn) = 3mn + (-3)(m) - (-3)(n) + (-3)(mn)$ (خاصية التوزيع)
$= 3mn - 3m + 3n - 3mn$ (ضرب الحدود)
$= -3m + 3n$ (تجميع الحدود المتشابهة)

4
$4(3x^2 + 5x) - x(x^2 - 7x + 8)$
$= (4)(3x^2) + (4)(5x) + (-x)(x^2) - (-x)(7x) + (-x)(8)$ (خاصية التوزيع)
$= 12x^2 + 20x - x^3 + 7x^2 - 8x$ (ضرب الحدود)
$= -x^3 + 19x^2 + 12x$ (تجميع الحدود المتشابهة)

مثال 5 اختصر لأبسط صورة:

$5(2x - 1) - 3(x^2 - 1) + x(5x - 1)$ ، ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما: $x = 1$

الحل

$5(2x - 1) - 3(x^2 - 1) + x(5x - 1)$
$= 10x - 5 - 3x^2 + 3 + 5x^2 - x$ (خاصية التوزيع)
$= (-3x^2 + 5x^2) + (10x - x) + (-5 + 3)$ (تجميع الحدود المتشابهة)
$= 2x^2 + 9x - 2$

القيمة العددية للناتج عندما $x = 1$ هي: $2(1)^2 + 9(1) - 2 = 2 + 9 - 2 = 9$

سؤال 3

1 اختصر لأبسط صورة:

(أ) $3(x + 2y) + 4x$

(ب) $5(a + 3b) - (2a + b)$

(جـ) $8\ell - 4(z + 2\ell - 1)$

(د) $-3m(m^2 - n - 1) + 4(m^3 - mn - m)$

2 اختصر لأبسط صورة المقدار: $3(1 - 2a) - (a^2 - 5a + 3) + 2a(a + 3)$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما: $a = -2$

مثـال 6 أوجد مساحة الجزء المظلل فى كل من الشكليـن الآتيـن:

«علمًـا بأن الوحدات المستخدمة فى القياس هى وحدات طول».

1

x ، x ، $3x$ ، $x + 8$ ، x ، x

2

4 ، $3x$ ، x ، $x + 9$

الحـل

1 مساحة المنطقة المظللة تساوى:

$$x\,(x+8) + x\,(3x) = x^2 + 8x + 3x^2$$

$$= 4x^2 + 8x \text{ (وحدة مساحة)}$$

2 مساحة المنطقة المظللة تساوى:

$$3x\,(x+9) - 4\,(x) = 3x^2 + 27x - 4x$$

$$= 3x^2 + 23x \text{ (وحدة مساحة)}$$

مثـال 7 فى الشكل المقابل:

$(x+1)$ ، $(x-1)$ ، $(4x-3)$ ، $2x$ ، $(2x-3)$ ، $2x$

حائط مستطيل الشكل، تم طلاء جزء منه على شكل مستطيل أيضًا طوله $(2x)$ متر وعرضه $(x - 1)$ متر .

فما مساحة الجزء غير المطلى من الحائط (حيث $x > \frac{3}{2}$)

ثم احسب القيمة العددية لهذه المساحة عندما: $x = 4$

الحـل

مساحة الجزء غير المطلى = مساحة الحائط - مساحة الجزء المطلى

$$2x\,(4x-3) - 2x\,(x-1) = 8x^2 - 6x - 2x^2 + 2x$$

$$= (6x^2 - 4x) \text{ (متر مربع)}$$

القيمة العددية للمساحة عندما $x = 4$ هى:

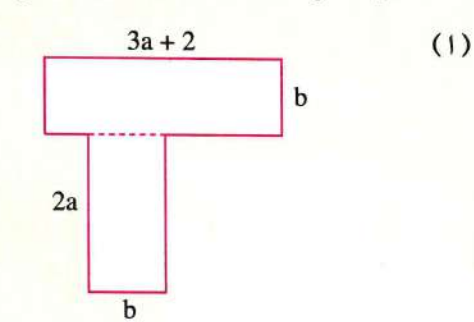
$$6\,(4)^2 - 4\,(4) = 96 - 16 = 80 \text{ (متر مربع)}$$

سؤال 4

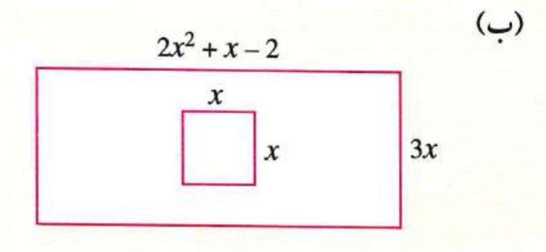
1 أوجد مساحة المنطقة المظللة فى كل من الشكلين الآتيين:

«علمًـا بأن الوحدات المستخدمة فى القياس هى وحدات طول».

(أ)



(ب)



2 ملعب كرة قدم مستطيل الشكل طوله $(2x^2 + x - 1)$ متر ، وعرضه $(3x)$ متر .

إذا تم زيادة عرض الملعب بمقدار (x) متر ، **فما مقدار الزيادة فى مساحة الملعب؟**

مثال 8 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Z :

1 $x(x-3)+3(x-3)=0$

2 $3x(x+2)+6(-2-x)=0$

الحـل

1

(خاصية التوزيع) $\because x(x-3)+3(x-3)=0$

(تجميع الحدود المتشابهة) $\therefore x^2-3x+3x-9=0$

$\therefore x^2-9=0$ $\therefore x^2=9$

$\therefore x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

∴ مجموعة حل المعادلة = {-3 , 3}

2

(خاصية التوزيع) $\because 3x(x+2)+6(-2-x)=0$

(ضرب الحدود وتجميع الحدود المتشابهة) $\therefore 3x^2+6x-12-6x=0$

$\therefore 3x^2-12=0$ $\therefore 3x^2=12$

$\therefore x^2=\frac{12}{3}=4$

$\therefore x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

∴ مجموعة حل المعادلة = {-2 , 2}

مثال 9 عددان موجبان a ، b إذا زاد a بمقدار b يزيد حاصل ضربهما بمقدار 9 . **أوجد العدد b**

الحـل

$b(a+b)-ab=9$

$ab+b^2-ab=9$

$b^2=9$

$b=3$ أو $b=-3$ (مرفوض)

∴ العدد b يساوى 3

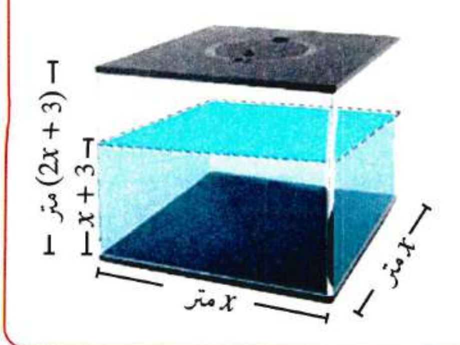
سؤال 5

❶ **أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى Z :**

(أ) $2x(x+1)-2(x+1)=0$

(ب) $2x(x+3)-6(x+3)=0$

❷ خزان مياه على شكل متوازى مستطيلات ،
أبعاده كما بالشكل مملوء بالمياه، فإذا تسرب الماء منه
حتى أصبح ارتفاع الماء فيه $(x+3)$ متر.
فما قيمة x إذا كان حجم الماء المتسرب من الخزان 27 مترًا مكعبًا؟





الـدرس 2

تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل

مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 $(2x)(3x) = \dots\dots$
(أ) $5x$ (ب) $6x$ (جـ) $5x^2$ (د) $6x^2$

2 $(2t)(4t^2) = \dots\dots$
(أ) $8t^3$ (ب) $8t^2$ (جـ) $6t$ (د) $6t^2$

3 $(3x)(-7x) = \dots\dots$
(أ) $-10x$ (ب) $-10x^2$ (جـ) $-21x^2$ (د) $-21x$

4 $(4x^2)(5x^3) = \dots\dots$
(أ) $20x^6$ (ب) $9x^6$ (جـ) $20x^3$ (د) $20x^5$

5 $(-2x^3)(3x) = \dots\dots$
(أ) x^4 (ب) $-6x^4$ (جـ) $6x^4$ (د) $-6x^3$

6 $(-3x^4)(-5x^2) = \dots\dots$
(أ) $15x^6$ (ب) $-15x^6$ (جـ) $15x^8$ (د) $8x^6$

7 $(4x^5) \times (2x^{-5}) = \dots\dots$ (حيث $x \neq 0$)
(أ) 8 (ب) 6 (جـ) $8x^{10}$ (د) $8x^{-25}$

8 $(-3x^2)(4x^3) = \dots\dots$
(أ) $-12x^5$ (ب) $12x$ (جـ) $-12x^4$ (د) $12x^2$

9 $(2a^3b^4)(5a^4b^3) = \dots\dots$
(أ) $10a^{12}b^{12}$ (ب) $7a^{12}b^{12}$ (جـ) $10a^7b^7$ (د) $10a^4b^4$

10 $2(x+3) = \dots\dots$
(أ) $2x^2+6x$ (ب) $2x+3$ (جـ) $2x+6$ (د) $x+6$

11 $x(x-1) + x = \dots\dots$
(أ) $x(2x-1)$ (ب) $2x^2$ (جـ) x^2 (د) $x^2 - x$

2 أكمل ما يأتى:

1 $(2x^4)(9x^3) = \dots\dots$

2 $(-3x^2)(8x^2) = \dots\dots$

3 $(t)(-3t) = \dots\dots$

4 $(-6x^4)(-4x^5) = \dots\dots$

5 $(3x^2)(7x^{-2}) = \dots\dots$ (حيث $x \neq 0$)

6 $(2ab)(5ab) = \dots\dots$

7 $(-5\,a^4\,b^3c)(-7\,ab^2) =$ ....

8 $(abc^2)(4ac^3) =$ ....

9 $(5\,a^2\,b^3\,c^4)(abc) =$ ....

10 $(-2\,a^2)(4\,a^5) =$ ....

11 $(-3\,x^2\,y^5)(-6xy) =$ ....

12 $(2\,s\,r^2)(-2r^2 s\,t) =$ ....

13 $(f\,a\,d)(e\,a^2\,d) =$ ....

14 $(-5\,e\,h\,a)(-3\,b\,h^2) =$ ....

15 $a(b+c) =$ ....

16 $-3x(x-5) =$ ....

17 $2a\,(3a+4b-5c) =$ ....

18 $2x^2\,(4x^2-5x-7) =$ ....

19 $-3a^2\,b\,(2a\,b^2-3b) =$ ....

20 $-2x^3\,(5x^2-4x+3) =$ ....

3 أوجد ناتج كل مما يأتى:

1 $(9x^3\,y^4)(6x^2\,y^5)$ 2 $(-5x^2\,y^2)(3x\,y)$ 3 $(-4\,m)(-6\,m^5)$

4 $(5\,a\,b\,c)(b^2\,c)$ 5 $(a^2\,b^3)(4\,a^4\,b^3)$ 6 $(-t\,r^2)(7\,t^3\,r)$

7 $(7\,p^3\,s^2\,r)(-4\,p^2\,r)$ 8 $3\,a(7a+5b)$ 9 $5x\,(3x+2y+4)$

10 $-4x\,(2x-3y-5)$ 11 $-4a\,(3a-2)$ 12 $2x\,(4x^2-xy+5)$

13 $3ab\,(a+4b+5ab^2)$ 14 $8x^2\,(2x^3-3\,x^2-x+4)$

4 اختصر لأبسط صورة:

1 $4x\,(3x^2+2\,x+7)-8x^2$ 2 $3\,(5x^2+3\,x-2)-15x^2$

3 $2a\,(3a+5b+4)+3ab$ 4 $2x\,(x^2-2\,x-3)-x^2\,(3x-5)$

5 $x\,(x^2-x-1)+3\,(x^2+x+1)$ 6 $x\,(x^2-2x+4)+x^2\,(x+2)$

5 **اختصر لأبسط صورة:** $2x\,(3x-1)+3x\,(x+2)$

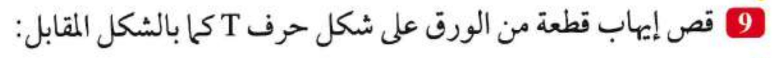
ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما $x = 1$

6 اختصر لأبسط صورة: $x\,(4x+1)-5x\,(x+3)$

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما $x = -1$

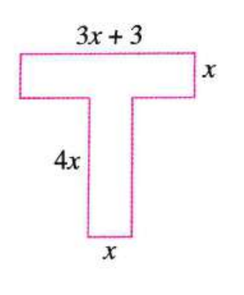
7 **أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى Z:** $x\,(x-2)+2\,(x-2)=0$

8 أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى N: $x\,(x-3)+3\,(x-3)=0$

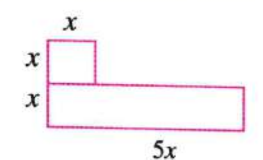


9 قص إيهاب قطعة من الورق على شكل حرف T كما بالشكل المقابل:

اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة هذه القطعة من الورق.



10 **فى الشكل المقابل:**



اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الشكل المقابل.

11 متوازى مستطيلات أبعاده الثلاثة هى: طوله $2x$ ، وعرضه x ، وارتفاعه $3x$ وحدات طول.

- **اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن حجمه.**

12 نجار يريد صنع سقف خشبى على شكل مستطيلٍ بعداه $(5x)$ ، $(6x^2 + x + 3)$ وحدات طول.

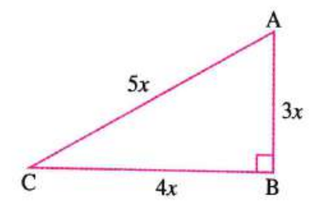
- **أوجد** مساحة السقف بدلالة x
- **أوجد** أقل مساحة للسقف إذا كانت x عددًا صحيحًا موجبًا

13 مكعب طول حرفه x وحدة طول، **اكتب المقدار الجبرى** الذى يعبر عن حجمه.

14 تتقاضى شركة شحن مبلغًا قدره $5n^2$ جنيهًا لكل شحنة ترسلها عبر مندوبيها، إذا قامت الشركة بتوصيل عدد $(3n^2 + 4n + 20)$ شحنة خلال الشهر الماضى، ودفعت أجور مندوبين قدرها $10n$ جنيه لكل شحنة.

فاحسب صافى ربح الشركة خلال الشهر الماضى بدلالة n.

15 **فى الشكل المقابل:**

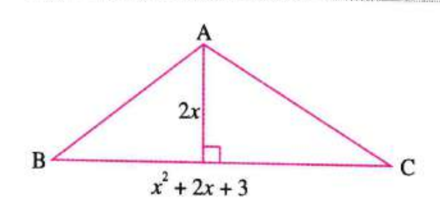


اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن:

(ا) مساحة المثلث ABC

(ب) محيط المثلث ABC

16 **فى الشكل المقابل:**



أوجد مساحة المثلث ABC

ثم احسب القيمة العددية للمساحة

عندما $x = 3$

17 **هندسة: أوجد** فى أبسط صورة المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الجزء المظلل فى كل مما يأتى:

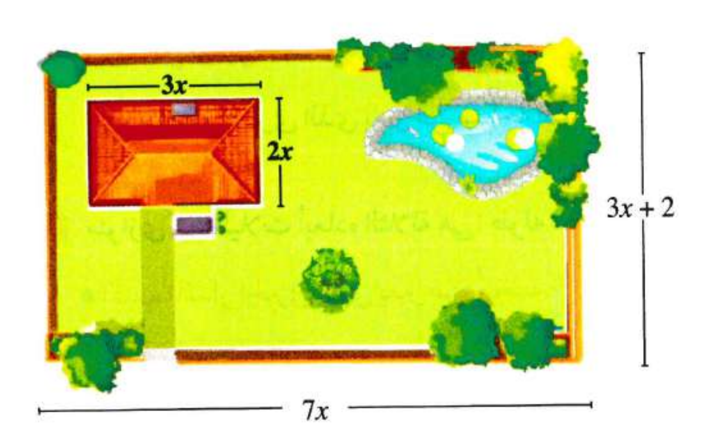
(ا) $2x$ ، y ، x

(ب) $2x$ ، 2 ، x ، $x+6$

(جـ) $3x+4$ ، $5x$ ، $2x$ ، $2x^2+3x+5$

(د) $3x$ ، $2x$ ، $2x+3$ ، x^2+3x+9

18 **هندسة معمارية :**



الشكل المقابل يمثل مخططًا لمنزل تحيط به حديقة،

أبعاد المنزل والحديقة موضحة فى الشكل.

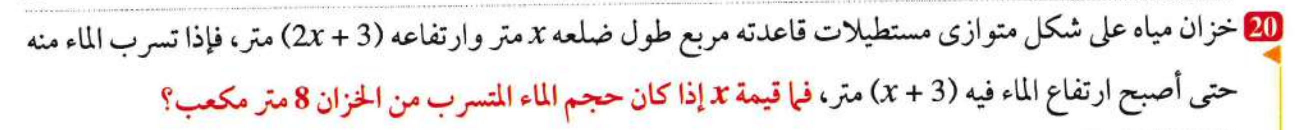
أوجد مساحة الحديقة بدلالة x.

19 **فى الشكل المقابل:**

D C 3x x A x B

إذا كان ABCD مربعًا ،

فاكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الجزء المظلل بطريقتين مختلفتين.



20 خزان مياه على شكل متوازى مستطيلات قاعدته مربع طول ضلعه x متر وارتفاعه $(2x + 3)$ متر، فإذا تسرب الماء منه حتى أصبح ارتفاع الماء فيه $(x + 3)$ متر، **فما قيمة x إذا كان حجم الماء المتسرب من الخزان 8 متر مكعب؟**

21 علبة على شكل متوازى مستطيلات أبعادها 2n ، 3n ، 4n وحدات طول، اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن حجم العلبة، **ثم أوجد** حجمها عند n = 2.

22 **اكتشف الخطأ:**

إذا كان طول مستطيل يزيد على عرضه 5 وحدات طول،

وكان عرض المستطيل يساوى x وحدة طول،

فما مساحة المستطيل؟

أى من مروة وإبراهيم اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل؟ **ناقش.**

حل مروة:

- عرض المستطيل = x
- طول المستطيل = $x + 5$
- مساحة المستطيل = $x(x + 5)$ $= x^2 + 5$ وحدة مساحة

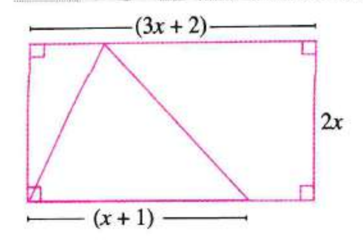
حل إبراهيم:

- عرض المستطيل = x
- طول المستطيل = $x + 5$
- مساحة المستطيل = $x(x + 5)$ $= x^2 + 5x$ وحدة مساحة

تحد نفسك

23 حديقة مستطيلة الشكل طولها 50 مترًا وعرضها x متر، فإذا زاد طولها بمقدار x متر زادت مساحتها بمقدار 100 متر مربع، **فما قيمة x؟**

24 **فى الشكل المقابل:**



أوجد مساحة الجزء المظلل بدلالة x

حيث الأطوال بالسنتيمترات.

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1. $(5x)(x) =$ ....
   (أ) $5x$ (ب) $6x$ (جـ) $5x^2$ (د) $6x^2$

2. $(2xy)(7x^2y) =$ ....
   (أ) $14x^3y^3$ (ب) $14x^2y$ (جـ) $14x^3y^2$ (د) $14x^3y$

3. $(-4abc)(6ac) =$ ....
   (أ) $-24abc$ (ب) $-24a^2bc$ (جـ) $-24a^2bc^2$ (د) $2a^2bc^2$

4. $(-3ab)(-5ab) =$ ....
   (أ) $15ab$ (ب) $15a^2b^2$ (جـ) $-8ab$ (د) $-15a^2b^2$

5. $5(x+2) =$ ....
   (أ) $5x+2$ (ب) $5x^2+2x$ (جـ) $5x+10$ (د) $x+10$

2 أكمل ما يأتى:

1. $(2n)(3n)(5n) =$ ....
2. $x(x-4) =$ ....
3. $(-3a)(4ab) - 5b =$ ....
4. $2x(3x+4y+7) =$ ....
5. $-3ab(5a+4y+2) =$ ....

3 اختصر لأبسط صورة:

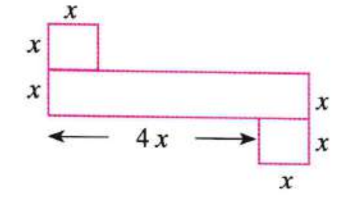
1. $2x(3x+y) + y(-2x+1)$
2. $-hg(3h^2g - 4hg^2 + 2hg)$

4 اختصر لأبسط صورة: $3xy[5x^3 + 2xy^3 - 4y]$

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما: $x = 1$ ، $y = 2$

5 مستطيل طوله $(x^2 + 3x + 4)$ وحدة طول، عرضه $5x$ وحدة طول، اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة المستطيل، ثم احسب مساحة المستطيل عند: $x = 2$

6 اكتب المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الشكل المقابل.





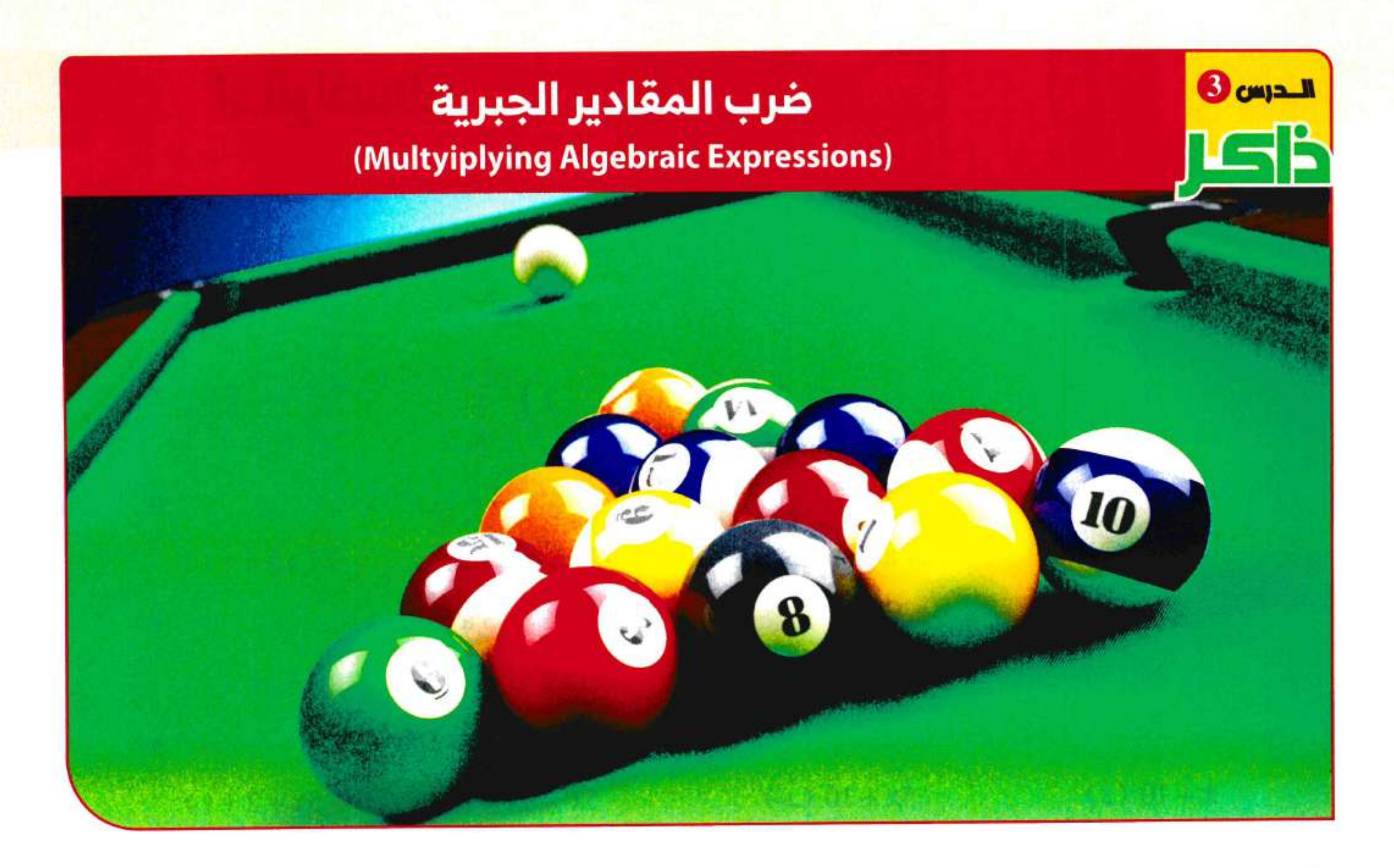
تابع مستواك

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر

الدرس 3

ذاكر

ضرب المقادير الجبرية
(Multyiplying Algebraic Expressions)



نواتج التعلم

- أن يضرب الطالب مقدارًا جبريًّا ذا حدين فى مقدار جبرى آخر ذى حدين.
- أن يعرف الطالب الحالات الخاصة لضرب المقادير ثنائية الحد.
- أن يضرب الطالب مقدارًا جبريًّا ذا حدين فى مقدار جبرى يتكون من أكثر من حدين.

مفردات أساسية

- مقدار جبرى (**Algebraic Expression**)
- ضرب (**Multiplying**)
- حاصل الضرب (**Product**)
- خاصية التوزيع (**Distributive Property**)

فكر وناقش:

1 مربع طول ضلعه (x) سم، إذا زاد طول ضلعه بمقدار 2 سم، ونقص طول الضلع المجاور له بمقدار 2 سم، فإن هذا المربع يتحول إلى مستطيل، يقول أحمد إن مساحة المستطيل ستزيد عن مساحة المربع، **هل توافقه**؟

2 لدى خالد قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها ($4x$) متر، وعرضها ($2x$) متر؛ وقرر خالد شراء قطعة أرض حولها لجعل طولها يزيد بمقدار 7 أمتار وعرضها يزيد بمقدار 5 أمتار، وذلك لبناء منزل له ولأسرته، **ما المقدار الجبرى الذى يعبر عن الزيادة فى مساحة قطعة الأرض**؟

فى هذا الدرس، سوف نتعلم كيفية ضرب المقادير الجبرية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

تعلم 1 ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى آخر ذى حدين

- عند ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى مقدار جبرى آخر ذى حدين، اضرب كل حد من حدى المقدار الأول فى حدى المقدار الثانى باستخدام خاصية التوزيع.

الطرفان: الحد الأول، الحد الأخير، الحد الأول، الحد الأخير — الوسطان

$$(x + a)(y + b) = x(y + b) + a(y + b)$$

$$= xy + xb + ay + ab$$

حاصل ضرب الحدين الأولين — حاصل ضرب الطرفين — حاصل ضرب الوسطين — حاصل ضرب الحدين الأخيرين

مثال 1 أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى:

1. $(2x + 3a)(y + 2a)$
2. $(\ell + 3)(2\ell + 4)$

الحل

1. $(2x + 3a)(y + 2a)$
$= 2x(y + 2a) + 3a(y + 2a)$
$= 2xy + 4ax + 3ay + 6a^2$

2. $(\ell + 3)(2\ell + 4)$
$= \ell(2\ell + 4) + 3(2\ell + 4)$
$= 2\ell^2 + 4\ell + 6\ell + 12$
$= 2\ell^2 + 10\ell + 12$

لاحظ أن

- عند ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى مقدار جبرى آخر ذى حدين ينتج مقدار جبرى مكون من 4 حدود قد يكون بينها حدود متشابهة يتم جمعها حتى يكون الناتج فى أبسط صورة.

حدود جبرية متشابهة

$$(x + a)(x + b) = x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + (b + a)x + ab$$

حاصل ضرب الحدين الأولين — مجموع حاصل ضرب الطرفين والوسطين — حاصل ضرب الحدين الأخيرين

سؤال 1

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى:

1. $(a + 5)(b + 2)$
2. $(x + 1)(x + 4)$
3. $(2x - 1)(3x + 4)$

تعلم 2 طرق ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى آخر ذى حدين

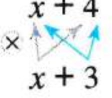
- يمكننا إيجاد ناتج ضرب $(x+4)(x+3)$ بإحدى الطرق التالية:

1 الطريقة الأفقية:

- نضرب كل حد من حدى المقدار الأول فى حدى المقدار الثانى باستخدام خاصية التوزيع.
- نجمع الحدود الجبرية المتشابهة.

$$(x+4)(x+3) = x(x+3) + 4(x+3)$$
$$= x^2 + 3x + 4x + 12$$
$$= x^2 + 7x + 12$$

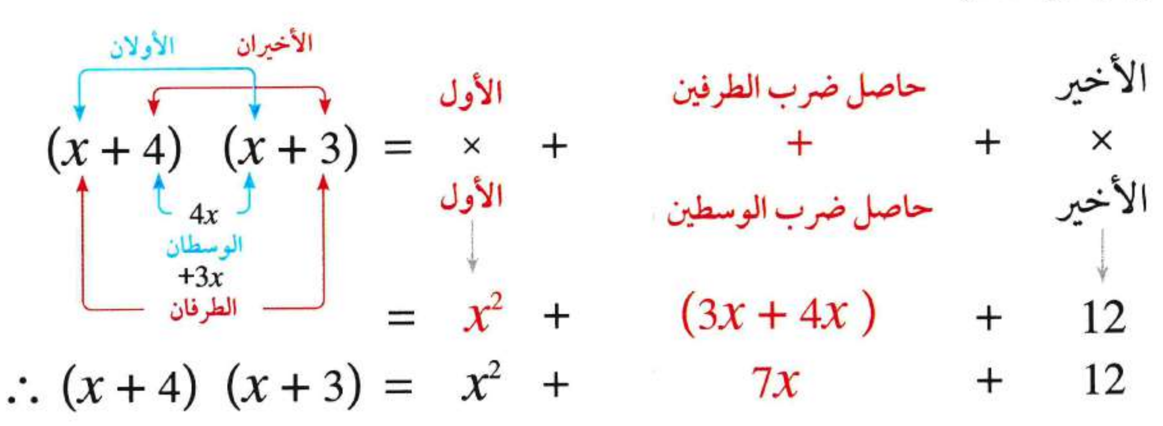
2 الطريقة الراسية:



- ضع المقدارين أحدهما أسفل الآخر مع ترتيبهما كما هو موضح.
- اضرب الحد الجبرى x فى المقدار الجبرى $(x+4)$ فينتج: $x^2 + 4x$
- اضرب الحد الثابت 3 فى المقدار الجبرى $(x+4)$ فينتج: $+3x + 12$
مع مراعاة وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها.
- اجمع فينتج حاصل الضرب: $x^2 + 7x + 12$

$$\begin{array}{r} x+4 \\ \times\ x+3 \\ \hline x^2+4x \quad\ \ \\ +\ \ 3x+12 \\ \hline x^2+7x+12 \end{array}$$

3 الضرب بمجرد النظر:



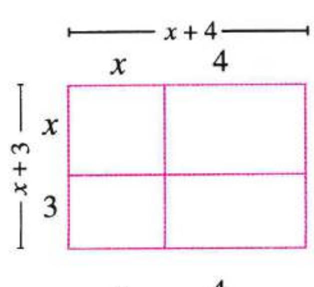
$(x+4)\ (x+3) =$ الأول $\times$ الأول $+$ (حاصل ضرب الطرفين $+$ حاصل ضرب الوسطين) $+$ الأخير $\times$ الأخير

$= x^2 + (3x + 4x) + 12$

$\therefore (x+4)(x+3) = x^2 + 7x + 12$

4 باستخدام نموذج مساحة المستطيل:

- نرسم مستطيلًا بحيث يمثل الطول $(x+4)$.
ويمثل العرض $(x+3)$ مع تقسيم المستطيل كما بالشكل المقابل.



- نوجد مساحة كل مستطيل على حدة، ثم نجمع المساحات لينتج حاصل الضرب كما بالشكل المقابل

	x	4
x	x^2	$4x$
3	$3x$	12

$(x+4)(x+3) = x^2 + 3x + 4x + 12$

$\therefore (x+4)(x+3) = x^2 + 7x + 12$

مثـال 2 أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى بالطريقة الأفقية والطريقة الرأسية:

1 $(x-3)(x+7)$

2 $(2a-b)(a-4b)$

الحـل

1 **الطريقة الأفقية:**

$$(x-3)(x+7) = x^2 + 7x - 3x - 21$$
$$= x^2 + 4x - 21$$

الطريقة الرأسية:

$$\begin{array}{r} x-3 \\ \times\quad x+7 \\ \hline x^2-3x \\ +\quad +7x-21 \\ \hline x^2+4x-21 \end{array}$$

2 **الطريقة الأفقية:**

$$(2a-b)(a-4b) = 2a^2 - 8ab - ab + 4b^2$$
$$= 2a^2 - 9ab + 4b^2$$

الطريقة الرأسية:

$$\begin{array}{r} 2a-b \\ \times\quad a-4b \\ \hline 2a^2-ab \\ +\quad -8ab+4b^2 \\ \hline 2a^2-9ab+4b^2 \end{array}$$

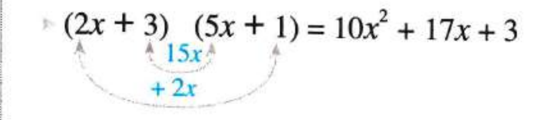
مثـال 3 أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب كل مما يأتى:

1 $(2x+3)(5x+1)$

2 $(2a-3b)(b+3a)$

الحـل

1



$$(2x+3)(5x+1) = 10x^2 + 17x + 3$$

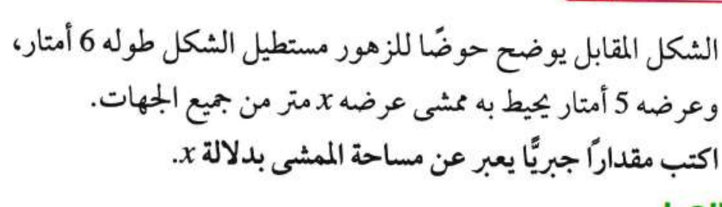
$15x$ ، $+2x$

2 $(2a-3b)(3a+b) = 6a^2 - 7ab - 3b^2$

$-9ab$ ، $+2ab$

لاحظ إعادة ترتيب الحدود

مثـال 4



الشكل المقابل يوضح حوضًا للزهور مستطيل الشكل طوله 6 أمتار، وعرضه 5 أمتار يحيط به ممشى عرضه x متر من جميع الجهات.

اكتب مقدارًا جبريًّا يعبر عن مساحة الممشى بدلالة x.

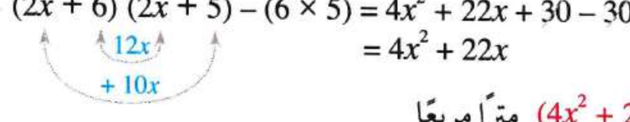
الحـل

بعد زيادة x من جميع الجهات يصبح:

طول المستطيل = $(2x+6)$ متر

عرض المستطيل = $(2x+5)$ متر

مساحة الممشى = مساحة المستطيل - مساحة حوض الزهور.



$$(2x+6)(2x+5) - (6\times 5) = 4x^2 + 22x + 30 - 30$$
$$= 4x^2 + 22x$$

$12x$ ، $+10x$

وبالتالى فإن : **مساحة الممشى** = $(4x^2 + 22x)$ مترًا مربعًا

سؤال 2

أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب كل مما يأتى:

1 $(4x+5)(2x-7)$

2 $(3a-7)(2a-6)$

تعلم 3 حالات خاصة من ضرب مقدار ذى حدين فى مقدار آخر ذى حدين

الحالة الأولى: مفكوك مربع مقدار جبرى ذى حدين

$(a+b)^2$

$(a+b)^2 = (a+b)\ (a+b)$

(a: الحد الأول، b: الحد الثانى)

$= a\ (a+b) + b\ (a+b)$

$= a^2 + ab + ab + b^2$

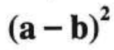
$= a^2 + 2ab + b^2$

(a^2: مربع الحد الأول، $2ab$: ضعف حاصل ضرب الحدين الأول والثانى، b^2: مربع الحد الثانى)

فمثلًا:

$(x+4)^2 = x^2 + (2 \times x \times 4) + 4^2$

$= x^2 + 8x + 16$



$(a-b)^2$

$(a-b)^2 = (a-b)\ (a-b)$

$= a\ (a-b) - b\ (a-b)$

$= a^2 - ab - ab + b^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

فمثلًا:

$(x-2)^2 = x^2 + [2 \times x \times (-2)] + (-2)^2$

$= x^2 - 4x + 4$

لاحظ أن

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال 5 أوجد مفكوك كل مما يأتى:

1 $(x+5)^2$ 2 $(4-3a)^2$

الحل

1 $(x+5)^2 = x^2 + (2 \times x \times 5) + 5^2$

$= x^2 + 10x + 25$

2 $(4-3a)^2 = 4^2 + [2 \times 4 \times (-3a)] + (-3a)^2$

$= 16 - 24a + 9a^2$

لاحظ أن

- $(x+5)^2$ تعبر عن مساحة مربع طول ضلعه $(x+5)$

$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$

	x	5
x	x^2	$5x$
5	$5x$	25

(طول الضلع: $x+5$)

سؤال 3

أوجد مفكوك كل مما يأتى:

1 $(2x-3)^2$ 2 $(4a+5)^2$

• الحالة الثانية: (a + b) (a − b)

$$(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b)$$
$$= a^2 - ab + ab - b^2$$
$$= a^2 - b^2$$



فمثلاً: $(x+7)(x-7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$

مثال 6 أوجد فى أبسط صورة كلٍّ مما يأتى:

1 $(4x-5)(4x+5)$

2 $(6-2x)(6+2x)$

الحل

1 $(4x-5)(4x+5) = (4x)^2 - 5^2$
$= 16x^2 - 25$

2 $(6-2x)(6+2x) = 6^2 - (2x)^2$
$= 36 - 4x^2$

مثال 7 أوجد فى أبسط صورة كلٍّ مما يأتى ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما a = 2

1 $(a-3)^2 + (a+4)(a-4)$

2 $(a+4)^2 - (2a-5)(3a+4)$

الحل

1 $(a-3)^2 + (a+4)(a-4)$
$= a^2 + [(2 \times a \times (-3)] + (-3)^2 + a^2 - 4^2$
$= a^2 - 6a + 9 + a^2 - 16$
$= 2a^2 - 6a - 7$

عندما a = 2

فإن القيمة العددية: $2 \times 2^2 - 6 \times 2 - 7$
$= 8 - 12 - 7 = -11$

2 $(a+4)^2 - (2a-5)(3a+4)$
$= a^2 + (2 \times a \times 4) + 4^2 - [6a^2 - 7a - 20]$
$= a^2 + 8a + 16 - 6a^2 + 7a + 20$
$= -5a^2 + 15a + 36$

عندما a = 2

فإن القيمة العددية: $-5 \times 2^2 + 15 \times 2 + 36$
$= -20 + 30 + 36 = 46$



س؟ سؤال 4

أوجد فى أبسط صورة كلٍّ مما يأتى:

1 $(x+7)^2 - (x-7)(x+7)$

2 $(a+4)^2 - a^2$

3 $(x+y)^2 - (x+y)(x-y)$

4 $(2x+1)^2 + (1+2x)(1-2x)$

تعلم 4 ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى مقدار جبرى يحتوى على أكثر من حدين

- نجرى عملية الضرب كما أجرينا ضرب المقادير الجبرية المكونة من حدين بالطريقة الرأسية أو الأفقية، ويفضل قبل إجراء عملية الضرب ترتيب حدود المقدارين تصاعديًا أو تنازليًا حسب أسس أحد الرموز المعطاة.

مثال 8

أوجد فى أبسط صورة حاصل ضرب $(x-3)(x^2-4x+6)$ بالطريقة الأفقية والطريقة الرأسية:

الحل

الطريقة الأفقية:

$$(x-3)(x^2-4x+6)$$
$$= x^3-4x^2+6x-3x^2+12x-18$$
$$= x^3-7x^2+18x-18$$

الطريقة الرأسية:

$$\begin{array}{r} x^2-4x+6 \\ \times \quad x-3 \\ \hline x^3-4x^2+6x \\ + \quad -3x^2+12x-18 \\ \hline x^3-7x^2+18x-18 \end{array}$$

لاحظ أن

- فى حالة ضرب المقادير الجبرية المكونة من أكثر من حدين يفضل استخدام الطريقة الرأسية.
- عند استخدام الطريقة الرأسية فى الضرب يفضل وضع المقدار الذى يحتوى على عدد حدود جبرية أكثر أولًا.
- يجب وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها أثناء إجراء عملية الضرب باستخدام الطريقة الرأسية.

مثال 9

أوجد حاصل ضرب $(3x+1)(4x+x^2+4)$ ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما $x=-1$:

الحل

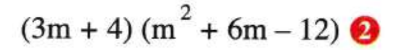
- نرتب المقدار $(4x+x^2+4)$ حسب أسس x التنازلية ليصبح (x^2+4x+4)

$$\therefore (3x+1)(x^2+4x+4) = 3x^3+12x^2+12x+x^2+4x+4$$
$$= 3x^3+13x^2+16x+4$$

عندما $x=-1$

- فإن

$$\therefore 3x^3+13x^2+16x+4 = 3(-1)^3+13(-1)^2+16(-1)+4$$
$$= -3+13-16+4 = -2$$



القيمة العددية للمقدار = -2

سؤال 5

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى:

1. $(2a-1)(2a^2-3a+7)$
2. $(3m+4)(m^2+6m-12)$

مثال 10 أوجد فى Q مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

1 $(x-2)(x+2)=5$

2 $(x-2)(x^2+2x+4)=0$

الحل

1

$(x-2)(x+2)=5$

$x^2-2^2=5$

$x^2-4=5$

$x^2=5+4$

$x^2=9$

$x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

∴ مجموعة الحل = $\{-3 , 3\}$

2

$(x-2)(x^2+2x+4)=0$

$x^3+2x^2+4x-2x^2-4x-8=0$

$x^3-8=0$

$x^3=8$

$x=\sqrt[3]{8}=2$

∴ مجموعة الحل = $\{2\}$

مثال 11 مربع طول ضلعه $(x+2)$ وحدة طول، أوجد مساحة سطحه بدلالة x

ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما $x=7$

الحل

∵ مساحة المربع (A) = طول الضلع × نفسه = L^2

$A=L^2$

$A=(x+2)^2$

$A=x^2+(2\times x\times 2)+2^2=x^2+4x+4$

وبالتالى مساحة المربع بدلالة (x) = (x^2+4x+4) وحدة مربعة.

عندما $x=7$ فإن:

$A=(7)^2+4\times 7+4=49+28+4=81$

∴ القيمة العددية للمساحة عندما $x=7$ هى 81 وحدة مربعة

مثال 12 أوجد بدلالة x مساحة الجزء المظلل فى الشكل المقابل

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما $x=2$

$x+1$ — 2

$x-1$

4

$x+3$

الحل

الشكل الكلى عبارة عن مربع طول ضلعه $(x+3)$ وحدة طول

∴ مساحة المربع تساوى

$(x+3)^2=x^2+(2\times x\times 3)+3^2=(x^2+6x+9)$ وحدة مربعة

الجزء غير المظلل عبارة عن مستطيل بُعْداه $(x+1)$ ، $(x-1)$ وحدة طول.

مساحة الجزء غير المظلل = $(x+1)(x-1)=(x^2-1)$ وحدة مربعة.

مساحة الجزء المظلل = مساحة الشكل الكلى - مساحة الجزء غير المظلل.

$x^2+6x+9-(x^2-1)=x^2+6x+9-x^2+1=6x+10$

وبالتالى فإن مساحة الجزء المظلل بدلالة (x) هى $(6x+10)$ وحدة مربعة.

عندما $x=2$

$6x+10=6\times 2+10=22$

وبالتالى القيمة العددية للناتج عندما $x=2$ هى 22 وحدة مربعة.

مثال 13 اختر الإجابة الصحيحة :

1 إذا كان: $(2x-4)^2 = 4x^2 + bx + 16$ ، فإن قيمة b تساوى ....

(أ) 16	(ب) -16	(جـ) 8	(د) -8

2 إذا كان: $(x-6)(x+3) = x^2 + bx + c$ ، فإن قيمة $b + c$ تساوى ....

(أ) 3	(ب) 21	(جـ) -21	(د) -3

3 إذا كان: $(x-6)(x+6) = x^2 + bx - 36$ ، فإن قيمة b تساوى ....

(أ) -36	(ب) 36	(جـ) 0	(د) -2

4 إذا كان: $x + y = 8$ ، $x - y = 4$ ، فإن قيمة $(x^2 - y^2)$ تساوى ....

(أ) 14	(ب) 32	(جـ) 48	(د) 86

5 إذا كان: $(x+y)^2 = 16$ ، $xy = 4$ ، فإن قيمة $x^2 + y^2$ تساوى ....

(أ) $\frac{1}{4}$	(ب) 4	(جـ) -8	(د) 8

6 باقى طرح: $(x+y)^2$ من $(x-y)^2$ هو ....

(أ) $4xy$	(ب) $5xy$	(جـ) $-4xy$	(د) $-5xy$

7 إذا كان: $(x-4)^2 = 0$ فإن $x =$ ....

(أ) -2	(ب) 2	(جـ) 4	(د) -4

8 إذا كان: $(x-3)(x+3) - (x-3)^2 = 0$ فإن $x =$ ....

(أ) -3	(ب) 0	(جـ) 3	(د) 6

الحـل

1
$\because (2x-4)^2 = 4x^2 - 16x + 16$

$\therefore 4x^2 + bx + 16 = 4x^2 - 16x + 16$

بمقارنة معاملات x

$\therefore b = -16$

2
$\because (x-6)(x+3) = x^2 - 3x - 18$

$\therefore x^2 + bx + c = x^2 - 3x - 18$

بمقارنة معاملات x والحدود الثابتة

$\therefore c = -18$ ، $\therefore b = -3$

$\therefore b + c = -3 - 18 = -21$

3
$\because (x-6)(x+6) = x^2 - 36$

$\therefore x^2 + bx - 36 = x^2 - 36$

بمقارنة معاملات x $\therefore b = 0$

4
$\because (x-y)(x+y) = x^2 - y^2$

$\therefore x^2 - y^2 = 4 \times 8 = 32$

5
$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

$16 = x^2 + y^2 + 2(4)$

$16 = x^2 + y^2 + 8$

$x^2 + y^2 = 16 - 8 = 8$

6
باقى طرح $(x+y)^2$ من $(x-y)^2$

تعنى (المقدار الثانى) − (المقدار الأول)

$$\begin{array}{r} x^2 - 2xy + y^2 \\ \ominus\ x^2 \ \ominus\ 2xy \ \ominus\ y^2 \\ \hline = 0 - 4xy + 0 = -4xy \end{array}$$

7
$\because x - 4 = 0$ ، $\therefore x = 4$

8
$\because 6(x-3) = 0$, $\therefore x - 3 = 0$, $\therefore x = 3$



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab +$ ....

(أ) a^2 (ب) $-b^2$ (جـ) b^2 (د) $-2ab$

2 إذا كان: $a = 1$ ، فإن القيمة العددية $(a-1)^2$ هى ....

(أ) 1 (ب) -1 (جـ) 0 (د) 2

3 إذا كان: $(2x+y)^2 = 4x^2 + kxy + y^2$ ، فإن: $k =$ ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 8 (د) 3

4 إذا كان: $(x-3)(x+3) = x^2 + k$ ، فإن: $k =$ ....

(أ) 9 (ب) 6 (جـ) -9 (د) -6

5 إذا كان: $x - 2y = 4$ ، $x + 2y = 5$ ، فإن: $x^2 - 4y^2$ تساوى ....

(أ) 20 (ب) 9 (جـ) -20 (د) -9

6 $(x+y)^2 - (x-y)^2 =$ ....

(أ) $4xy$ (ب) $-4xy$ (جـ) $2y^2$ (د) 0

7 إذا كان: $(x-y)(2x+y) = 2x^2 + kxy - y^2$ ، فإن: $k =$ ....

(أ) -1 (ب) 1 (جـ) 3 (د) -3

8 $(x-3)^2 = x^2 - 6x +$ ....

(أ) $6x$ (ب) 3 (جـ) 9 (د) $9x^2$

9 $(y+5)(y+2) = y^2 +$ .... $+ 10$

(أ) 7 (ب) 3y (جـ) 7y (د) 5y

10 إذا كان: $(x+1)^2 = x^2 + kx + 1$ ، فإن: $k =$ ....

(أ) 2 (ب) -2 (جـ) 1 (د) 4

11 إذا كان : $x + y = 6$ ، فإن القيمة العددية للمقدار: $x^2 + 2xy + y^2$ تساوى ....

(أ) 12 (ب) 14 (جـ) 3 (د) 36

12 إذا كان : $x^2 = 4$ ، $y^2 = 9$ ، $xy = 6$ فإن: $(x-y)^2 =$ ....

(أ) 1 (ب) -1 (جـ) 9 (د) -9

13 عدد حدود المقدار الناتج من حاصل ضرب : $(x+4)(x-3)$ فى أبسط صورة هو ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 3

14 إذا كان: $(x+8)(x+3)=x^2+bx+c$ ، فإن: .... $= b$

(أ) 24 (ب) 11 (جـ) -11 (د) -24

15 إذا كان: $(x+7)(x-7)=x^2-k$ ، فإن: .... $= k$

(أ) 49 (ب) -49 (جـ) 14 (د) -14

16 ناتج طرح: $(a+b)^2$ من $(a-b)^2$ هو ....

(أ) 2ab (ب) $-2ab$ (جـ) $-4ab$ (د) 4ab

17 إذا كان: $(x+y)^2=64$ ، $xy=-20$ فإن قيمة $x^2+y^2=$ ....

(أ) 40 (ب) 150 (جـ) 100 (د) 104

18 إذا كان: $(x-2)(x+2)-5=0$ حيث $x<0$ فإن: .... $= x$

(أ) 9 (ب) 3 (جـ) -1 (د) -3

2 أكمل كلًّا مما يأتي:

1 $(x+5)(x+1)=$ .... $+6x+5$

2 $(x-2)(x+3)=x^2+$ .... -6

3 $(n+4)(n-7)=n^2-3n-$ ....

4 $(x+3)(3x-5)=$ .... $+$ .... -15

5 $(x-1)(x+3)=x^2+$ .... $-$ ....

6 $(2x-3)(x+5)=2x^2+$ .... -15

7 $(x+4)(x-4)=$ ....

8 $(a-2)(a-7)=$ ....

9 $(x+$ .... $)^2=$ .... $+$ .... $+25$

10 $($ .... $-2b)^2=$ .... $-4ab+$ ....

11 $($ .... $+4)(x+$ .... $)=x^2+7x+$ ....

12 إذا كان: $(x-7)(x+7)=x^2+bx+c$ ، فإن: .... $= b$ ، .... $= c$

13 إذا كان: $(2x+1)^2=4x^2+kx+1$ ، فإن: .... $= k$

14 إذا كان: $(x-3)(x+2)=x^2+bx+c$ ، فإن: .... $= c$ ، .... $= b$

15 إذا كان: $a-b=2$ ، $a+b=5$ ، فإن قيمة a^2-b^2 تساوى ....

16 إذا كان: $x+y=5$ ، $x-y=20$ ، فإن قيمة x^2-y^2 تساوى ....

17 إذا كان: $x^2-y^2=40$ ، $x-y=8$ ، فإن قيمة $x+y$ تساوى ....

18 إذا كان: $(x+y)^2=25$ ، $xy=4$ ، فإن x^2+y^2 تساوى ....

19 إذا كان: $(a-2b)(a+b)=a^2-kab-2b^2$ ، فإن k تساوى ....

20 إذا كان: $(x+y)^2=49$ ، $x^2+y^2=29$ ، فإن xy تساوى ....

21 إذا كان: $x-y=4$ ، فإن القيمة العددية للمقدار $x^2-2xy+y^2$ تساوى ....

22 إذا كان: $(x-y)(3x+y)=3x^2+kxy-y^2$ ، فإن $|k|$ تساوى ....

3 أوجد حاصل ضرب كل مما يلى:

1 $(a+3)(a+4)$　2 $(x+3)(5-x)$　3 $(x+5)(x-4)$

4 $(x-y)(2x+y)$　5 $(a^2-2)(a^2-7)$　6 $(4x+1)(2x+3)$

7 $(x-2)(x^2+2x-1)$　8 $(2x-1)(x^2-3x+4)$　9 $(2x-3)(6x+4x^2+9)$

4 أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب كل مما يلى:

1 $(3x+1)(5x-3)$　2 $(5x-2)(6x+1)$　3 $(x-7)(2x-1)$

4 $(2a-b)(3a-4b)$　5 $(-7+3x)(8x-2)$　6 $(2x+3)(1+4x)$

5 أوجد مفكوك كل من:

1 $(x+7)^2$　2 $(x-6)^2$　3 $(2x+5y)^2$

4 $(4a-7)^2$　5 $(-2a-b)^2$　6 $(x+3)(x+2)^2$

6 أوجد حاصل ضرب المقادير الآتية:

1 $(x+2)(x-2)$　2 $(4x-3)(4x+3)$　3 $(\frac{1}{2}x-1)(\frac{1}{2}x+1)$

4 $(6x+2y)(6x-2y)$　5 $(7+3x)(-3x+7)$　6 $(x-2)(x+2)(x^2+4)$

7 اختصر لأبسط صورة: $(3x-2)(3x+2)+7$ ، ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما $x=1$

8 اختصر لأبسط صورة: $(x-5)(x+5)+25$ ، ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما $x=\frac{1}{3}$

9 اختصر لأبسط صورة: $(x+2)^2-4(x+1)$ ، ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما $x=2$

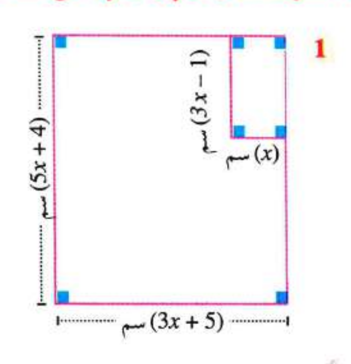
10 اختصر لأبسط صورة: $(2n-1)^2-(2n+1)(2n-1)$ ، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما $n=-3$

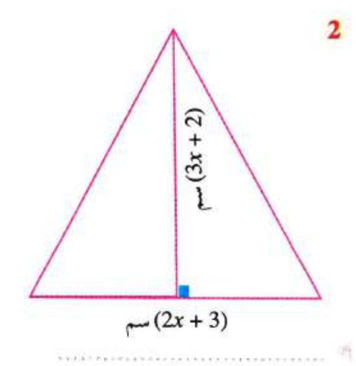
11 اختصر لأبسط صورة: $(x-5)^2-(x+3)(x+3)$ ، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما $x=2$

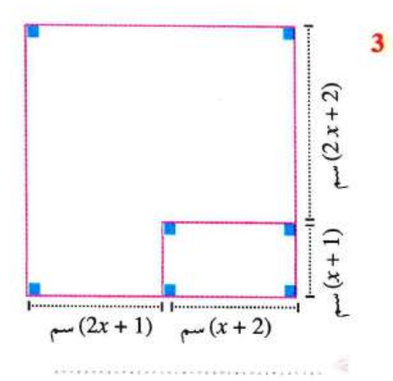
12 أوجد حاصل ضرب المقادير الآتية باستخدام نموذج مساحة المستطيل:

1 $(x+2)(x+1)$　2 $(2x+3)^2$　3 $(3x+1)(2x+5)$

13 اكتب مقدارًا جبريًا يعبر عن مساحة كل جزء مظلل فى الأشكال الآتية:

1


2


3


14 أوجد فى Q مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

1 $(x-3)(x+3)=7$

2 $(x-3)(x^2+3x+9)=0$

3 $(x-5)(x+5)=75$

4 $(x+4)(x^2-4x+16)=0$

15 **اكتشف الخطأ:** قام كل من عاصم ويونس بإيجاد مساحة مربع طول ضلعه $(2x+3)$ فكانت إجابة كل منهما كالآتى:

حل يونس

$(2x+3)^2=(2x)^2+(3)^2$
$=4x^2+9$

حل عاصم

$(2x+3)^2=(2x)^2+2(2x)(3)+3^2$
$=4x^2+12x+9$

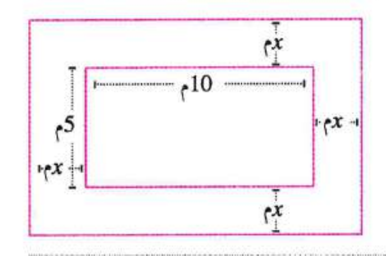
أى الحلين صحيح ؟ ناقش.

16 مربع طول ضلعه $(x+3)$ وحدة طول ، **أوجد** مساحته بدلالة x ، ثم **أوجد** القيمة العددية للمساحة عندما $x=7$.

17 مربع طول ضلعه x سم إذا زاد طول ضلعه بمقدار 2 سم ونقص طول الضلع المجاور له 3 سم، **فما** اسم الشكل الناتج ، ثم **أوجد** مساحته فى أبسط صورة. (حيث x عدد طبيعى أكبر من 3)

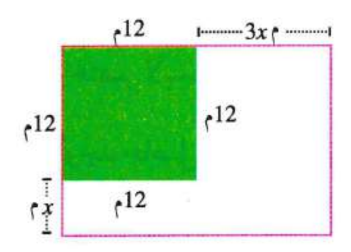
18 مستطيل طوله $(2x+5)$ وحدة طول، طوله يزيد عن عرضه 4 وحدات طول، أوجد مساحته بدلالة x ، ثم **أوجد** القيمة العددية للمساحة عندما $x=13$.

19 صمم مهندس معمارى منزلًا فى وسط حديقة بحيث تكون الحوائط الأربعة للمنزل على أبعاد متساوية من أسوار الحديقة، **أوجد** مساحة الجزء المتبقى حول المنزل بدلالة x . **(استخدم المعطيات التى بالشكل المقابل)**



20 **الشكل المقابل:**

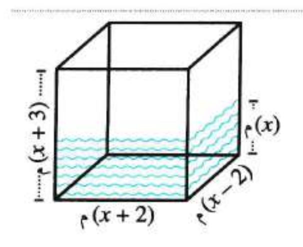
يمثل قطعة أرض زراعية تمت زراعة جزء منها على شكل مربع طول ضلعه 12 مترًا وترك الجزء الباقى غير مزروع، **أوجد** مساحة الجزء غير المزروع بدلالة x ثم **أوجد** القيمة العددية لمساحة الجزء غير المزروع عندما $x=5$.



تحد نفسك

21 إذا نقص طول كل ضلع من أضلاع مربع بمقدار 2 سم ، فإن مساحته تنقص بمقدار 36 سم^2، **فما طول ضلع المربع قبل النقصان؟**

22 حمام سباحة على شكل متوازى مستطيلات أبعاده كما هو موضح بالشكل، **أوجد** قيمة x إذا كان حجم الجزء الفارغ من حمام السباحة يساوى 15م^3.



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ما عدد حدود المقدار الناتج من حاصل ضرب : $(x+3)(x-3)$ فى أبسط صورة؟

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 4

2 إذا كان : $(2x+5)^2 = ax^2 + bx + c$ ، فإن قيمة b تساوى ....

(أ) 10 (ب) 20 (جـ) 30 (د) 5

3 إذا كان : $(x+4)(x-4) - 9 = 0$ ، حيث $x < 0$ ، فما قيمة x؟

(أ) -2 (ب) -3 (جـ) -4 (د) -5

4 إذا كان: $x \in Z$ ، فأى مما يأتى يعتبر أحد حلول المتباينة $1 - 5x < 5$؟

(أ) 0 (ب) -1 (جـ) -2 (د) -3

5 أى مما يأتى يساوى $\sqrt[3]{(-8)^2}$ ؟

(أ) -4 (ب) -2 (جـ) 2 (د) 4

2 أكمل كلًّا مما يأتى:

1 معامل ab فى حاصل ضرب $(a-b)(3a-2b)$ يساوى ....

2 $(x+5)(x + \text{..........}) = x^2 + \text{..........} + 15$

3 إذا كان: $x^2 + 1 = 26$ ، فإن قيمة x هى .... أو ....

4 $(3x-4y)(2x-y) = \text{..........} - \text{..........} + \text{..........}$

5 إذا كان: $a = 5^3$ ، فإن .... $= \sqrt[3]{a}$

3 أجب عما يأتى:

(أ) أوجد حاصل ضرب:

1 $(3x-2)(x+7)$

2 $(3-2m)(m-4)$

3 $(2\ell-5)(2\ell+5)$

4 $(\frac{1}{3}a-2b)(\frac{1}{3}a+2b)$

(ب) أوجد مفكوك كل مما يأتى:

1 $(x-3)^2$

2 $(2x-9)^2$

3 $(x-2y)^2$

4 $(2x+3y)^2$

(جـ) أوجد ناتج ما يأتى بالصيغة العلمية: $(8.3 \times 10^8) - (5.4 \times 10^8)$

(د) اختصر فى أبسط صورة: $(x-2)(x+2) - (x+2)^2$ ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما $x = 4$

تابع مستواك

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر

الــدرس 4



قسمة حد جبرى أو مقدار جبرى على حد جبرى

(Dividing Algebraic Term or Algebraic Expression by Algebraic Term)



نواتج التعلم

- يقسم الطالب حدًّا جبريًّا على حد جبرى آخر.
- يقسم الطالب مقدارًا جبريًّا على حد جبرى.

مفردات أساسية

- حد جبرى (Algebraic Term)	- مقدار جبرى (Algebraic Expression)
- قسمة (Dividing)	- المقسوم (Dividend)
- المقسوم عليه (Divisor)	- خارج القسمة (Quotient)

فكر وناقش:

- **إذا علمت أن :** $(3x^2y^4) \times (5x^3y) = 15x^5y^5$
- **هل يمكن حساب:** $\frac{15x^5\,y^5}{5x^3\,y}$ ؟ «علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى الصفر»
- **وما القيمة العددية لخارج القسمة عندما يكون:** $x = 3$ ، $y = 2$ ؟
- الشكل المقابل هو مستطيل عرضه $(3xy)$ وحدة طول، ومساحته $(24x^2y^3 + 9x^3y^2)$ وحدة مربعة.

$3xy$ | $24x^2y^3 + 9x^3y^2$

فكيف يمكن حساب طول هذا المستطيل؟

فى هذا الدرس ستتعلم كيف نقوم بقسمة الحدود الجبرية، كذلك قسمة المقدار الجبرى على الحد الجبرى، مما سيمكننا من حل تلك المشكلات.

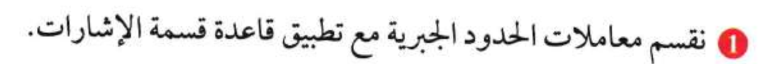
قاعدة قسمة الإشارات

+ = + ÷ +

+ = − ÷ −

− = + ÷ −

− = − ÷ +



تعلم 1 قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر:

عند قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر نتبع الخطوات الآتية:

1. نقسم معاملات الحدود الجبرية مع تطبيق قاعدة قسمة الإشارات.
2. نقسم المتغيرات مع مراعاة طرح أسس المتغيرات التى لها نفس الأساس.

فمثلًا: $6x^6 \div 3x^2 = 2x^4$ (نطرح الأسس – نقسم المعاملات) ، $\frac{-20x^5y^3}{2x^3y^2} = \frac{-20}{2}x^{5-3}y^{3-2} = -10x^2y$

مثال 1 أوجد خارج قسمة كل مما يأتى: «علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى الصفر».

1. $12x^6y^2 \div 4x^3y$
2. $-10x^4y^5 \div 5x^3y$
3. $\frac{-15a^3b^4c^2}{-3ab^2c}$
4. $\frac{35a^4b^2c^3}{-7bac}$

الحل

1. $\frac{12x^6y^2}{4x^3y} = \frac{12}{4}x^{6-3}y^{2-1} = 3x^3y$
2. $\frac{-10x^4y^5}{5x^3y} = \frac{-10}{5}x^{4-3}y^{5-1} = -2xy^4$
3. $\frac{-15a^3b^4c^2}{-3ab^2c} = \frac{-15}{-3}a^{3-1}b^{4-2}c^{2-1} = 5a^2b^2c$
4. $\frac{35a^4b^2c^3}{-7bac} = \frac{35}{-7}a^{4-1}b^{2-1}c^{3-1} = -5a^3bc^2$

نقاط هامة

- فى كل من المقسوم والمقسوم عليه إذا وجد نفس المتغير بنفس الأس يتم حذفه حيث إن خارج قسمتهما يساوى 1 ، ثم نكمل عملية القسمة. فمثلًا: $\frac{14x^3y^2z^5}{2x^3y^2z^2} = \frac{14}{2}z^{5-2} = 7z^3$
- القسمة على صفر ليس لها معنى، ولذلك فإن جميع المسائل التى تستخدم متغيرات يكون المقسوم عليه لا يساوى الصفر.

مثال 2 اختر الإجابة الصحيحة: «علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى الصفر».

1. إذا كان: $\frac{3x^2}{a} = 1$ فإن: a = ... $[-1 \quad ، \quad 3x^2 \quad ، \quad 3x \quad ، \quad 3]$
2. $15x^2y^4 \div$ .... $= 3xy^2$ $[5x^3y^3 \quad ، \quad 5xy^2 \quad ، \quad 5x^2y \quad ، \quad 5x^2y^2]$
3. .... $\div 4xy^2 = 2x^3y^4$ $[8x^4y^6 \quad ، \quad 2x^4y^6 \quad ، \quad 8xy^2 \quad ، \quad 2x^2y^2]$

الحل

1. $3x^2$ (لأن: $\frac{3x^2}{3x^2} = 1$)
2. $5xy^2$ (لأن: $\frac{15x^2y^4}{3xy^2} = 5xy^2$)
3. $8x^4y^6$ (لأن: $4xy^2 \times 2x^3y^4 = 8x^4y^6$)

تذكر أن

- المقسوم عليه = المقسوم ÷ خارج القسمة
- المقسوم = المقسوم عليه × خارج القسمة

سؤال 1 أوجد خارج قسمة ما يلى: «علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى الصفر».

1. $\frac{20x^3y^2}{-4x^2y}$
2. $\frac{-15a^4b^2}{-5a^2b^2}$
3. $50a^3b^4c^5 \div (-10ab^2c^3)$

تعلم 2 قسمة مقدار جبرى على حد جبرى:

عند قسمة مقدار جبرى على حد جبرى نتبع الآتى:

نقسم كل حد من حدود المقدار الجبرى على هذا الحد، **(وهى تشبه طريقة قسمة الكسور الاعتيادية).**

حيث إن: $\frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$ ، $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

فمثلًا: $\frac{15x^3 + 20x^2}{5x} = \frac{15x^3}{5x} + \frac{20x^2}{5x} = 3x^2 + 4x$

مثال 3

أوجد خارج قسمة كل مما يأتى: «علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى الصفر».

1. $\frac{12x^5 - 4x^3}{4x^2}$
2. $\frac{42a^2b - 9ab^2 + 3ab}{-3ab}$
3. $(32x^5 - 48x^3) \div (-8x^3)$

الحل

1. $\frac{12x^5 - 4x^3}{4x^2} = \frac{12x^5}{4x^2} - \frac{4x^3}{4x^2} = 3x^3 - x$
2. $\frac{42a^2b - 9ab^2 + 3ab}{-3ab} = \frac{42a^2b}{-3ab} + \frac{-9ab^2}{-3ab} + \frac{3ab}{-3ab} = -14a + 3b - 1$
3. $(32x^5 - 48x^3) \div (-8x^3) = \frac{32x^5}{-8x^3} + \frac{-48x^3}{-8x^3} = -4x^2 + 6$

مثال 4

أوجد خارج قسمة كل مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة: «علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى الصفر».

1. $\frac{16x^4y^2 - 32x^3y^3 + 24x^2y^2}{8x^2y}$
2. $\frac{-8x^3 + 12x^2}{4x} + \frac{9x^4 - 6x^3}{3x^2}$

الحل

1. $\frac{16x^4y^2 - 32x^3y^3 + 24x^2y^2}{8x^2y} = \frac{16x^4y^2}{8x^2y} - \frac{32x^3y^3}{8x^2y} + \frac{24x^2y^2}{8x^2y} = 2x^2y - 4xy^2 + 3y$
2. $\frac{-8x^3 + 12x^2}{4x} + \frac{9x^4 - 6x^3}{3x^2} = \left[\frac{-8x^3}{4x} + \frac{12x^2}{4x}\right] + \left[\frac{9x^4}{3x^2} + \frac{-6x^3}{3x^2}\right]$

$= -2x^2 + 3x \quad + \quad 3x^2 - 2x$

$= (-2x^2 + 3x^2) \quad + \quad (3x - 2x) = x^2 + x$

س؟ سؤال 2

اختصر كلًّا مما يأتى: «علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى الصفر».

1. $\frac{4x^3y^3 - 8x^4y^5}{-2x^2y^3}$
2. $\frac{4a^4b^3 - 8a^3b^4}{2a^2b^2}$
3. $\frac{2x^2 + 6x}{2x} + \frac{5x^3 - 10x^2}{5x^2}$

مثال 5 أوجد خارج قسمة: $\frac{4x^2(3x^2+2x-5)}{2x}$

«علماً بأن: $x \neq 0$» ، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما: $x = 2$

الحل

$$\frac{4x^2(3x^2+2x-5)}{2x} = \frac{12x^4+8x^3-20x^2}{2x} = \frac{12x^4}{2x} + \frac{8x^3}{2x} - \frac{20x^2}{2x}$$

$$= 6x^3 + 4x^2 - 10x$$

حل آخر **لإيجاد خارج القسمة (تنوع الاستراتيجيات)**

نقسم $4x^2$ على $2x$ أولًا ، ثم نضرب ناتج القسمة فى $(3x^2+2x-5)$

$$\frac{4x^2(3x^2+2x-5)}{2x} = \frac{4x^2}{2x}(3x^2+2x-5) = 2x(3x^2+2x-5)$$

$$= 6x^3 + 4x^2 - 10x$$

القيمة العددية للمقدار الناتج عندما: $x = 2$

$$6x^3 + 4x^2 - 10x = 6(2)^3 + 4(2)^2 - 10(2) = 6 \times 8 + 4 \times 4 - 20 = 48 + 16 - 20 = 44$$

مثال 6 إذا كان: $(70x^3 - nx^2) \div 7x = mx^2 - 3x$ **فأوجد قيمة:** $m + n$ «علمًا بأن: $x \neq 0$»

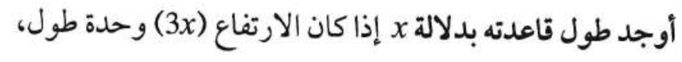
الحل

$$\frac{70x^3}{7x} - \frac{nx^2}{7x} = mx^2 - 3x \implies 10x^2 - \frac{n}{7}x = mx^2 - 3x$$

بمقارنة معاملات x^2: $m = 10$ ، وبمقارنة معاملات x: $\frac{-n}{7} = -3 \implies n = 21$

$$\therefore m + n = 10 + 21 = 31$$

مثال 7 المثلث المقابل مساحته: $(9x^3 - 6x^2 + 3x)$ وحدة مربعة



أوجد طول قاعدته بدلالة x إذا كان الارتفاع $(3x)$ وحدة طول،

ثم احسب القيمة العددية للقاعدة عندما: $x = 4$



الحل

طول القاعدة = ضعف مساحة المثلث ÷ الارتفاع المناظر لهذه القاعدة

أى أن: $\frac{2(9x^3-6x^2+3x)}{3x} = \frac{18x^3-12x^2+6x}{3x} = \frac{18x^3}{3x} - \frac{12x^2}{3x} + \frac{6x}{3x} = 6x^2 - 4x + 2$

وبالتالى فإن طول القاعدة = $(6x^2 - 4x + 2)$ وحدة طول

القيمة العددية لطول القاعدة عندما: $x = 4$ هى $6(4)^2 - 4(4) + 2 = 82$ وحدة طول

مثال 8 متوازى مستطيلات حجمه $(12x^4 - 32x^3 + 16x^2)$ وحدة مكعبة،

وقاعدته مربعة طول ضلعها $(2x)$ وحدة طول. **أوجد ارتفاعه.**

الحل

ارتفاع متوازى المستطيلات = $\frac{\text{حجم متوازى المستطيلات}}{\text{مساحة القاعدة}}$

أى أن: $\frac{12x^4-32x^3+16x^2}{(2x)\times(2x)} = \frac{12x^4-32x^3+16x^2}{4x^2} = \frac{12x^4}{4x^2} - \frac{32x^3}{4x^2} + \frac{16x^2}{4x^2} = 3x^2 - 8x + 4$

ارتفاع متوازى المستطيلات = $(3x^2 - 8x + 4)$ وحدة طول



الـدرس 4

تذكر ▲ فهم ▲ تطبيق ▲ تحليل ▲

مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوي صفرًا)

1 $2x^2 \times \dots\dots = 6x^3$

(أ) $3x$ (ب) $5x^3$ (جـ) $6x^2$ (د) $32x^3$

2 $\dots\dots \times 4x^2y = 4x^3y^2$

(أ) $4x^3y^2$ (ب) $5x^3y^2$ (جـ) xy (د) $4x^2y^3$

3 إذا كان: $\frac{8x^2}{a} = 1$ ، فإن: $a = \dots\dots$

(أ) -1 (ب) 1 (جـ) $-8x^2$ (د) $8x^2$

4 $\frac{a+b}{c} = \dots\dots$

(أ) $a + \frac{b}{c}$ (ب) $\frac{a}{c} + b$ (جـ) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (د) $\frac{ab}{c}$

5 $\dots\dots \div (-2x^2y) = 12xy^2$

(أ) $6xy$ (ب) $-6xy$ (جـ) $24x^3y^3$ (د) $-24x^3y^3$

6 $15x^4y^3 \div \dots\dots = 3x^2y^3$

(أ) $5xy^2$ (ب) $5y^2$ (جـ) $5x^2$ (د) $-5x^2y^2$

7 $(x^3 + x^2) \div x^2 = \dots\dots$

(أ) Zero (ب) x (جـ) $x+1$ (د) $2x+1$

2 أكمل ما يأتي: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوي صفرًا)

1 $-6x^3 \div 3x^2 = \dots\dots$

2 $15x^2y^4 \div 5x^2 = \dots\dots$

3 $12x^3y^2 \div \dots\dots = 6x^2y$

4 $36x^5y^8 \div \dots\dots = 12x^3y^2$

5 $\frac{8x^2 - 4x}{2x} = \dots\dots - 2$

6 $(7x^2 + 14x) \div 7x = x + \dots\dots$

7 $(x^3 + x) \div x = \dots\dots$

8 $(15x^4 - 12x^3) \div (-3x^2) = \dots\dots$

3 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوي صفرًا)

1 $\frac{6x^4}{2x^2} = \dots\dots$

2 $\frac{-14y^6}{7y^3} = \dots\dots$

3 $\frac{-16x^3y^4}{-8x^2y^2} = \dots\dots$

4 $\frac{18x^2y^3}{-2x^2y} = \dots\dots$

5 $\frac{8x^2y^4z^3}{-4x^2y^3z} = \dots\dots$

6 $\frac{-20a^3b^4c^2}{-5a^2bc^2} = \dots\dots$

7 $\frac{6a^2b^2}{3ab} = \dots\dots$

8 $\frac{8xy^2}{2xy^2} = \dots\dots$

9 $\frac{-28x^2y^3z}{-7x^2yz} = \dots\dots$

4 أوجد ناتج ما يلي: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوي صفرًا)

1. $24x^2 \div 3x =$ ....
2. $-15x^3 \div 5x =$ ....
3. $-18x^3y^2 \div (-6x^2y) =$ ....
4. $6x^3y^6 \div (-3x^3y^2) =$ ....
5. $-27a^3b^4c^2 \div 9ab^2c =$ ....
6. $48a^5b^6c^3 \div 8a^3b^3c^3 =$ ....
7. $12m^3n^2 \div 4m^3n =$ ....
8. $-10m^2n^3 \div (-2m^2n^3) =$ ....
9. $9a^3b \div 3a =$ ....
10. $-12x^2m^3 \div 3m^2 =$ ....

5 أوجد خارج قسمة كل مما يلي: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوي صفرًا)

1. $\frac{18x^4 + 6x^2}{3x} =$ ....
2. $\frac{18a^4 + 32a^3}{-2a^2} =$ ....
3. $\frac{48x^3 - 80x^2}{8x} =$ ....
4. $\frac{-6x^3 - 12x^2}{-6x^2} =$ ....
5. $\frac{32x^5 - 48x^3 + 72x^2}{-8x^2} =$ ....
6. $\frac{24x^4y^3 - 18x^3y^4}{6x^2y^2} =$ ....
7. $\frac{18a^4b^5 + 42a^3b^2}{-6a^2b^2} =$ ....
8. $\frac{8a^5b^4 - 12a^4b^3 + 24a^4b^2}{4a^4b} =$ ....

6 أوجد ناتج قسمة كل مما يأتي: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوي صفرًا)

1. $(12x^2 - 4x) \div 2x =$ ....
2. $(15y^3 + 12y^2) \div (-3y) =$ ....
3. $(x - x^2 - x^3) \div (-x) =$ ....
4. $(2x - 4x^2 + 8x^3) \div (2x) =$ ....
5. $(-15a^3x^2 + 10a^4x^3) \div (-5a^3x^2) =$ ....
6. $(49x^3y^2 - 14x^2y^3 + 28x^2y^2) \div 7x^2y^2 =$ ....
7. $(4x^3y^5 - 8x^4y^2 - 10x^2y) \div (-2x^2y) =$ ....
8. $(3a^2b^2 - 6ab^3 + 9a^2b) \div (-3ab) =$ ....

7 اختصر كل مما يأتي: (حيث $x \neq 0$)

1. $\frac{4x^3}{2x} + \frac{15x^2}{5x} - \frac{14x}{7x} =$ ....
2. $\frac{x^2}{-x} + \frac{-4x}{x} - \frac{3x^3}{x^2} =$ ....
3. $\frac{2x(6x^2 - 2x + 8)}{4x} =$ ....
4. $\frac{6x^3(3x^2 - 6x - 9)}{9x^2} =$ ....
5. $\frac{72x^4 - 144x^3 + 96x^2}{-6x \times 8x} =$ ....
6. $\frac{30x^5 - 10x^3 + 20x^2}{-2x \times 5x} =$ ....
7. $\frac{6x^2 + 9x}{3x} + \frac{-8x^3 + 12x^2}{4x^2} =$ ....
8. $\frac{28x^2 - 42x}{7x} + \frac{14x^2 - 35x}{-7x} =$ ....

8 أوجد قيمة m ، n فى كل مما يلى: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى صفرًا)

1 $(30x^3 - 15x^2) \div 5x = mx^2 - nx$

m = ... n = ...

2 $(6x^4 + nx^3) \div 2x = mx^3 + 2x^2$

m = ... n = ...

3 $(mx^5y^2 + 4x^3y^3) \div 2x^2y = 3x^3y + nxy^2$

m = ... n = ...

4 $(30x^2y^3 - mxy) \div (-3x) = nxy^3 + 5y$

m = ... n = ...

9 اقرأ ثم أجب:

1 إذا كانت مساحة مستطيل تساوى $(4x^4 + 8x^3 + 12x^2)$ وحدة مربعة، وطول أحد بعديه $(4x^2)$ وحدة طول، أوجد طول البعد الآخر بدلالة x .

2 مثلث مساحته $(15x^2 + 3x)$ وحدة مربعة، وارتفاعه $(3x)$ وحدة طول، **أوجد** طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع بدلالة x، ثم **أوجد** القيمة العددية لطول هذه القاعدة عندما $x = 3$.

3 مع مالك مبلغ $(25x^4 + 15x^3 + 20x^2)$ جنيهًا، قام بتوزيعه على عدد من أصدقائه، فكان نصيب كل منهم $(5x^2)$ جنيه، **أوجد** عدد أصدقائه بدلالة x .

4 مع يونس كمية من السكر كتلتها $(20x^3y^3 + 12x^3y^2 - 16x^2y^3)$ كجم، قام بتوزيعها بالتساوى على $(4x^2y^2)$ من الأكياس، **أوجد** كتلة كل كيس بدلالة x ، ثم **أوجد** القيمة العددية لكتلة كل كيس عندما $x = 1$.

5 حديقة على شكل مستطيل مساحتها $(15a^3b^2 + 20a^2b^3 - 25a^2b^2)$ متر مربع وعرضها $(5a^2b^2)$ متر، **أوجد** طولها بدلالة a ، b ، وإذا كان $a = 2$ ، $b = 3$ **فأوجد** القيمة العددية لطول الحديقة.

6 ورقة مستطيلة الشكل طولها $(18x^2 + 10x)$ وحدة طول وعرضها $(2x)$ وحدة طول، تم تقسيمها إلى أجزاء متساوية فى المساحة، ومساحة كل منها $(4x^2)$ وحدة مساحة، **أوجد** عدد الأجزاء الناتجة بدلالة x .

تحد نفسك

10 متوازى مستطيلات حجمه $(15x^5y^4 + 18x^4y^5)$ وحدة مكعبة، وبعدا قاعدته $(3x^2y)$ وحدة طول ، (xy) وحدة طول ، **أوجد** ارتفاع متوازى المستطيلات.

11 إذا كان: $15x^4y^m \div 5x^ny^2 = 3xy$ ، **فأوجد** قيمة m + n .

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 المتباينة التى تمثل : «العدد x مضافًا إليه العدد 2 أقل من 5 » هى ....

(أ) $x + 2 < 5$ (ب) $x - 2 < 5$ (جـ) $2x < 5$ (د) $x + 2 > 5$

2 $15x^3 \div (-3x^2) =$ .... حيث $x \neq 0$

(أ) $5x$ (ب) $-5x$ (جـ) $5x^2$ (د) $-5x^5$

3 $\frac{12x^3 - 14x^2}{2x} =$ .... $- 7x$ حيث $x \neq 0$

(أ) $6x$ (ب) $6x^3$ (جـ) $6x^2$ (د) 6

4 $(2x)(-3x^2) =$ ....

(أ) $6x^3$ (ب) $-6x^2$ (جـ) $-x^3$ (د) $-6x^3$

5 $x(6x + 4) = 6x^2 +$ ....

(أ) $8x$ (ب) $10x$ (جـ) $4x$ (د) $10x^2$

2 أكمل كلًّا مما يأتى:

1 $(2x^2)(3x^3) =$ ....

2 المتباينة التى تمثل «عدد x أكبر من 5» هى ....

3 $4xy^3 \div 2x =$ .... $(x \neq 0)$

4 $(4x^3 - 2x^4) \div 2x^2 =$ .... $(x \neq 0)$

5 مستطيل مساحته $(5x^2 + 10x)$ وحدة مربعة، إذا كان طوله $(5x)$ وحدة طول،

فإن عرضه = ... وحدة طول.

3 أجب عما يلى: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى صفرًا)

1 **أوجد خارج قسمة:** $\frac{14x^3 - 6x^2}{2x}$، ثم **أوجد** قيمة الناتج عندما $(x = 1)$.

2 **اختصر لأبسط صورة:** $\frac{30x^2 - 10x}{5x} + \frac{16x^3 + 4x^2}{4x^2}$

3 **إذا كان:** $(16x^3y^4 + mx^2y^3) \div 4x^2y^2 = nxy^2 + 2y$،

فما قيمة $m + n$؟

4 مثلث مساحته $(4x^3 + 6x^2 - 2x)$ وحدة مربعة وارتفاعه $(2x)$ وحدة طول، **أوجد** طول قاعدته بدلالة x، ثم **أوجد** القيمة العددية لطول القاعدة عندما $(x = 2)$.

تابع مستواك ★★★★★

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر

الــدرس 5

ذاكر

قسمة المقادير الجبرية

(Dividing Algebraic Expressions)

خارج القسمة $4x + 7$

المقسوم عليه $x - 3$ | $4x^2 - 5x - 21$ المقسوم

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 12x \\ \hline 7x - 21 \\ 7x - 21 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

نواتج التعلم

- أن يقسم الطالب مقدارًا جبريًّا على مقدار جبرى آخر مكون من حدين.
- أن يوظف الطالب قسمة المقادير الجبرية فى حل المشكلات.

مفردات أساسية

- قسمة (**Dividing**)
- مقدار جبرى (**Algebraic Expression**)
- المقسوم (**Dividend**)
- المقسوم عليه (**Divisor**)
- خارج القسمة (**Quotient**)

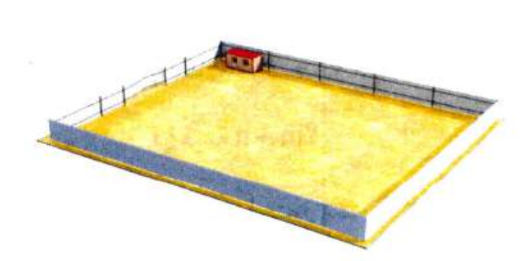
فكر وناقش:

1 إذا كانت إجمالى إيرادات التذاكر المبيعة فى إحدى مباريات كرة القدم هى $(6x^2 + 31x + 5)$ جنيه وكان ثمن التذكرة الواحدة هو $(x + 5)$ جنيه.

فكيف تحصل على عدد التذاكر المبيعة؟

2 قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $(x^2 + 7x + 10)$ متر مربع وكان عرضها يساوى $(x + 2)$ متر.

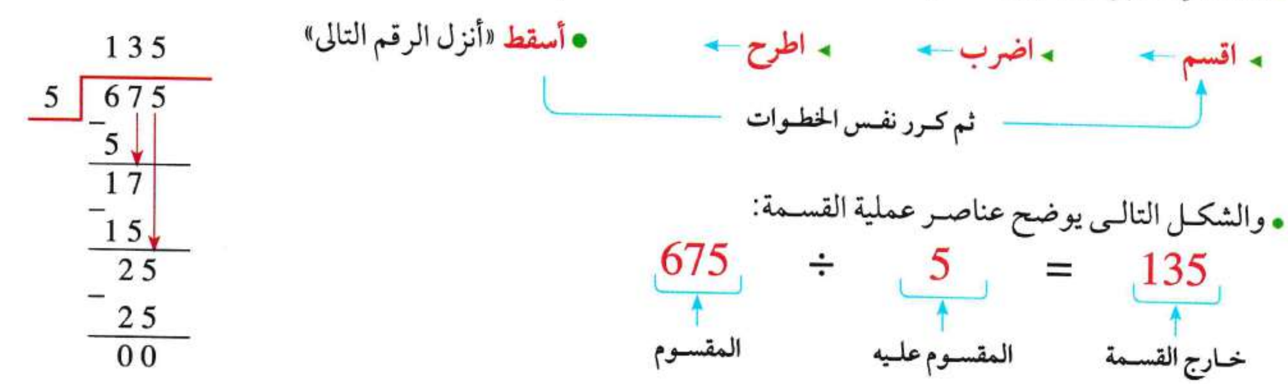
أوجد طول قطعة الأرض بدلالة (x).



فى هذا الدرس، سوف نتعلم كيفية قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

تعلم قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر

- تعلمنا فيما سبق كيفية إجراء عملية قسمة الأعداد الصحيحة باستخدام الخوارزمية المعيارية (القسمة المطولة) وهى كالآتى:



- والشكل التالى يوضح عناصر عملية القسمة:

$675 \div 5 = 135$

المقسوم ، المقسوم عليه ، خارج القسمة

- تستخدم هذه المفردات أيضًا فى قسمة المقادير الجبرية، مع العلم أن جميع المسائل التى يستخدم فيها متغيرات يكون المقسوم عليه لا يساوى الصفر.

فمثلًا: لإيجاد خارج قسمة $(5x + x^2 + 6)$ ، على $(x + 3)$ (حيث $x \neq -3$) نتبع الآتى:

1. نرتب حدود المقسوم والمقسوم عليه ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى (x) (يفضل تنازليًا).

$x + 3 \,\overline{)\, x^2 + 5x + 6}$

2. نقسم الحد الأول فى المقسوم (x^2) على الحد الأول فى المقسوم عليه (x) فيكون الناتج (x)

3. نضرب الناتج (x) فى المقسوم عليه $(x + 3)$ فيكون الناتج $(x^2 + 3x)$
(مع مراعاة وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها)

4. نطرح $(x^2 + 3x)$ من $(x^2 + 5x + 6)$ فيكون الناتج $(2x + 6)$

5. نكرر الخطوات السابقة حتى يصبح باقى الطرح يساوى صفرًا وبالتالى يكون خارج القسمة هو $(x + 2)$

$$\begin{array}{r|l} & x + 2 \\ \hline x + 3 & x^2 + 5x + 6 \\ & -(x^2 + 3x) \\ \hline & 2x + 6 \\ & -(2x + 6) \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة ← $x + 2$ ، المقسوم عليه ← $x + 3$ ، المقسوم ← $x^2 + 5x + 6$

لاحظ أن

للتأكد من صحة خارج القسمة: نضرب خارج القسمة فى المقسوم عليه فنحصل على المقسوم.

مثال 1 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي ثم تأكد من صحة الحل:

1 $(x^2 - 2x - 15)$ على $(x + 3)$ ، حيث $x \neq -3$

2 $(x^2 + 8x - 9)$ على $(x - 1)$ حيث $x \neq 1$

الحل

1

$$\begin{array}{r|l} & x-5 \\ x+3 & x^2-2x-15 \\ & -(x^2+3x) \\ & -5x-15 \\ & -(-5x-15) \\ & 0 \quad 0 \end{array}$$

- خارج القسمة هو $(x - 5)$
- للتأكد من صحة خارج القسمة:

المقسوم = خارج القسمة × المقسوم عليه

$\therefore\ (x-5)(x+3) = x^2 + [3x + (-5x)] - 15$

$= x^2 - 2x - 15$

2

$$\begin{array}{r|l} & x+9 \\ x-1 & x^2+8x-9 \\ & -(x^2-x) \\ & 9x-9 \\ & -(9x-9) \\ & 0 \quad 0 \end{array}$$

- خارج القسمة هو $(x + 9)$
- للتأكد من صحة خارج القسمة:

المقسوم = خارج القسمة × المقسوم عليه

$\therefore\ (x+9)(x-1) = x^2 + [-x + 9x] - 9$

$= x^2 + 8x - 9$

مثال 2 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

1 $(x^3 + 3x - 36)$ على $(x - 3)$ حيث $x \neq 3$

2 $(x^3 + 8)$ على $(x + 2)$ حيث $x \neq -2$

الحل

1 لاحظ أن المقسوم لا يوجد به حد جبرى يشتمل على x^2

لذلك نترك له مسافة فارغة.

$$\begin{array}{r|l} & x^2+3x+12 \\ x-3 & x^3+\quad+3x-36 \\ & -(x^3-3x^2) \\ & 3x^2+3x-36 \\ & -(3x^2-9x) \\ & 12x-36 \\ & -(12x-36) \\ & 0 \quad 0 \end{array}$$

- خارج القسمة هو $(x^2 + 3x + 12)$

2 لاحظ أن المقسوم لاتوجد به حدود تشتمل على x^2 ، x

لذلك نترك لهم مسافات فارغة.

$$\begin{array}{r|l} & x^2-2x+4 \\ x+2 & x^3+\quad+\quad+8 \\ & -(x^3+2x^2) \\ & -2x^2+\quad+8 \\ & -(-2x^2-4x) \\ & 4x+8 \\ & -(4x+8) \\ & 0 \quad 0 \end{array}$$

- خارج القسمة هو $(x^2 - 2x + 4)$

س؟ سؤال 1

أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

1 $(x^2 - 6x + 8)$ على $(x - 2)$ حيث $x \neq 2$

2 $(x^3 + 64)$ على $(x + 4)$ حيث $x \neq -4$

مثال 3 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

1 $(23x + 21 + 6x^2)$ على $(2x + 3)$ حيث $x \neq \frac{-3}{2}$

2 $(11xy + y^2 + 10x^2)$ على $(x + y)$ حيث $y \neq -x$

الحل

1

$$\begin{array}{r|l} & 3x+7 \\ \hline 2x+3 & 6x^2+23x+21 \\ & -(6x^2+9x) \\ \hline & 14x+21 \\ & -(14x+21) \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة هو $(3x+7)$

لاحظ أن

تم ترتيب حدود المقسوم حسب قوى (x) ترتيبًا تنازليًا.

2

$$\begin{array}{r|l} & y+10x \\ \hline y+x & y^2+11xy+10x^2 \\ & -(y^2+xy) \\ \hline & 10xy+10x^2 \\ & -(10xy+10x^2) \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة هو $(y+10x)$

لاحظ أن

تم ترتيب حدود المقسوم والمقسوم عليه ترتيبًا تنازليًا حسب قوى المتغير (y) ويمكن أيضًا حل المثال بالترتيب حسب قوى المتغير (x)

مثال 4 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

1 $(16y^2 - 4x^2)$ على $(4y - 2x)$ حيث $x \neq 2y$

2 $(3x^2 + 12xy + 9y^2)$ على $3(x + 3y)$ حيث $x \neq -3y$

الحل

1 لاحظ أن المقسوم مرتب تنازليًا حسب قوى (y) ولا يوجد به حد جبرى يشتمل على y لذلك نترك له مسافة فارغة.

$$\begin{array}{r|l} & 4y+2x \\ \hline 4y-2x & 16y^2+\quad\quad -4x^2 \\ & -(16y^2-8xy) \\ \hline & 8xy-4x^2 \\ & -(8xy-4x^2) \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة هو $(4y+2x)$

2 لاحظ أنه يوجد عملية ضرب فى المقسوم عليه لذلك نقوم بإجراءها أولًا ثم نقسم:

$3(x + 3y) = 3x + 9y$

$$\begin{array}{r|l} & x+y \\ \hline 3x+9y & 3x^2+12xy+9y^2 \\ & -(3x^2+9xy) \\ \hline & 3xy+9y^2 \\ & -(3xy+9y^2) \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة هو $(x+y)$



س؟ سؤال 2

أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

1 $(9x + x^2 + 18)$ على $(x + 3)$ حيث $x \neq -3$

2 $(x^2 - 25y^2)$ على $(x + 5y)$ حيث $x \neq -5y$

مثال 5

إذا كان $(2x - 3)$ أحد عاملى المقدار $(2x^2 + 7x - 15)$ ،

فأوجد العامل الآخر حيث : $x \neq \frac{3}{2}$

الحل

$$\begin{array}{r|l} & x+5 \\ 2x-3 & 2x^2 + 7x - 15 \\ & -(2x^2 - 3x) \\ & 10x - 15 \\ & -(10x - 15) \\ & 0 \quad 0 \end{array}$$

- العامل الآخر هو خارج قسمة $(2x^2 + 7x - 15)$ على $(2x - 3)$
- وبالتالى فإن العامل الآخر هو $(x + 5)$

مثال 6

إذا كان المقدار الجبرى $(x^3 - 3x^2 + 6x + a)$

يقبل القسمة على $(x - 2)$ ، حيث : $x \neq 2$

فأوجد قيمة a

الحل

$$\begin{array}{r|l} & x^2 - x + 4 \\ x-2 & x^3 - 3x^2 + 6x + a \\ & -(x^3 - 2x^2) \\ & -x^2 + 6x + a \\ & -(-x^2 + 2x) \\ & 4x + a \\ & -(4x - 8) \\ & a + 8 \end{array}$$

- لإيجاد قيمة a نقسم المقدار $(x^3 - 3x^2 + 6x + a)$ على $(x - 2)$

$\because$ المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه

فإن باقى عملية القسمة $(a + 8)$ يجب أن يساوى 0

أى أن : $a + 8 = 0 \therefore$ ومنها: $a = -8 \therefore$

مثال 7

أوجد قيمة a التى تجعل المقدار $(2x^2 - 5x + a)$ يقبل القسمة على $(2x + 3)$

حيث $x \neq \frac{-3}{2}$ وإذا كان خارج القسمة هو $(x + b)$؛ فأوجد قيمة $a + b$

الحل



$$\begin{array}{r|l} & x - 4 \\ 2x+3 & 2x^2 - 5x + a \\ & -(2x^2 + 3x) \\ & -8x + a \\ & -(-8x - 12) \\ & a + 12 \end{array}$$

- لكى يقبل المقدار $(2x^2 - 5x + a)$ القسمة على $(2x + 3)$

فإن $a + 12 = 0$ $\therefore a = -12$

، ويكون خارج القسمة $(x - 4)$

$\therefore x + b = x - 4$ ومنها $b = -4$

$\therefore a + b = (-12) + (-4) = (-16)$

سؤال 3

1. إذا كان المقدار : $(x + 3)$ أحد عاملى المقدار $(x^2 + 10x + 21)$ ، حيث : $x \neq -3$ فأوجد العامل الآخر.
2. إذا كان المقدار : $(x^2 - 14x + a)$ يقبل القسمة على المقدار $(x - 1)$ ، حيث : $x \neq 1$ فأوجد قيمة a

مثال 8

يبيع أحد ملاهى الأطفال تذاكر بإجمالى إيرادات $(5x^2 - 3x - 14)$ جنيه فإذا كان سعر كل تذكرة $(x - 2)$ جنيه، فحدد عدد التذاكر المبيعة بدلالة x، حيث : $x \neq 2$ ، وإذا كانت $x = 50$ ، **فأوجد عدد التذاكر المبيعة.**

$$\begin{array}{r|l} & 5x + 7 \\ \hline x - 2 & 5x^2 - 3x - 14 \\ & -(5x^2 - 10x) \\ \hline & 7x - 14 \\ & -(7x - 14) \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

الحل

إجمالى الإيرادات = عدد التذاكر المبيعة × سعر التذكرة الواحدة.

∴ عدد التذاكر المبيعة = $\frac{\text{إجمالى الإيرادات}}{\text{سعر التذكرة الواحدة}}$

∴ [عدد التذاكر المبيعة بدلالة x] = $(5x + 7)$ تذكرة.

∴ [عدد التذاكر المبيعة عندما $x = 50$] $= 5\,(50) + 7 = 257$ تذكرة.

مثال 9

أرضية غرفة مستطيلة الشكل مساحتها تساوى $(35x^3 + 72x^2 + 64x + 24)$ متر مربع، فإذا كان عرض الأرضية يساوى $(7x + 6)$ متر، فأوجد طول الأرضية بدلالة x، حيث : $x \neq \frac{-6}{7}$ ، **ثم أوجد القيمة العددية لمحيط الأرضية عندما $x = 1$**

$$\begin{array}{r|l} & 5x^2 + 6x + 4 \\ \hline 7x + 6 & 35x^3 + 72x^2 + 64x + 24 \\ & -(35x^3 + 30x^2) \\ \hline & 42x^2 + 64x + 24 \\ & -(42x^2 + 36x) \\ \hline & 28x + 24 \\ & -(28x + 24) \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

الحل

∵ أرضية الغرفة مستطيلة الشكل.

∴ طول الأرضية = $\frac{\text{مساحة الأرضية}}{\text{عرض الأرضية}}$

∴ [طول الأرضية بدلالة (x)] = $(5x^2 + 6x + 4)$ متر.

عند : $x = 1$

طول الأرضية $= 5\,(1)^2 + 6\,(1) + 4 = 15$ مترًا.

عرض الأرضية $= 7\,(1) + 6 = 13$ مترًا.

وبالتالى فإن محيط الأرضية $= 2\,(15 + 13) = 56$ مترًا.

مثال 10

تقوم إحدى الشركات بتعبئة منتجاتها فى صناديق، كل صندوق على شكل متوازى مستطيلات حجمه يساوى $(3x^3 + 7x^2 + 5x + 1)$ سنتيمتر مكعب وارتفاعه يساوى $(x + 1)$ سنتيمتر، **فأوجد مساحة قاعدة الصندوق بدلالة (x)، حيث :** $x \neq -1$

$$\begin{array}{r|l} & 3x^2 + 4x + 1 \\ \hline x + 1 & 3x^3 + 7x^2 + 5x + 1 \\ & -(3x^3 + 3x^2) \\ \hline & 4x^2 + 5x + 1 \\ & -(4x^2 + 4x) \\ \hline & x + 1 \\ & -(x + 1) \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

الحل

حجم الصندوق «متوازى المستطيلات»

= مساحة قاعدة الصندوق × ارتفاع الصندوق.

∴ مساحة قاعدة الصندوق = $\frac{\text{حجم الصندوق}}{\text{ارتفاع الصندوق}}$

∴ [مساحة قاعدة الصندوق بدلالة (x)] = $(3x^2 + 4x + 1)$ سم^2





مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى صفرًا)

1 .... = $(x^2 + 7x + 12) \div (x + 4)$

(أ) $(x - 4)$ (ب) $(x - 3)$ (جـ) $(x + 4)$ (د) $(x + 3)$

2 .... = $(x^2 - 3x - 10) \div (x + 2)$

(أ) $(x - 5)$ (ب) $(x + 5)$ (جـ) $(x - 2)$ (د) $(x + 3)$

3 إذا كان $(x - 7)$ أحد عوامل المقدار $x^2 - 49$ ؛ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) x (ب) $x - 7$ (جـ) $x + 7$ (د) $7x$

4 إذا كان $(3x - 7)$ أحد عوامل المقدار $6x^2 + x - 35$ ، فإن العامل الآخر هو ....

(أ) $2x + 5$ (ب) $2x - 5$ (جـ) $x + 5$ (د) $5x + 2$

5 إذا كان خارج قسمة $(x^3 - 4x)$ على $(x - 2)$ هو $(\text{a}x + x^2)$ فإن .... = a

(أ) -4 (ب) -2 (جـ) 2 (د) 4

6 إذا كان $(x^2 + 5x + 25)$ هو أحد عوامل المقدار $x^3 - 125$ ، فإن العامل الآخر هو ....

(أ) x (ب) $x + 5$ (جـ) $x^2 - 5$ (د) $x - 5$

7 إذا كان: $\text{a} = \frac{x - 3}{3 - x}$ ، فإن قيمة a تساوى ....

(أ) -3 (ب) -1 (جـ) 1 (د) 3

8 إذا كان: $\frac{2x + \text{a}}{x + 3} = 2$ ، فإن: .... = a

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 5 (د) 6

9 إذا كان: $\frac{3x + 15}{x - \text{a}} = 3$ ، فإن: .... = a

(أ) -5 (ب) -3 (جـ) 3 (د) 5

10 إذا كان خارج قسمة $(x^2 - 2x - 35)$ على $(x + 5)$ هو $(x + \text{b})$، فإن: .... = b

(أ) -7 (ب) -5 (جـ) 5 (د) 7

11 مستطيل مساحته $(x^2 - 10x + 24)$ وحدة مساحة، وطول أحد بعديه $(x - 4)$ وحدة طول، فإن طول البعد الآخر = ... وحدة طول.

(أ) $x + 6$ (ب) $x - 6$ (جـ) $x - 12$ (د) $x + 12$

12 إذا كانت مساحة مثلث هى $(x^2 - 9x + 14)$ وحدة مساحة، وكان طول قاعدته $(x - 2)$ وحدة طول، فإن الارتفاع المناظر لهذه القاعدة = ... وحدة طول.

(أ) $x - 7$ (ب) $\frac{1}{2}(x - 7)$ (جـ) $2(x - 7)$ (د) $x - 14$

13 إذا كانت مساحة مثلث $(x^2 - 10x + 21)$ وحدة مساحة، وارتفاعه $(x - 7)$ وحدة طول، فإن طول القاعدة المناظر لهذا الارتفاع = ... وحدة طول.

(أ) $x - 3$ (ب) $\frac{1}{2}(x - 3)$ (جـ) $x - 6$ (د) $2x - 6$

2 أوجد خارج قسمة ما يلى: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى صفرًا)

1 $x^2 + 9x + 20$ على $(x + 4)$

2 $x^2 + 8x + 15$ على $(x + 5)$

3 $x^2 - 10x + 25$ على $(x - 5)$

4 $x^2 - 4x - 21$ على $(x + 3)$

5 $4x + x^2 + 3$ على $(x + 3)$

6 $2 + 2y^2 - 5y$ على $(y - 2)$

7 $6x + x^2 + 5$ على $(x + 5)$

8 $6 + x^2 + 5x$ على $(2 + x)$

9 $6x^2 + 13x + 6$ على $(2x + 3)$

10 $3x^2 + 2x - 8$ على $(3x - 4)$

11 $13x - 3 + 10x^2$ على $(5x - 1)$

12 $4x^2 - 15 - 7x$ على $(4x + 5)$

3 أوجد ناتج كل مما يأتى: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى صفرًا)

1 $x^2 + 2xy + y^2$ على $(x + y)$

2 $x^2 + 5xy - 6y^2$ على $(x + 6y)$

3 $9yx + 20y^2 + x^2$ على $(x + 4y)$

4 $7xy + 6y^2 + 2x^2$ على $(2x + 3y)$

5 $7x - 5x^2 + 2x^3 - 6$ على $(2x - 3)$

6 $3x^2 + x^3 - x - 3$ على $(x - 1)$

7 $x^3 + 5x^2 + 5x - 3$ على $(x + 3)$

8 $27x^3 + 8$ على $(3x + 2)$

9 $x^3 + 7x^2 + 13x + 15$ على $(x + 5)$

10 $x^3 - 8x + 3$ على $(x + 3)$

11 $x^3 + 4x^2 - 5$ على $(x - 1)$

12 $x^3 + 27$ على $(x + 3)$

13 $x^4 - 1$ على $(x^2 + 1)$

14 $x^3 - 4x$ على $(x + 2)$

4 أجب عن الأسئلة الآتية: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى صفرًا)

1 إذا كان $(x - 4)$ أحد عاملى المقدار $(x^2 - 5x + 4)$ ، فأوجد العامل الآخر.

2 إذا كان $(x + 3)$ أحد عاملى المقدار $(x^2 + 5x + 6)$ ، فأوجد العامل الآخر.

3 اقسم $(-3x^2 + x^3 - x + 6)$ على $(x - 2)$ حيث $x \neq 2$ ، ثم أوجد القيمة العددية لخارج القسمة عندما $x = 3$

4 اقسم $(x^3 - 3x - 2)$ على $(x - 2)$ حيث $x \neq 2$ ، ثم أوجد القيمة العددية لخارج القسمة عندما $x = 5$

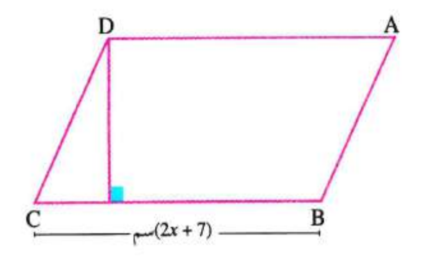
5 أوجد قيمة b التى تجعل المقدار $(4x^2 + 11x + b)$ يقبل القسمة على $(x - 1)$

6 أوجد قيمة c التى تجعل المقدار $(14x^2 + 15x + c)$ يقبل القسمة على $(2x + 1)$

7 إذا كان خارج قسمة $(x^2 - 5x + c)$ على $(x - 2)$ هو $(x + a)$، فما قيمة $a + c$؟

8 إذا كان خارج قسمة $(x^2 + 10x + c)$ على $(x + 7)$ هو $(x + a)$، فما قيمة $a + c$؟

5 **أجب عما يلى:** (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى صفرًا)



1 ABCD متوازى أضلاع مساحته $(6x^2 + 23x + 7)$سم^2،
وكان طول $\overline{BC}$ يساوى $(2x + 7)$سم،
أوجد طول العمود الساقط من D على $\overline{BC}$ بدلالة x.



2 يقوم سامح بتبليط أرضية غرفة مستطيلة الشكل حيث
المساحة الكلية للأرضية تساوى $(x^2 + 7x + 12)$ متر مربع،
فإذا كان عرض الأرضية يساوى $(x + 3)$ متر،
فأوجد طول الأرضية بدلالة x.



3 إذا كانت التكلفة الإجمالية لطلاء الحائط تساوى $(2x^2 + 8x + 6)$ جنيه،
وإذا كان سعر المتر المربع من الطلاء يساوى $(2x + 2)$ جنيه.
فأوجد مساحة الحائط بدلالة x.

4 مستطيل مساحته تساوى $(14x^2 + 41x + 15)$ سم^2،
وطوله يساوى $(7x + 3)$ سم، أوجد عرضه بدلالة x.

$14x^2 + 41x + 15$

$(7x + 3)$سم



5 تتحرك سيارة فى طريق مستقيم بسرعة قدرها $(2x + 4)$ متر/ ساعة،
احسب بالساعات الزمن الذى تستغرقه هذه السيارة بدلالة x
فى قطع مسافة قدرها $(2x^3 + 8x^2 + 8x)$ مترًا، (علمًا بأن: السرعة = $\frac{\text{مسافة}}{\text{زمن}}$)



6 مع أحمد كمية من الفاكهة كتلتها تساوى $(2y^3 - y^2 - 2y + 6)$ كجم،
وقام بتعبئتها فى أكياس عددها $(2y + 3)$ كيس،
فما كتلة الفاكهة فى كل كيس؟

تحد نفسك

6 ABC قطعة أرض مثلثة الشكل مساحتها $(6x^2 + 7xy + 2y^2)$ متر مربع، إذا كان طول $\overline{AB}$ يساوى $(2x + y)$ متر،
أوجد طول العمود الساقط من c على $\overline{AB}$ بدلالة x، y، ثم أوجد القيمة العددية لطول هذا العمود عندما $y = 3$، $x = 2$

7 **أوجد** قيمة c التى تجعل المقدار $(2x^2 + 4xy - cy^2)$ يقبل القسمة على $2(x + 3y)$

8 متوازى مستطيلات حجمه $(x^3 + 6x^2 + 11x + 6)$ وحدة مكعبة، طوله $(x + 2)$ وحدة طول،
عرضه $(x + 1)$ وحدة طول. **أوجد ارتفاعه.**

مجاب عنه

أولًا قياس المفاهيم:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان طول القلم(x) لا يزيد عن 15 سم فأى المتباينات تمثل طول القلم؟

(أ) $x < 15$ (ب) $x \leqslant 15$ (جـ) $x > 15$ (د) $x \geqslant 15$

2 أى المتباينات تعبر عن أن العدد x أكبر من 6 ؟

(أ) $x \leqslant 6$ (ب) $x \geqslant 6$ (جـ) $x > 6$ (د) $x < 6$

3 المتباينة التى تعبر عن ثلاثة أمثال العدد y أكبر من 12؟

(أ) $y \geqslant 12$ (ب) $3y > 12$ (جـ) $3y < 12$ (د) $3y \leqslant 12$

4 أى من المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى مجموعة الأعداد الصحيحة هو $x = 5$ ؟

(أ) $x - 2 > 5$ (ب) $2x - 1 > 5$ (جـ) $-x < -5$ (د) $x < -5$

5 أى الأعداد التالية ينتمى إلى مجموعة حل المتباينة $2x - 3 < 5$ فى Z؟

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

6 إذا كان : $A > 0$ ، $B > 0$ ، $A > B$ فإن $\frac{1}{B}$ .... $\frac{1}{A}$.

(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $\geqslant$ (د) $=$

7 إذا كانت $x \in Z$ فأى مما يأتى أحد حلول المتباينة $1 - 2x < 3$ ؟

(أ) 0 (ب) -1 (جـ) -2 (د) -4

8 $(2y^2)(3y) =$ ....

(أ) $6y^3$ (ب) $5y^3$ (جـ) $6y^2$ (د) $32y^3$

9 $(x)(x)(-x) =$ ....

(أ) x^3 (ب) $3x$ (جـ) $-x^3$ (د) $-3x$

10 $(-4a^3)(-5a^3) =$ ....

(أ) $20a^3$ (ب) $20a^6$ (جـ) $-20a^3$ (د) $-20a^6$

11 إذا كان سعر القلم الواحد (x) جنيهًا فما سعر 8 أقلام؟

(أ) $x + 8$ (ب) $x - 8$ (جـ) $8x$ (د) $\frac{x}{8}$

12 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab +$ ....

(أ) b^2 (ب) b (جـ) $-b^2$ (د) $-b$

13 إذا كان $(x - 3)(2x + 5) = 2x^2 + bx - 15$ فإن $b =$ ....

(أ) 2 (ب) -1 (جـ) 1 (د) -2

14 إذا كان: $(5x-3)^2 = 25x^2 + kx + 9$ ، فإن .... = k

(أ) 15 (ب) -15 (جـ) -30 (د) 30

15 إذا كان L = 2 فإن القيمة العددية للمقدار $(2L-1)^2$ هى ....

(أ) 9 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 16

16 عدد الحدود فى مفكوك $(2-x)^2$ يساوى ....

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

17 إذا كان: $(x-4)(x+4) = x^2 - a$ فإن .... = a

(أ) 16 (ب) -16 (جـ) 4 (د) -4

18 $10a^5b^3 \div 2a^3b^3 =$ .... (حيث $a \neq 0, b \neq 0$)

(أ) $5ab^2$ (ب) $5a^2b$ (جـ) $5b^2$ (د) $5a^2$

19 $-4xy^2 \div xy =$ .... (حيث $x \neq 0, y \neq 0$)

(أ) xy (ب) $-4xy$ (جـ) $-4y$ (د) -4

20 إذا كان: $\frac{-4xy}{a} = 1$ فإن .... = a (حيث $a \neq 0$)

(أ) -1 (ب) 1 (جـ) $4xy$ (د) $-4xy$

21 إذا كان: $\frac{L}{3x} = -7x^4$ فإن .... = L

(أ) $7x^3$ (ب) $-21x^5$ (جـ) $21x^3$ (د) $-7x^3$

22 $(8x^3 - 6x) \div 2x =$ .... (حيث $x \neq 0$)

(أ) $4x^2 - 1$ (ب) $4x^2 - 4$ (جـ) $4x^2 - 3$ (د) $4x^2 - 8$

23 إذا كان: $\frac{16-x}{x-16} = a$ فإن .... = a (حيث $x \neq 16$)

(أ) -16 (ب) -1 (جـ) 1 (د) 16

24 إذا كان: $\frac{x^2+b}{x+1} = x$ فإن .... = b (حيث $x \neq -1$)

(أ) $-x$ (ب) x (جـ) 1 (د) -1

25 إذا كان: $\frac{12y^2 - 15y}{4y - C} = 3y$ فإن .... = C (حيث $y \neq \frac{C}{4}$)

(أ) -5 (ب) -4 (جـ) -3 (د) 5

26 إذا كانت: $b^x = 3$ فإن: .... = 3b

(أ) b^{2x} (ب) b^{x+1} (جـ) b^{x+2} (د) b^{3x}

2 أكمل كلًّا مما يأتى:

1 إذا كانت درجة الحرارة أقل من 10 درجات مئوية فإن المتباينة التى تُمثل درجة الحرارة (x) هى ....

2 إذا كان عدد الكتب فى المكتبة أكثر من 500 كتاب فإن المتباينة التى تعبر عن عدد الكتب (b) هى ....

3 إذا كان $3 \geqslant -x$ فإن -3 .... x .

4 إحدى المتباينات المكافئة للمتباينة $-2x < 16$ هى .... $< x$.

5 إذا كانت $x \in N$ فإن مجموعة حل المتباينة $x \leqslant 0$ هى ....

6 $(2a)(3b^2) =$ ....

7 $(5x)(-5x^2) =$ ....

8 $\left(\frac{-4}{5} x y\right)\left(\frac{15}{4} y^3\right) =$ ....

9 $(-6P^2St^3)(\text{..................}) = 18p^2S^2t^3$

10 $L(L - 14) =$ .... $- 14L$

11 $m(m - 8) + 8m =$ ....

12 حجم المكعب الذى طول حرفه (x) سم يساوى .... سم^3.

13 عدد حدود حاصل ضرب $(a + 1)(a - 1)$ فى أبسط صورة يساوى ....

14 إذا كان $(x - 2)(x - 3) = x^2 + ax + 6$ فإن $a =$ ....

15 إذا كان $(L - 7)(L + 7) = L^2 + b$ فإن $b =$ ....

16 معامل x^2 فى حاصل الضرب $(2x - 7)(3x + 8)$ هو ....

17 $(45x^4) \div (15x^2) =$ ....

18 $(-16a^2b^3) \div (-8ab) =$ ....

19 $(3x^2 - 3x) \div 3x =$ ....

20 إذا كان $\frac{am^2}{-7m^2} = 1$ فإن $a =$ ....

21 .... $\div (12x^3y^2) = -x$.

22 إذا كان $\frac{15y + 30}{y - k} = 15$ فإن $K =$ ....

23 $\frac{(3 + 2)^4}{5(7 - 2)^3} =$ ....

24 كتابة $\left(3^2\right)^3$ باستخدام أس واحد والأساس عدد أولى هى ....

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية:

3 عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة:

1 يجب أن يكون عمرك 18 عامًا على الأقل للحصول على رخصة قيادة.

2 يجب ألا تزيد كتلة حقيبة اليد فى الطائرة عن 10 كيلو جرامات.

3 يخصص سمير 3 ساعات على الأقل يوميًّا للمذاكرة.

4 تريد داليا شراء هاتف جديد بحيث لا يزيد سعره عن 5000 جنيه.

5 يحتاج إيهاب إلى أن يكسب ما لايقل عن 8000 جنيه شهريًّا لتغطية مصاريفه.

4 أوجد فى N مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

1 $x+1>1$ 2 $-x+4\leqslant -2$ 3 $\frac{x}{2}+6>5$ 4 $3x>-9$

5 أوجد فى Z مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

1 $4x+5\geqslant 17$ 2 $3x-2<7$ 3 $1-2y>1$

4 $27(2a-5)\leqslant 81$ 5 $2x-1>x+2$ 6 $4x-2\geqslant 2(x+3)$

6 أوجد فى Q مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

1 $5(x-2)\leqslant 15$ 2 $2y+7\geqslant 5y-1$ 3 $2(3x-1)\geqslant 4x-3$

4 $2C+6\leqslant 3-C$ 5 $6-4(a+1)\leqslant 2a$ 6 $\frac{n}{7}+\frac{11}{14}\leqslant -\frac{17}{14}$

7 $3b-5<2(b+1)$ 8 $10-3(x+2)>5$ 9 $8(1+C)<11C+2$

7 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

1 $(5x^2y^4)(2x^3y^2)$ 2 $(-3a^2b)(-4ab^3)$ 3 $(-2m)(3mn^4)(-5m^2n)$

4 $3x(2x^2-5x+4)$ 5 $-5b^2(b^4-2b^2+3)$ 6 $\frac{1}{2}x(4x^2-6x+8)$

7 $(x+2)(x+3)$ 8 $(2n+3)(2n-3)$ 9 $(a-3)(2a+1)$

10 $(x+5)(x^2-2x+1)$ 11 $(3x+2y)(3x-2y)$ 12 $(a-5)^2$

13 $(x+4)^2$ 14 $(2n-3)^2$ 15 $(2b+7)^2$

8 احسب خارج قسمة كل مما يأتى: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى صفر)

1 $(12x^3)\div(3x)$ 2 $(-15y^5)\div(-5y^2)$

3 $(36x^5y^4)\div(-9x^3y^2)$ 4 $(9x^2+6x^3)\div(3x)$

5 $(-15a^3+10a^4)\div(-5a)$ 6 $(18a^3b^2C-12a^2bC^2)\div(-6abC)$

7 (x^2+5x+6) على $(x+2)$ 8 $(2a^2-3-5a)$ على $(2a+1)$

9 (m^2-16) على $(m-4)$ 10 $(4n^2-9)$ على $(2n+3)$

11 (y^3+y^2-7y+2) على $(y-2)$ 12 $(8x^2-2xy-3y^2)$ على $(4x-3y)$

9 اختصر لأبسط صورة كلًا مما يأتى:

1 $(x+2)^2-4(x+1)$ 2 $(2n-5)(2n+5)+25$

3 $(x+y)^2-(x+y)(x-y)$ 4 $(a+2)(a+5)-a(6-a)$

5 $(3x-1)(2x+5)-7x^2+4$ 6 $(x+y-2)(x+y+2)$

10 أوجد فى أبسط صورة حاصل الضرب: $(x-3)(2x^2-x+4)$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما $x=-1$

11 **اختصر لأبسط صورة:** $(a+b)^2 - (a-2b)^2 + a(a-b)$

ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما $a = -1$ ، $b = 1$

12 إذا كان: $(x)(x^3)(-2x) = a\,x^n$ **فأوجد** قيمة $a + n$

13 **أوجد** خارج قسمة $(-2x^2y + 4xy^2 - 6xy)$ على $-2xy$

14 إذا كان: $(x^2 - 7 + 2x)$ أحد عاملى المقدار $x^4 + 49 - 18x^2$ **فأوجد** العامل الآخر.

15 **أوجد** قيمة k التى تجعل $x^3 - 3x^2 - 25x + k$ يقبل القسمة على $(x^2 + 4x + 3)$

16 **اقسم** $(2x^2 + 13x + 15)$ على $(x + 5)$ ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما $x = -2$

17 **أوجد** فى Q مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

1 $(x-6)(x+6) = 64$

2 $(x+7)(x^2 - 7x + 49) = 0$

3 $x^2(x-1) - (x^3 - 1) = 0$

4 $(x+5)^2 = (x+4)^2$

18 إذا كان: $(x+y) = 7$, $(x-y) = 3$ **فاحسب** قيمة $4x^2 - 4y^2$

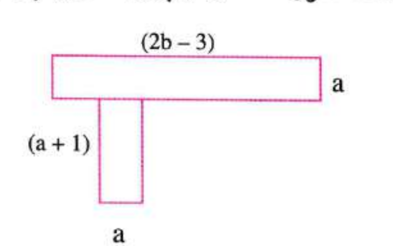
19 إذا كان: $(a+b)^2 = 81$, $ab = 27$ **فاحسب** قيمة $a^2 + b^2$

20 **احسب** باقى طرح $(2x+y)^2$ من $(2x-y)^2$

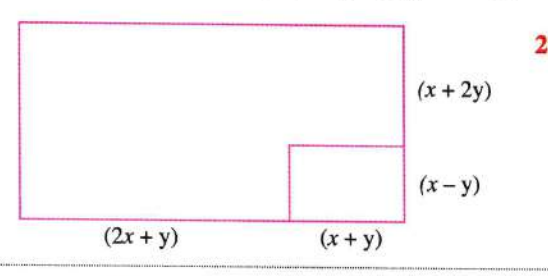
ثالثا التحليل وتكامل المواد:

21 **أوجد** فى أبسط صورة المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الجزء المظلل فى كل مما يأتى:

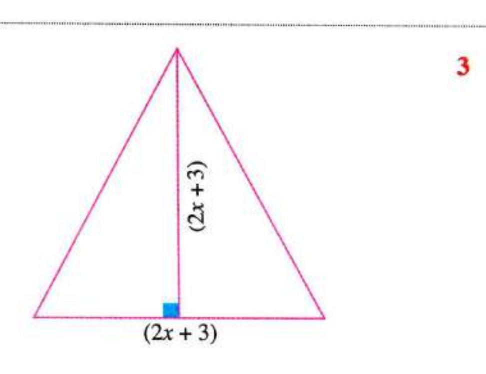
1



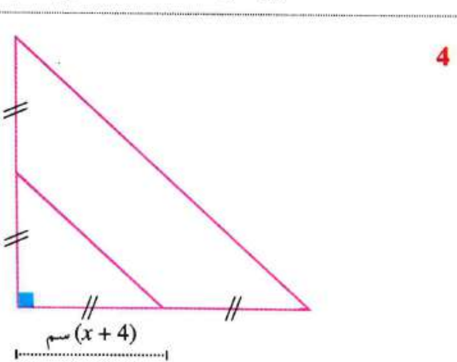
2



3



4



22 إذا زاد طول كل ضلع من أضلاع مربع 3 سم فزادت مساحته بمقدار 51 سنتيمترًا مربعًا، **فما** طول ضلع المربع قبل الزيادة؟

23 معين مساحة سطحه $(2x^2 + 15x + 18)$ وحدة مربعة وكان ارتفاعه $(2x + 3)$ وحدة طول، **أوجد** طول الضلع بدلالة x ثم **أوجد** محيطه عندما $x = 4$

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كانت درجة الحرارة k أقل من 10 تحت الصفر ، فأى المتباينات التالية تمثل درجة الحرارة k؟

(أ) $k > 10$ (ب) $k < 10$ (جـ) $k > -10$ (د) $k < -10$

2 $16x^2y^3 = (8xy^2)(\cdots\cdots)$

(أ) $2y$ (ب) $2xy$ (جـ) $2x^2y$ (د) $2xy^2$

3 إذا كان: $(5x-3)^2 = ax^2 + bx + c$ ، فإن: $b = \cdots\cdots$

(أ) 15 (ب) -15 (جـ) 30 (د) -30

4 $\frac{20x^2y^3 - 8x^2y^2 + 4xy^2}{4xy^2} = \cdots\cdots$ (حيث $x \neq 0 , y \neq 0$)

(أ) $5x^3y^5 - 2x^3y^4$ (ب) $5xy - 2x - 1$

(جـ) $5xy - x + 1$ (د) $5xy - 2x + 1$

5 إذا كان: $\frac{x-5}{5-x} = a$ حيث $x \neq 5$ فإن: $a = \cdots\cdots$

(أ) -5 (ب) 5 (جـ) 1 (د) -1

2 أكمل كلًا مما يأتى:

1 إذا كان: $a > b$ ، $k < 0$ ، فإن: $ak \cdots\cdots bk$

2 $5a^2b^3 = (2ab^2) \div \cdots\cdots$ (حيث $a \neq 0 , b \neq 0$)

3 إذا كان: $(x+3)$ أحد عاملى المقدار $(x^2 - 2x - 15)$ فإن العامل الآخر يساوى ....

3 أجب عما يأتى:

1 **أوجد مجموعة حل المتباينة:** $3x - 1 \leqslant 5$

إذا كانت مجموعة التعويض: (أ) N (ب) Z (جـ) Q

2 إسراء تريد شراء فستان جديد سعره على الأقل 300 جنيه، ولديها حاليًّا 150 جنيهًا، وتوفر 30 جنيهًا أسبوعيًّا.
اكتب متباينة وحلها، ثم **أوجد** أقل عدد من الأسابيع ستحتاج إليها إسراء لتوفير المال اللازم لشراء الفستان.

3 **أوجد ناتج ما يأتى:**

(أ) $4ab \times (-2a^2b) \times 5a^2b^2$ (ب) $8c^2 \times (-d) \times (\frac{-1}{4}cd^2)$

(جـ) $-3a(2ab - 3a)$ (د) $\frac{1}{2}a^2(4b^2 - 10ab - 6a^2)$

4 **اختصر لأبسط صورة:** $(2x-1)^2 - (x-3)(x+3)$ ، ثم **أوجد** قيمة الناتج عندما: $x = 1$

5 إذا كانت مساحة مستطيل تساوى $(6x^3 - 4x^2)$ وحدة مربعة ، وعرضه $(2x^2)$ وحدة طول.
فأوجد طوله عندما $x = 5$

6 **أوجد خارج قسمة:** $(x^2 - 5x + 6)$ على $(x-3)$ (حيث $x \neq 3$)

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 يحتاج أحمد إلى مبلغ 50 جنيهًا على الأقل لشراء لعبة ، أى المتباينات الآتية تمثل المبلغ الذى يحتاج إليه أحمد؟

(أ) $x < 50$ (ب) $x \leqslant 50$ (جـ) $x > 50$ (د) $x \geqslant 50$

2 $\ell M(1 - \cdots\cdots) = \ell M + 3\ell^2 M^3$

(أ) $3\ell M^2$ (ب) $-3\ell M^2$ (جـ) $3\ell M$ (د) $-3\ell M$

3 إذا كان: $(x - 7)(x + 7) = x^2 + bx + c$ فإن $b = \cdots\cdots$

(أ) 49 (ب) -49 (جـ) 0 (د) -14

4 $18a^2b^3c^4 \div \cdots\cdots = -6ac^2$ (حيث $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$)

(أ) $3ab^2c$ (ب) $-3ab^3c^2$ (جـ) $3ab^3c^2$ (د) $-3ab^2c^2$

5 إذا كانت مساحة مستطيل: $(x^2 + 7x + 12)$ وحدة مربعة وطوله $(x + 4)$ وحدة طول ، فإن عرض المستطيل = ... وحدة طول.

(أ) x (ب) $x + 2$ (جـ) $x + 3$ (د) $x + 4$

2 أكمل كلًا مما يأتى:

1 $\frac{a^2 - a}{a - 1} = \cdots\cdots$ (حيث $a \neq 1$)

2 $-2a^2b^3 \times 5a^3b = \cdots\cdots$

3 إذا كان: $(x - y)^2 = 20$ ، $xy = 4$ ، فإن قيمة $x^2 + y^2$ تساوى ....

3 أجب عما يأتى:

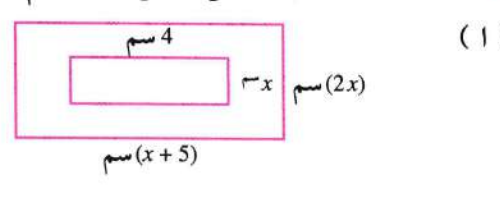
1 أوجد مجموعة الحل فى Z لكل من المتباينات الآتية:

(أ) $5x - 2 \geqslant 8$ (ب) $3(2x - 1) < 7x + 5$

(جـ) $1 - \frac{1}{2}x > 7$ (د) $\frac{2x}{3} + \frac{1}{2} \leqslant \frac{5}{6}$

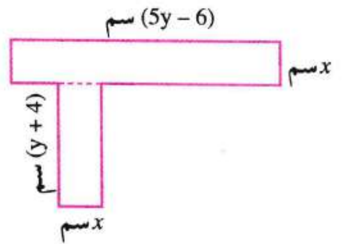
2 أوجد مساحة الجزء المظلل فى كل مما يأتى ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما $x = 2$, $y = 3$

(أ)



(ب)





3 أوجد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة: (أ) $(x - 2)(2x + 5)$ (ب) $(3x + 7)(3x - 7)$ (جـ) $(2a - 4)^2$

4 أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى: (علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوى صفرًا)

(أ) $-48a^3b^2 \div 16ab$ (ب) $\frac{20x^3y^2 - 10x^2y^2 + 5xy}{-5xy}$

5 أوجد قيمة k التى تجعل المقدار: $14x^2 + 15x + k$ ، يقبل القسمة على $(2x + 1)$ بدون باقٍ. (حيث $x \neq \frac{-1}{2}$)



تابع مستواك ★★★★★

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر



الهندسة والقياس

دروس الوحدة

الــــدرس الأول:	المساحات (Areas)
الــدرس الثانى:	الإنشاءات الهندسية (Geometrical Constructions)
الــدرس الثالث:	التحويلات الهندسية (Geometrical transformations)
الــدرس الرابع:	تركيب التحويلات الهندسية (Composite of Geometrical transformations)

يعتبر العلماء أن التعلم المستمر ضرورى لمواكبة التطورات فى استخدام الذكاء الاصطناعى بشكل فعال فى تصميم وإنتاج الأشكال الهندسية المعقدة.

- فهل يمكن استخدام الذكاء الاصطناعى (AI) فى تصميم أشكال هندسية معقدة بصورة سريعة ودقيقة؟

القضايا والمهارات الحياتية:

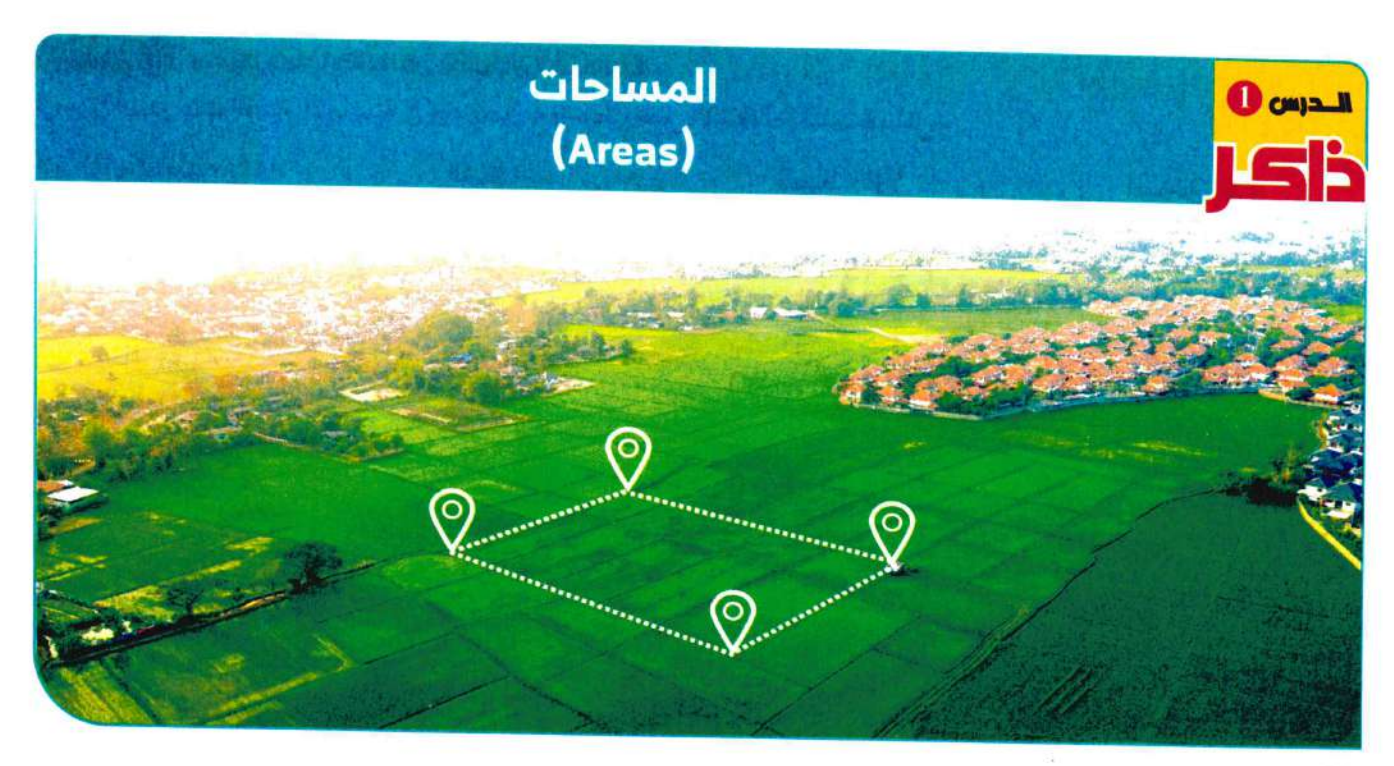
- التواصل الرياضى.
- العولمة.
- التنمية المستدامة.
- الفهم الرياضى .
- تكنولوجيا المعلومات.

القيم:

- الأمن والسلامة.
- احترام الآخر.
- المسئولية.
- الانتماء.

الدرس 1 ذاكر

المساحات
(Areas)



نواتج التعلم

- أن يتعرف الطالب على مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه.
- أن يتعرف الطالب على مساحة المربع بمعلومية طول قطره.
- أن يوجد مساحة شبه المنحرف.
- أن يستخدم قوانين حساب المساحات فى حل المشكلات.

مفردات أساسية

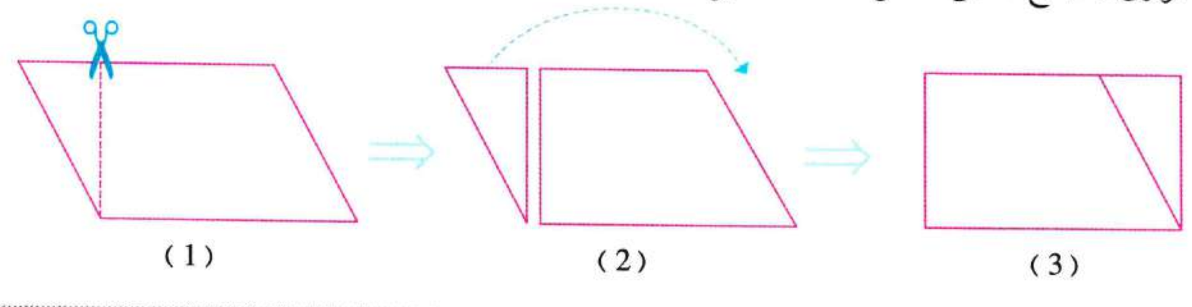
- مساحة (Area)
- محيط (Perimeter)
- معين (Rhombus)
- مربع (Square)
- شبه منحرف (Trapezium)

الترميز فى الرياضيات

- ونرمز للمساحة بالحرف (A)
- ونرمز لطول ضلع المربع أو المعين بالحرف (S)
- ونرمز لطول المستطيل بالحرف (ℓ)
- ونرمز لعرض المستطيل بالحرف (W)
- ونرمز لطول القاعدة بالحرف (b)
- ونرمز للمحيط بالحرف (P)
- ونرمز للارتفاع بالحرف (h)

فكر وناقش:

- وحدة المساحة هى مساحة سطح مربع طول ضلعه وحدة قياس الأطوال ،
ومساحة السطح المستوى هى عدد ما يشتمل عليه هذا السطح من وحدات المساحة.
- إذا قطع متوازى الأضلاع القطعة المثلثية كما بالشكل التالى، وتم تحريك القطعة المقطوعة لتكوين مستطيل بنفس طول القاعدة والارتفاع.
فهل متوازى الأضلاع الأصلى له نفس مساحة المستطيل؟



فى هذا الدرس، سوف نتعلم كيفية إيجاد مساحات بعض الأشكال الهندسية مثل المربع والمعين وشبه المنحرف مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

تعلم 1 محيط ومساحة بعض الأشكال الهندسية :

• سبق أن درست الصيغ الرياضية لإيجاد مساحة ومحيط بعض الأشكال الهندسية، مثل:

الاسم	الشكل	المحيط (P)	المساحة (A)
المربع	S	$P = 4S$	$A = S^2$
المستطيل	ℓ ، W	$P = 2(\ell + W)$	$A = \ell \times W$
متوازى الأضلاع	b_1 ، h_1 ، b_2 ، h_2	$P = 2(b_1 + b_2)$	$A = b_1 \times h_1 = b_2 \times h_2$
المعين	h ، S	$P = 4S$	$A = S \times h$
المثلث	a ، c ، h ، b	$P = a + b + c$	$A = \frac{1}{2} \times b \times h$

مثال 1 أوجد مساحة كل مما يأتي:

1 متوازى أضلاع طول قاعدته 6 سم، والارتفاع المناظر لها 5 سم.

2 مربع طول ضلعه 11 سم.

3 مستطيل طوله 14.2 سم، وعرضه 8.4 سم.

الحل

1 ∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

$\therefore A = b \times h$

$\therefore A = 6 \times 5 = 30$

∴ مساحة متوازى الأضلاع = 30 سنتيمترًا مربعًا.

2 ∵ مساحة المربع = (طول الضلع)^2

$\therefore A = S^2 = (11)^2 = 121$

∴ مساحة المربع = 121 سنتيمترًا مربعًا.

3 ∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

$\therefore A = \ell \times W = 14.2 \times 8.4$

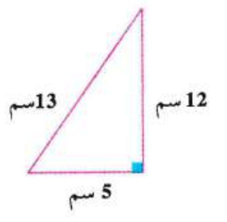
$= 119.28$

∴ مساحة المستطيل = 119.28 سنتيمتر مربع.

مثال 2

1 أوجد مساحة معين محيطه 40 سم، وارتفاعه 6 سم.

2 فى الشكل المقابل: أوجد مساحة المثلث، ثم أوجد محيطه.



الحل

1

$\because P = 4S$

$\therefore S = \frac{P}{4} = \frac{40}{4} = 10$

∴ طول الضلع = 10سم

$\because A = S \times h$

$\therefore A = 10 \times 6 = 60$

∴ مساحة المعين = 60 سنتيمترًا مربعًا

2

$\because A = \frac{1}{2} \times b \times h$

$\therefore A = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

∴ مساحة المثلث = 30 سنتيمترًا مربعًا

$P = 5 + 12 + 13 = 30$

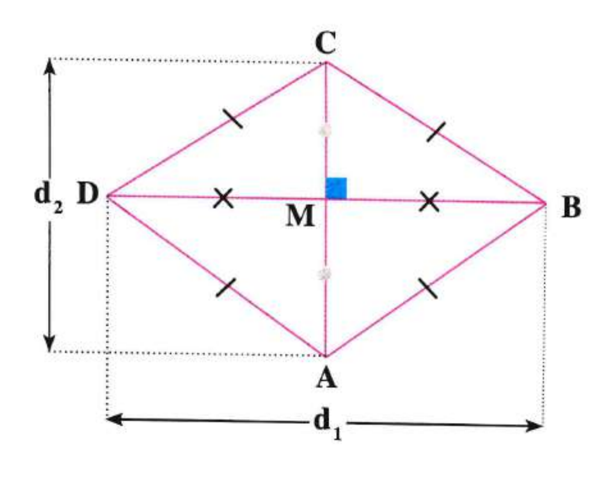
∴ محيـــط المثلث = 30 سم

سؤال 1

1 أوجد محيط ومساحة المربع الذى طول ضلعه 7 سم.

2 متوازى أضلاع مساحته 30 سنتيمترًا مربعًا وطول قاعدته 6 سم، أوجد الارتفاع المناظر لهذه القاعدة.

تعلم 2 مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه :



مساحة المعين : ABCD

= مساحة المثلث CBD + مساحة المثلث ABD

$= \left[\frac{1}{2} \times BD \times AM\right] + \left[\frac{1}{2} \times BD \times CM\right]$

$= \frac{1}{2} \times BD\,(AM + CM)$ خاصية التوزيع

$= \frac{1}{2} \times BD \times AC$

∴ **مساحة المعين** = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه

▶ $\therefore\ A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

نقاط هامة

- المعين هو متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.
- أضلاع المعين متساوية فى الطول.
- قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

وحدات قياس الطول :

فى النظام المترى	فى النظام الإنجليزى
• 1 سم = 10 مم • 1 ديسم = 10 سم	• 1 قدم = 12 بوصة • 1 ياردة = 36 بوصة = 3 أقدام
• 1 متر = 100 سم • 1 كم = 1000 متر	• 1 ميل = 1760 ياردة = 5280 قدمًا

مثال 3 **معين طولا قطريه 8 أقدام، 10 أقدام، أوجد مساحته.**

الحل

∵ مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه.

$\therefore\ A = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$

∴ مساحة المعين = 40 قدمًا مربعًا.

مثال 4 **معين محيطه 20 بوصة، وارتفاعه 4.8 بوصة، وطول أحد قطريه 8 بوصات، أوجد طول القطر الآخر.**

الحل

∵ محيط المعين = 20 بوصة

∴ طول ضلع المعين = $\frac{20}{4}$ = 5 بوصات

∵ مساحة المعين = طول الضلع × الارتفاع

= 5 × 4.8 = 24 بوصة مربعة

$\because\ A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$\therefore\ 24 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$

$\because\ 24 = 4d_2$

$\therefore\ d_2 = \frac{24}{4} = 6$

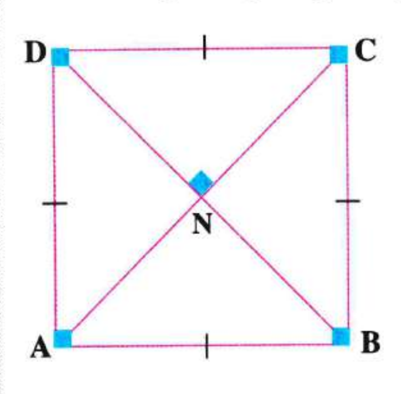
أى أن طول القطر الآخر = 6 بوصات.

سؤال 2

معين مساحته 36 قدمًا مربعًا، وطول أحد قطريه 8 أقدام، أوجد طول القطر الآخر.

تعلم 3 مساحة المربع بمعلومية طول قطره

∵ المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول. ∴ مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ × طول القطر × طول القطر.



أى أن: مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول القطر

وبفرض مساحة المربع A وطول قطره d يكون: $A = \frac{1}{2} d^2$

فمثلًا: إذا كان مربع طول قطره 10 سم ، فإن مساحته بالسنتيمتر المربع هى:

$A = \frac{1}{2} \times (10)^2 = \frac{1}{2} \times 100 = 50$

أى أن: المساحة = 50 سنتيمترًا مربعًا.

مثال 5

أيهما أكبر طولًا طول مستطيل مساحته 36 سنتيمترًا مربعًا، وعرضه 4 سم (أو) طول قطر مربع مساحته 50 سنتيمترًا مربعًا.

الحل

∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض ∴ طول المستطيل = $\frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}} = \frac{36}{4} = 9$ = 9 سم

∵ مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع قطره

$\therefore A = \frac{1}{2} d^2$ $\therefore 50 = \frac{1}{2} d^2$

$\therefore d^2 = 100$ $\therefore d = \sqrt{100} = 10$

∴ طول قطر المربع = 10 سم ∴ طول قطر المربع > طول المستطيل

مثال 6

مربع طول قطره 12 قدمًا، ومتوازى أضلاع طول قاعدته 15 قدمًا والارتفاع المناظر لها 9 أقدام.

أوجد مجموع مساحتيهما بالياردة المربعة. (علمًا بأن: الياردة = 3 أقدام).

الحل

∵ طول قطر المربع = 12 قدمًا = $\frac{12}{3}$ = 4 ياردات

∵ مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره

$\therefore A = \frac{1}{2} d^2 = \frac{1}{2} (4)^2 = 8$

∴ مساحة المربع = 8 ياردات مربعة.

∵ طول قاعدة متوازى الأضلاع = $\frac{15}{3}$ = 5 ياردات، الارتفاع = $\frac{9}{3}$ = 3 ياردات.

∴ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

$\therefore A = 3 \times 5 = 15$

∴ مساحة متوازى الأضلاع = 15 ياردة مربعة. ∴ مجموع المساحتين = 8 + 15 = 23 ياردة مربعة.

سؤال 3

1. أوجد: طول قطر المربع الذى مساحته 32 سنتيمترًا مربعًا.
2. أيهما أكبر فى المساحة: مربع طول قطره 8 سم أم معين طولا قطريه 5 سم ، 12 سم؟
3. أوجد: طول قطر المربع الذى مساحته تساوى مساحة معين طولا قطريه 4 أمتار ، 16 مترًا.

تعلم 4 مساحة شبه المنحرف

شبـه المنحرف: هو شكل رباعى فيه ضلعان فقـط متوازيـان وغير متساويين فى الطول، ويسميان القاعدة الصغرى والقاعدة الكبرى، ويسمى كل ضلع من الضلعين غير المتوازيين ساقًا.

فى الشكل المقابل: • شبه المنحرف له ارتفاع (h) وهو المسافة العمودية بين قاعدتيه.

• مساحة شبه المنحرف ABCD = مساحة المثلث ADC + مساحة المثلث CAB

خاصية التوزيع: $= \frac{1}{2} \times b_1 \times h + \frac{1}{2} \times b_2 \times h = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

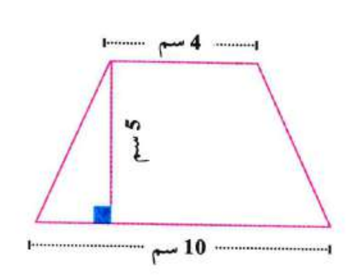
أى أن: مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

$$A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$$

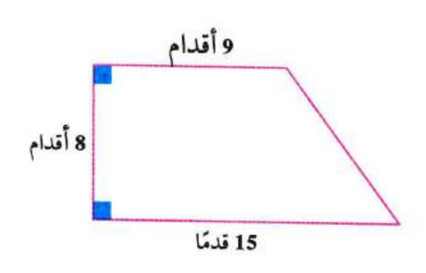
مثـال 7

احسب مساحة شبه المنحرف فى كل مما يأتى:

1



2



الحـل

1

$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$= \frac{1}{2}(4 + 10) \times 5 = 35$

أى أن: **مساحة شبه المنحرف** = 35 سنتيمترًا مربعًا

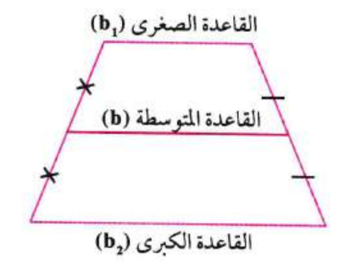
2

$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$= \frac{1}{2}(9 + 15) \times 8 = 96$

أى أن: **مساحة شبه المنحرف** = 96 قدمًا مربعًا

القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف:



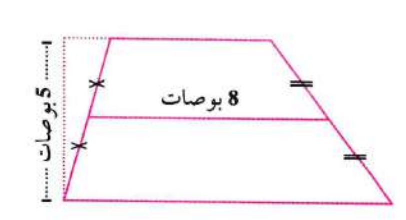
هى القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ساقيه.



• طول القاعدة المتوسطة = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين.

$$b = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)$$

وبالتالى: تكون مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع



فمثلًا: فى الشكل المقابل: مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

$$A = 8 \times 5 = 40$$

أى أن: **مساحة شبه المنحرف** = 40 بوصة مربعة

مثـال 8

شبه منحرف مساحته 105 بوصات مربعة، وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 15 بوصة، وارتفاعه 10 بوصات.

أوجد طول قاعدته الأخرى بالسنتيمتر. **(علمًا بأن: البوصة = 2.54 سم)**

الحـل

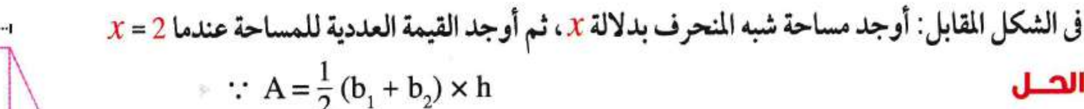
$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$ $\therefore 105 = \frac{1}{2}(15 + b_2) \times 10$ $\therefore 15 + b_2 = \frac{105 \times 2}{10}$

$\therefore 15 + b_2 = 21$ $\therefore b_2 = 21 - 15 = 6$

∴ طول القاعدة الأخرى = 6 بوصات.

= 6 × 2.54 = 15.24 سم

مثـال 9



في الشكل المقابل: أوجد مساحة شبه المنحرف بدلالة x، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما $x = 2$

الحـل

$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$\therefore A = \frac{1}{2}(7x + 5x + 8) \times 3x = \frac{1}{2}(12x + 8) \times 3x$

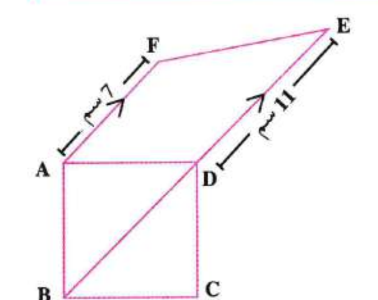
$\therefore A = (6x + 4) \times 3x = 18x^2 + 12x$

عندما $x = 2$

$\therefore A = 18(2)^2 + 12 \times 2 = 96$

∴ مساحة شبه المنحرف = 96 وحدة مساحة.

مثـال 10



في الشكل المقابل: احسب مساحة شبه المنحرف ABEF إذا كان:

ABCD مربعًا طول قطره 10 سم.

الحـل

نرسم القطر $\overline{AC}$ يقطع $\overline{BD}$ في M



∵ الشكل ABCD مربعًا

∴ القطران متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

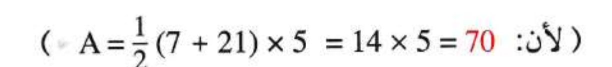


$\therefore \overline{BD} \perp \overline{CA}$

$\therefore h = AM = 5$

∴ AM ارتفاع شبه المنحرف ABEF وطول قاعدته الكبرى BE = 10 + 11 = 21 سنتيمترًا

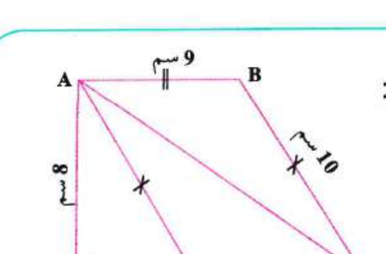
∴ مساحة شبه المنحرف ABEF = 70 سنتيمترًا مربعًا



(لأن: $A = \frac{1}{2}(7 + 21) \times 5 = 14 \times 5 = 70$)

سؤال 4

استخدم الشكل المقابل والقياسات الموضحة عليه في إيجاد مساحات الأشكال الآتية:



1. المثلث AFD
2. المثلث ABC
3. متوازي الأضلاع ABCD
4. شبه المنحرف ABCF

مثال 11

شبه منحرف مساحته 180 سنتيمترًا مربعًا، وارتفاعه 12 سم، والنسبة بين طولى قاعدتيه 2 : 3 فما طول كل منهما؟

الحل

نفرض أن طول القاعدة الصغرى = $2x$ ، فيكون طول القاعدة الكبرى = $3x$

$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$\therefore 180 = \frac{1}{2}(2x + 3x) \times 12$

$\therefore 5x \times 6 = 180$

$\therefore 5x = \frac{180}{6} = 30$

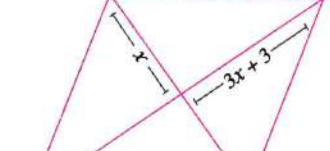
$\therefore x = \frac{30}{5} = 6$

∴ طول القاعدة الصغرى = $2 \times 6 = 12$ سنتيمترًا

، طول القاعدة الكبرى = $3 \times 6 = 18$ سنتيمترًا

مثال 12

فى الشكل المقابل: أوجد مساحة المعين التالى بدلالة x ، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x = 7$



الحل

∵ طولا قطرى المعين هما: $2x$ ، $6x + 6$

$\therefore A = \frac{1}{2} \times 2x \times (6x + 6) = 6x^2 + 6x$ وحدة مساحة

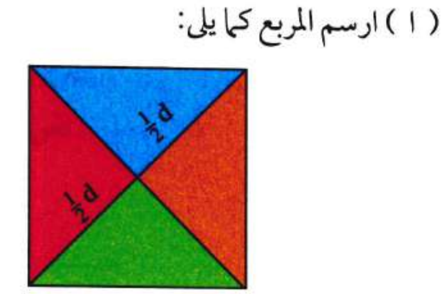
∴ القيمة العددية للمساحة عندما $x = 7$

$A = 6 \times (7^2) + 6 \times 7 = 294 + 42 = 336$ وحدة مساحة

معلومة إثرائية:

1 عند استنتاج قانون مساحة المربع بمعلومية طول قطره عن طريق النمذجة نقوم بالآتى:

(أ) ارسم المربع كما يلى:



(ب) قص المربع ثم أعد لصقه.

$\frac{1}{2}$d

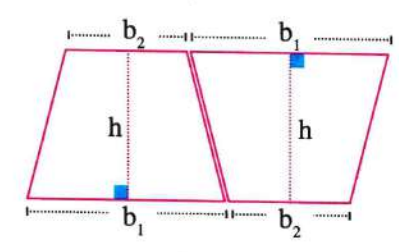
$\frac{1}{2}$d $\frac{1}{2}$d

∴ مساحة المربع تساوى مساحة المستطيل $\because A = \frac{1}{2} d \times d = \frac{1}{2} d^2$

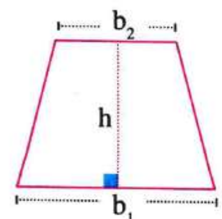
2 عند استنتاج قانون مساحة شبه المنحرف عن طريق النمذجة نقوم بالآتى:

(أ) **ارسم** متوازى أضلاع طول قاعدته $(b_1 + b_2)$، وارتفاعه h .

ثم اقطعه إلى جزأين كما بالشكل المقابل.



(ب) سوف تحصل على شكلين كل منهما شبه منحرف كما بالشكل المقابل.



مساحة شبه المنحرف تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع

∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

$= h \times (b_1 + b_2)$

∴ مساحة شبه المنحرف: $A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$





مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 مساحة المربع الذى طول ضلعه 4 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 4 (ب) 8 (جـ) 16 (د) 6

2 مساحة المربع الذى محيطه يساوى 20سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 20 (ب) 4 (جـ) 10 (د) 25

3 مساحة المستطيل الذى طوله 5 سم، عرضه 6 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 11 (ب) 22 (جـ) 30 (د) 15

4 مساحة متوازى الأضلاع الذى طول قاعدته 10 سم، الارتفاع المناظر لها يساوى 4 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 20 (ب) 10 (جـ) 40 (د) 28

5 مساحة المعين الذى طول ضلعه 6 سم، وارتفاعه 8 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 12 (ب) 24 (جـ) 48 (د) 14

6 مساحة المثلث الذى طول قاعدته 8 سم، وارتفاعه المناظر لها 10 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 40 (ب) 20 (جـ) 80 (د) 18

7 .... هو متوازى أضلاع فيه فقط ضلعان متجاوران متساويان فى الطول.

(أ) المربع (ب) المعين (جـ) المستطيل (د) شبه المنحرف

8 مساحة المربع الذى طول قطره 8 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 4 (ب) 64 (جـ) 16 (د) 32

9 طول قطر المربع الذى مساحته 18 سنتيمترًا مربعًا يساوى .... سنتيمترًا.

(أ) 6 (ب) 12 (جـ) 9 (د) 8

10 إذا كان طول قطر مربع هو 10 بوصات، فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.(علمًا بأن البوصة = 2.54 سم)

(أ) 50 (ب) 100 (جـ) 127 (د) 322.58

11 إذا كان طول قطر مربع هو 12.7 سم، فإن مساحته تساوى .... بوصة مربعة.

(أ) 31.75 (ب) 12.5 (جـ) 80.645 (د) 156.25

12 إذا كان معين طولا قطريه 8 سم، 12 سم فإن مساحته = ... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 48 (ب) 24 (جـ) 12 (د) 96

13 إذا كان معين مساحته 30 سنتيمترًا مربعًا، فإن حاصل ضرب طولى قطريه = ... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 15 (ب) 30 (جـ) 60 (د) 120

14 معين محيطه 60 سم، وارتفاعه 8 سم، فإن مساحته = ... سنتيمترًا مربعًا:

(أ) 15　(ب) 30　(جـ) 60　(د) 120

15 معين طول ضلعه 10 بوصات، وارتفاعه 6 بوصات، فإن مساحته = ... بوصة مربعة.

(أ) 15　(ب) 30　(جـ) 60　(د) 15

16 إذا كانت مساحة معين 100 وحدة مساحة، فإن حاصل ضرب طولى قطريه يساوى ....

(أ) 25　(ب) 50　(جـ) 100　(د) 200

17 إذا كانت مساحة مربع 450 وحدة مساحة، فإن طول قطره يساوى .... وحدة طول.

(أ) 15　(ب) 30　(جـ) 45　(د) 90

18 شبه منحرف مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين يساوى 16 سم، وارتفاعه 5 سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 20　(ب) 40　(جـ) 80　(د) 160

19 شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين 8 سم، 6 سم، وارتفاعه 10 سم، فإن مساحته = ... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 480　(ب) 240　(جـ) 70　(د) 140

20 فى الشكل المقابل: ما طول $\overline{AB}$ بالسنتيمتر

(علمًا بأن البوصة = 2.54 سم)

(أ) 13.5　(ب) 27

(جـ) 34.29　(د) 39.37

D　22.5 بوصة　C
18 بوصة
E
A　B

21 إذا وجد مربع طول ضلعه S ومساحته A، وكان هناك مربع آخر طول قطره 2S ، فإن مساحته تكون ....

(أ) A　(ب) 2A　(جـ) 4A　(د) A^2

22 إذا وجد مربع طول ضلعه t ومساحته A، وكان هناك مربع آخر طول قطره 4t ، فإن مساحته تكون ....

(أ) $4A^2$　(ب) 4A　(جـ) 8A　(د) $8A^2$

2 أكمل ما يأتى:

1 مساحة المربع الذى طول قطره 4 سم تساوى ....

2 مساحة المعين الذى طولا قطريه 6 سم، 9 سم تساوى ....

3 مساحة المعين الذى طولا قطريه 16 بوصة، 30 بوصة تساوى ....

4 طول قطر المربع الذى مساحته 200 سنتيمترًا مربعًا هو ....

5 إذا كانت مساحة معين 20 قدمًا مربعًا، طول أحد قطريه 8 أقدام فإن طول القطر الآخر يساوى ....

6 معين محيطه 40 سم، وارتفاعه 9.6 سم، وطول أحد قطريه 12 سم، فإن طول القطر الآخر يساوى ....

7 شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين 10 سم، 6 سم، فإن طول قاعدته المتوسطة يساوى ....

8 مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين 12 سم، 8 سم وارتفاعه 7 سم تساوى ....

9 إذا كانت مساحة شبه منحرف 40 سنتيمترًا مربعًا، وطولا قاعدتيه المتوازيتين 4 سم، 6 سم، فإن ارتفاعه يساوى ....

10 إذا كان مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين لشبه منحرف يساوى 40 سم وارتفاعه 9 سم، فإن مساحته تساوى ....

11 شبه منحرف مساحته 54 سنتيمترًا مربعًا وارتفاعه 9 سم، فإذا كان طول قاعدته الصغرى يساوى 4 سم، فإن طول قاعدته الكبرى يساوى ....

12 10 بوصة = ... سم.

13 15.24 سم = ... بوصة.

14 2 قدم = ... بوصة.

15 4 ياردة = ... قدم.

16 1 ميل = ... قدم.

17 1 ميل = ... ياردة.

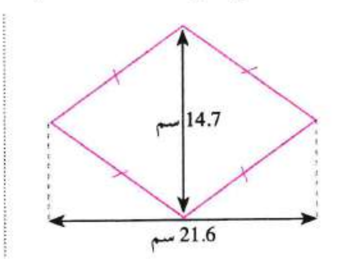
3 أيهما أكبر فى المساحة: مربع طول ضلعه 8 سم أم مربع آخر طول قطره 10 سم؟

4 أيهما أكبر فى المساحة: معين طول ضلعه 14 سم، وارتفاعه 12 سم أم مربع طول قطره 20 سم؟

5 أيهما أكبر فى المساحة: مربع طول قطره 12 سم، أم شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين 4 سم، 6 سم، وارتفاعه 8 سم؟

6 **أوجد** مساحة كل من الأشكال التالية:

1



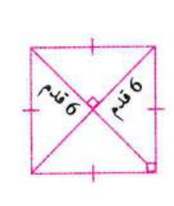
2

7.6 متر

6.5 متر

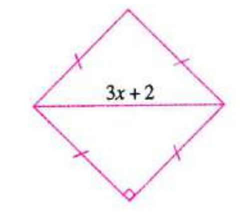
12 متر

3

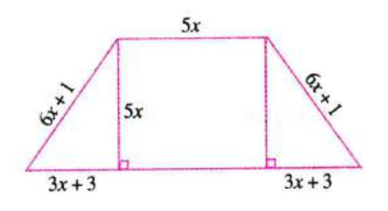


7 **أوجد** مساحة كل من الأشكال التالية بدلالة x ، ثم **أوجد** القيمة العددية للمساحة عندما $x = 4$:

1



2



8 **أوجد** طول قطر المربع الذى مساحته تساوى مساحة معين طولا قطريه 4 أمتار، 25 مترًا.

9 **أوجد** طول القطر الآخر لمعين طول قطره الأول يساوى 16 سم ومساحته تساوى مساحة مربع طول قطره 8 سم.

10 شبه منحرف مساحته 175 مترًا مربعًا وطولا قاعدتيه المتوازيتين 14 مترًا، 21 مترًا، **أوجد** ارتفاعه.

11 شبه منحرف مساحته 50 سنتيمترًا مربعًا وارتفاعه 5 سم، فإذا كان طول قاعدته الصغرى يساوى 7 سم، **أوجد** طول قاعدته الكبرى.

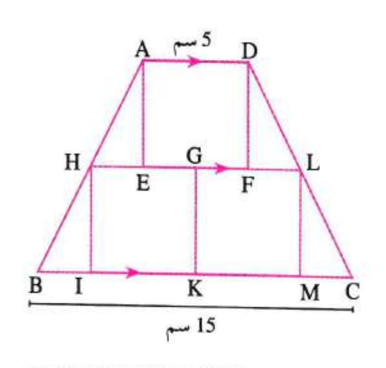
12 شبه منحرف مساحته 225 بوصة مربعة وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 23 بوصة وارتفاعه 7.5 بوصة، **أوجد** طول قاعدته الأخرى بالسنتيمتر. (علمًا بأن البوصة = 2.54 سم)

13 شبه منحرف مساحته 315 سنتيمترًا مربعًا، ارتفاعه 15 سم، النسبة بين طولى قاعدتيه 4 : 3 ، **فما** طول كل منهما؟

14 أوجد مساحة شبه المنحرف ABCD إذا كان:

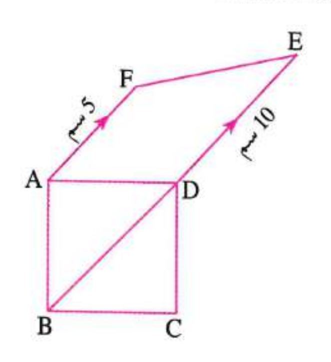
GKML ،HIKG ،AEFD

ثلاثة مربعات أضلاعها متساوية فى الطول.



15 احسب مساحة شبه المنحرف ABEF إذا كان:

ABCD مربع طول قطره 8 سم.

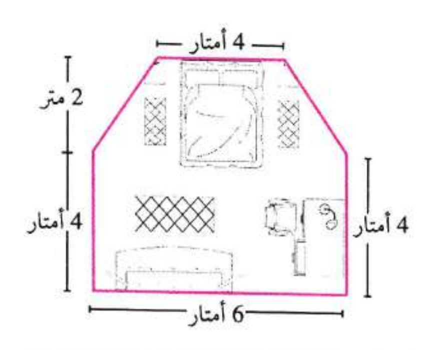


16 ديكور: الشكل المقابل يوضح أبعاد حجرة،

ويراد تبليط أرضيتها بالسيراميك،

فإذا كان سعر تركيب المتر المربع منه يساوى 120 جنيهًا،

فاحسب تكلفة تركيب السيراميك.



17 قطعتا أرض متساويتان فى المساحة، الأولى على شكل مربع طول قطره 40 مترًا والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه 10 أمتار، أوجد طول قاعدته المتوسطة.

18 قطعتا أرض متساويتان فى المساحة: الأولى على شكل معين طولا قطريه 8 أمتار، 27 مترًا ، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه 6 متر، أوجد طول قاعدته المتوسطة.

19 قطعتا أرض متساويتان فى المساحة: الأولى على شكل معين طولا قطريه 8 أمتار، 32 مترًا، والأخرى على شكل مربع. أوجد طول قطر المربع.

20 قطعتا أرض متساويتان فى المساحة، الأولى على شكل شبه منحرف ارتفاعه 18 مترًا، وطولا قاعدتيه المتوازيتين 10 أمتار، 14 مترًا، والأخرى على شكل معين طول أحد قطريه 8 أمتار. أوجد طول القطر الآخر.

21 قطعة أرض زراعية مربعة الشكل طول قطرها 8 كم، ومساحتها تساوى مساحة مزرعة مستطيلة الشكل عرضها 5 كم. أوجد طول المزرعة.

22 في الشكل المقابل: ABCD شبه منحرف

احسب مساحة المثلث DEC

بطريقتين مختلفتين.

---

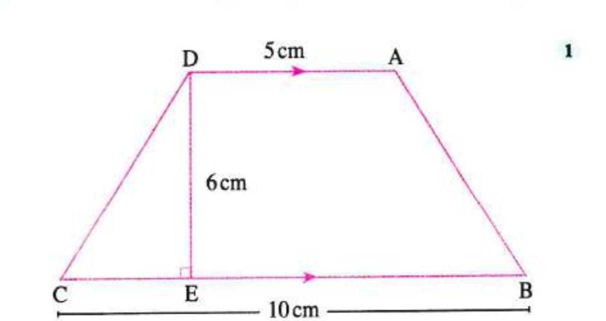
23 ABCD مستطيل فيه AB = 6 سم ، BC = 8 سم ، X ، Y ، Z ، L منتصفات أضلاعه $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CD}$ ، $\overline{DA}$

على الترتيب لتكون معينًا، أوجد مساحة المعين XYZL

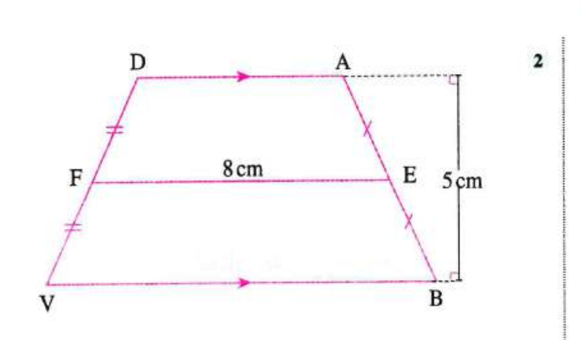
---

24 استخدم المعلومات المعطاة على الرسم لإيجاد مساحة الشكل:

1



2



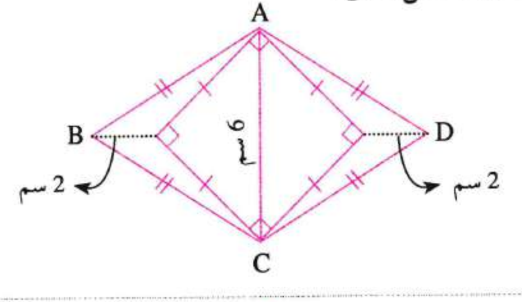


25 قطعة أرض على شكل شبه منحرف، النسبة بين طولى كل من قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه كنسبة 3 : 2 : 4

أوجد طول قاعدته المتوسطة إذا كانت مساحة سطحه 4000 سنتيمتر مربع.



26 أوجد مساحة المنطقة الملونة فى الشكل التالى:



---

27 مربع طول قطره $(x + 5)$ أوجد مساحته بدلالة x ، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما: $x = 3$

---

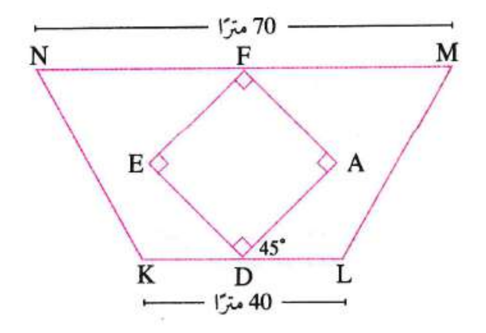
28 فى الشكل المقابل:

حمام سباحة على شكل مربع FADE طول قطره 20 مترًا

بداخل حديقة على شكل شبه منحرف KLMN

وكان $m(\angle ADL) = 45°$

احسب مساحة المنطقة المظللة.



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 مساحة المعين الذى طولا قطريه 7 سم، 10 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 13 (ب) 70 (جـ) 35 (د) 140

2 مساحة المربع الذى طول قطره 8 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 64 (ب) 32 (جـ) 16 (د) 8

3 مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين هما 5 سم ، 15 سم ، وارتفاعه 8 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 20 (ب) 160 (جـ) 40 (د) 80

4 إذا كانت مساحة معين هى 12 سنتيمترًا مربعًا. وطول ضلعه 4 سم، فإن ارتفاعه يساوى .... سم.

(أ) 3 (ب) 6 (جـ) 12 (د) 8

5 إذا كانت مساحة شبه منحرف 40 سنتيمترًا مربعًا، وارتفاعه 10سم، فإن طول قاعدته المتوسطة يساوى .... سم.

(أ) 4 (ب) 8 (جـ) 2 (د) 20

2 أكمل ما يأتى:

1 طول قطر المربع الذى مساحته 242 سنتيمترًا مربعًا يساوى ....

2 إذا كانت مساحة معين هى 60 سنتيمترًا مربعًا ، وطول أحد أقطاره 20 سم، فإن طول القطر الآخر يساوى ....

3 مساحة شبه المنحرف الذى ارتفاعه 11 سم، ومجموع طولى القاعدتين المتوازيتين 18 سم تساوى ....

3 أجب عما يأتى:

1 ما الفرق بين مساحة مربع طول قطره 24 سم، ومعين طولى قطريه 12 سم، 14 سم.

2 معين طولا قطريه هما $(4x)$ سم، $(x + 5)$ سم، **أوجد** مساحته بدلالة x ، ثم **أوجد** القيمة العددية للمساحة عندما $x = 1$

3 فى الشكل المقابل:

EHFY معين مرسوم بداخل المستطيل ABCD

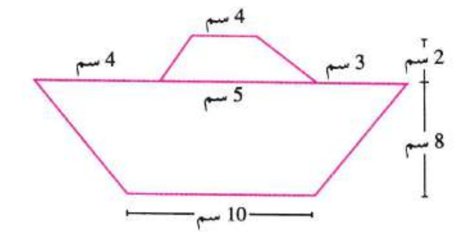
أوجد مساحة المنطقة المظللة.

4 فى الشكل المقابل:

قام أحد الطلاب بتصميم نموذج لمركب من الكرتون،

كما هو موضح بالشكل.

احسب مساحة الكرتون المستخدم لصنع هذا النموذج.

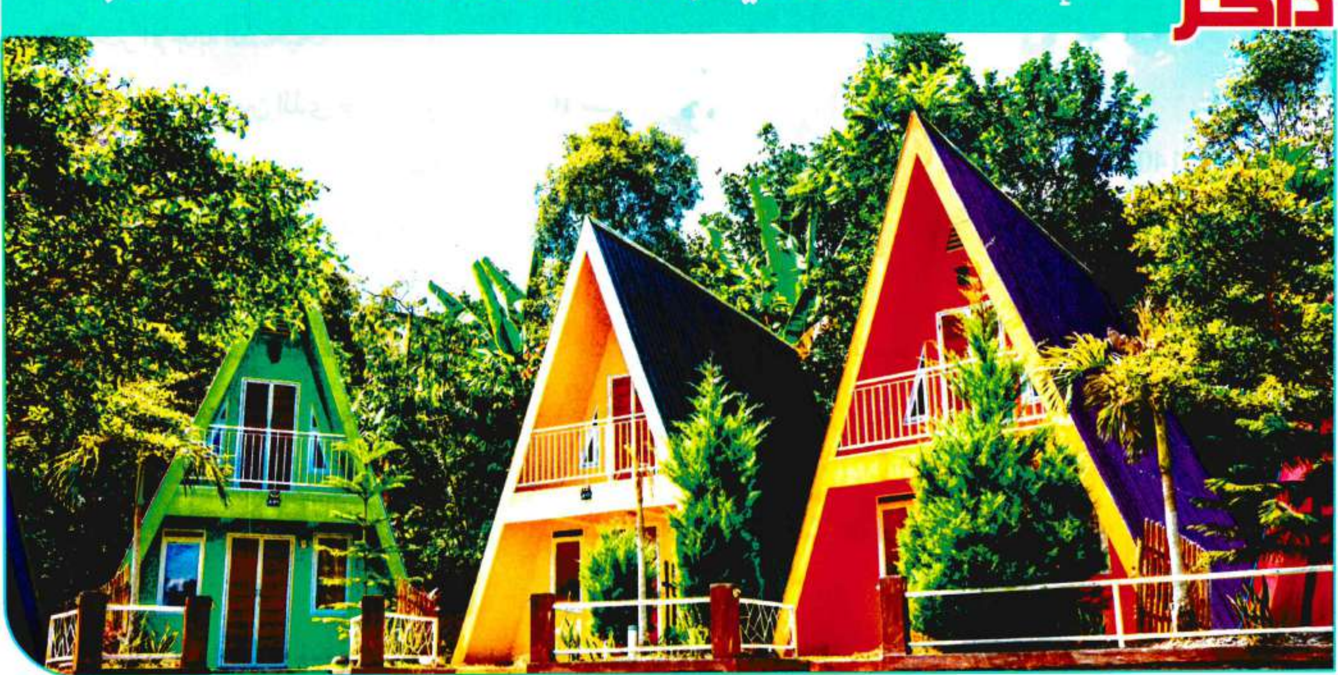




الدرس 2

الإنشاءات الهندسية (Geometrical Constructions)

ذاكر



نواتج التعلم



- ينصف الطالب زاوية.
- ينصف الطالب قطعة مستقيمة.
- يرسم الطالب مثلثًا بمعلومية طولى ضلعين وقياس الزاوية المحصورة.
- يرسم الطالب مثلثًا بمعلومية قياسى زاويتين وطول الضلع المرسوم بين رأسيهما.
- يرسم الطالب مضلعًا منتظمًا حتى ستة أضلاع بمعلومية طول ضلعه.



مفردات أساسية

- إنشاء هندسى (**Geometric Construchtion**) - زاوية (**Angle**) - منصف (**Bisector**)
- قطعة مستقيمة (**Line Segment**) - مثلث (**Triangle**)

فكر وناقش:

سبق أن درست منصف الزاوية وهو الشعاع الذى يقسم الزاوية إلى زاويتين متساويتين فى القياس.

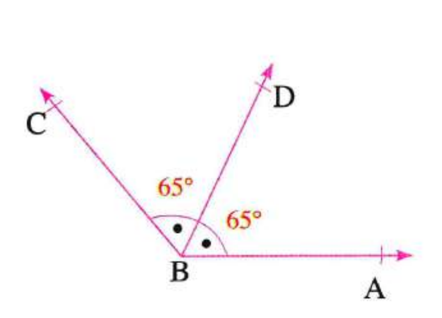
فمثلًا: فى الشكل المقابل:

$m(\angle ABC) = 130°$

، الشعاع $\overrightarrow{BD}$ ينصف $\angle B$

لذا فإن:

$m(\angle ABD) = m(\angle DBC) \frac{130°}{2} = 65°$



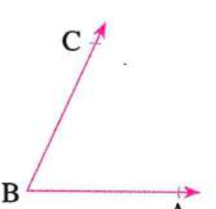
هل يمكن رسم منصف لزاوية معلومة باستخدام المسطرة والفرجار؟

فى هذا الدرس سوف نتعلم كيفية استخدام الأدوات الهندسية (المسطرة والفرجار) فى إجراء بعض الإنشاءات الهندسية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

تعلم 1 تنصيف زاوية:

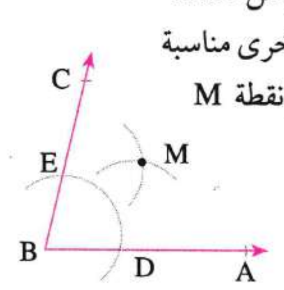
لرسم (لإنشاء) منصف لزاوية غير معلوم قياسها مثل $\angle ABC$ ؛ باستخدام المسطرة والفرجار نتبع الخطوات التالية:

1 بفرض أن لدينا $\angle ABC$ غير معلوم قياسها كما بالشكل التالى:

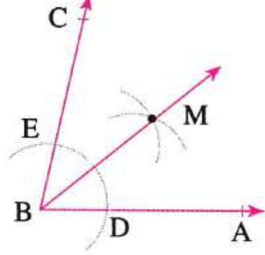


2 نركز سن الفرجار عند رأس الزاوية B وبفتحة مناسبة نرسم قوسًا يقطع $\overrightarrow{BA}$ فى D ، $\overrightarrow{BC}$ فى E كما بالشكل التالى:

3 نركز سن الفرجار عند كل من D ، E وبنفس الفتحة أو بفتحة أخرى مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان فى نقطة M كما بالشكل التالى:



4 نرسم $\overrightarrow{BM}$ فيكون هو الشعاع المنصف لـ $\angle ABC$ كما بالشكل التالى:



• $m(\angle ABM) = m(\angle CBM) = \frac{1}{2} m(\angle ABC)$

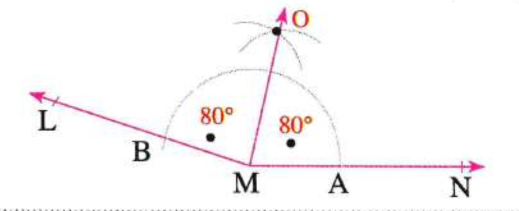
مثال 1

ارسم زاوية LMN قياسها °160 ثم قسمها إلى أربع زوايا متساوية فى القياس مستخدمًا المسطرة والفرجار، وتأكد بالقياس أن قياس كل زاوية من الزوايا الأربع الناتجة هو $\frac{1}{4} m(\angle LMN)$

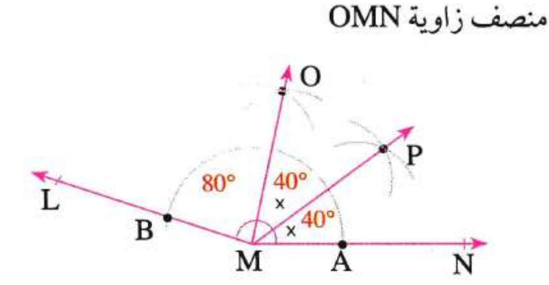
الحل

1 نرسم $\angle LMN$ بالقياس المعطى ثم نركز بسن الفرجار فى رأس الزاوية M وبفتحة مناسبة نرسم قوسًا يقطع $\overrightarrow{MN}$ فى A ، $\overrightarrow{ML}$ فى B

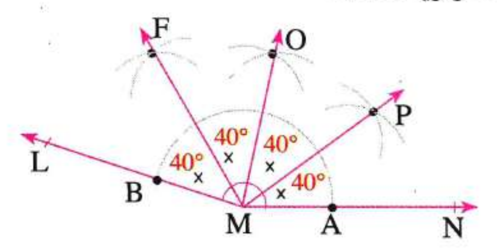
2 نركز سن الفرجار عند كل من A ، B وبنفس الفتحة أو بفتحة أخرى مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان فى نقطة O ثم نرسم $\overrightarrow{MO}$ فيكون هو الشعاع المنصف لـ $\angle LMN$



3 ننصف $\angle OMN$ بنفس خطوات 1 ، 2 فيكون $\overrightarrow{MP}$ منصف زاوية OMN



4 ننصف $\angle OML$ بنفس خطوات 1 ، 2 فيكون $\overrightarrow{MF}$ منصف زاوية LMO



باستخدام المنقلة نجد أن قياس كل زاوية من قياسات الزوايا الأربع الناتجة هو °40 ؛ [أى تساوى $\frac{1}{4} m(\angle LMN)$]

س؟ سؤال 1

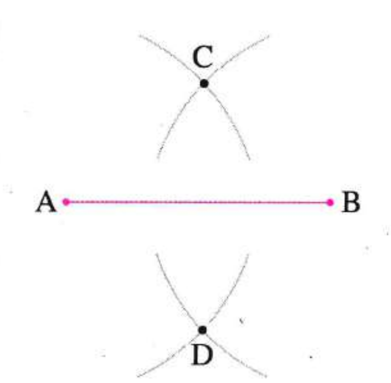
ارسم $\angle ABC$ قياسها °70 ثم نصفها مستخدمًا المسطرة والفرجار. **تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.**

تعلم 2 تنصيف قطعة مستقيمة:

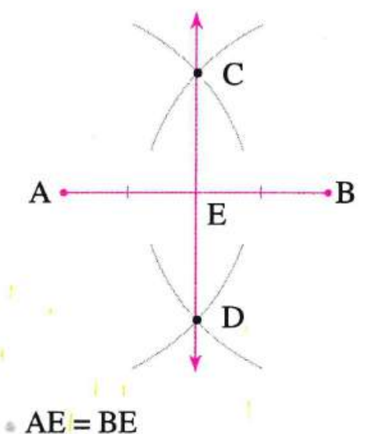
لتنصيف قطعة مستقيمة مثل $\overline{AB}$ نتبع الخطوات التالية:

1 نرسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ باستخدام المسطرة، ثم نركز بسن الفرجار عند النقطة A ونفتح الفرجار فتحة مناسبة (أكبر من $\frac{1}{2}$AB)، ثم نرسم قوسين من دائرة فى جهتى $\overline{AB}$ كما بالشكل التالى:

2 نركز فى نقطة B ، وبنفس الفتحة السابقة نرسم قوسين يتقاطعان مع القوسين السابقين فى C ، D كما بالشكل التالى:



3 نرسم $\overleftrightarrow{CD}$ ليقطع $\overline{AB}$ فى E فتكون النقطة E منتصف $\overline{AB}$ كما بالشكل التالى:



- AE = BE
- AC = BC , AD = BD

- عند تنصيف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ بالفرجار يجب أن تكون $AC > \frac{1}{2} AB$

لاحظ أن

- استخدام الفرجار والمسطرة فى تنصيف الزوايا والقطع المستقيمة هو إحدى الوسائل الدقيقة فى التنصيف، مهما كانت قياسات الزوايا وأطوال القطع المستقيمة.

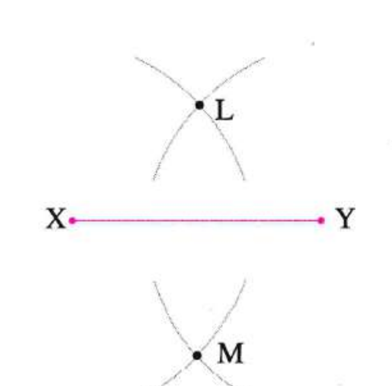
مثال 2

ارسم قطعة مستقيمة $\overline{XY}$ طولها 6 سم ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار فى نقطة O مع توضيح خطوات الحل، ثم تأكد باستخدام المسطرة أن O منتصف $\overline{XY}$

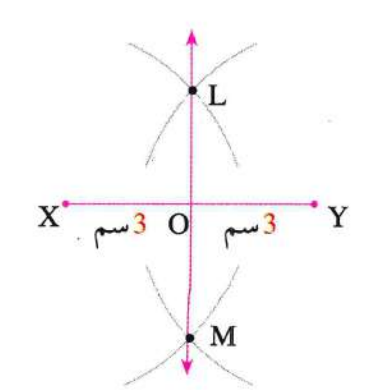
الحل

1 نستخدم المسطرة ونرسم قطعة مستقيمة $\overline{XY}$ طولها 6 سم ثم نركز بسن الفرجار عند النقطة X ، وبفتحة أكبر من نصف طول $\overline{XY}$ نرسم قوسين فى جهتين مختلفتين من $\overline{XY}$.

2 بنفس الفتحة نركز عند Y ونرسم قوسين يتقاطعان مع القوسين السابقين فى L ، M



3 نرسم $\overleftrightarrow{LM}$ ليقطع $\overline{XY}$ فى نقطة O فتكون XO = YO ويكون طول كل منهما 3 سم؛ أى أن O منتصف $\overline{XY}$



سؤال 2

ارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 4 سم؛ ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار فى نقطة E مع توضيح خطوات الحل.

نوع المثلث سبق لك دراسة نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه وقياسات زواياه.

1 نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه

متساوى الأضلاع	متساوى الساقين	مختلف الأضلاع
$AB = BC = AC$	$AB = AC$	$AB \neq BC \neq AC$

2 نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه

حاد الزوايا	قائم الزاوية	منفرج الزاوية
يحتوى على ثلاث زوايا حادة	يحتوى على زاوية واحدة قائمة وزاويتين حادتين	يحتوى على زاوية واحدة منفرجة وزاويتين حادتين

تعلم 3 رسم المثلث:

أولاً رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه:

سبق لك أن تعلمت كيفية رسم مثلث بمعلومية أطوال أضلاعه ونذكرك به فيما يلى:

مثال 3 ارسم المثلث ABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 4 سم ، وطول $\overline{BC}$ يساوى 5 سم، وطول $\overline{AC}$ = 2 سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

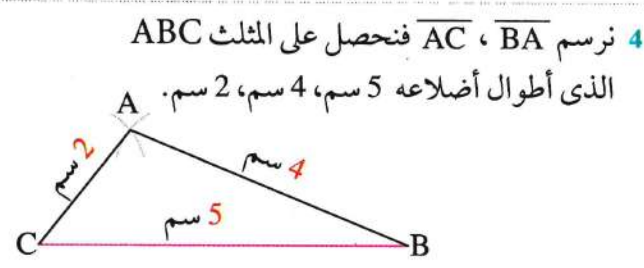
الحل

1 نستخدم المسطرة لرسم قطعة مستقيمة $\overline{BC}$ طولها 5 سم

2 نفتح الفرجار فتحة طولها 4 سم، نركز عند نقطة B ونرسم قوسًا.

3 نفتح الفرجار فتحة طولها 2 سم، ونركز عند نقطة C ونرسم قوسًا يقطع القوس الأول فى A.

4 نرسم $\overline{BA}$ ، $\overline{AC}$ فنحصل على المثلث ABC الذى أطوال أضلاعه 5 سم، 4 سم، 2 سم.



باستخدام المنقلة نقيس كل زاوية فى المثلث ABC فنجد أن : قياس زاوية C يساوى تقريبًا °50 ، قياس زاوية B يساوى تقريبًا °22 ، قياس زاوية A يساوى تقريبًا °108 ، فيكون المثلث منفرج الزاوية.

سؤال 3

مستخدمًا المسطرة والفرجار ارسم المثلث ABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 3.5 سم، طول $\overline{BC}$ يساوى 5 سم، طول $\overline{AC}$ يساوى 4.5 سم، ثم حدد نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

ثانيًا رسم مثلث بمعلومية طولى ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما:

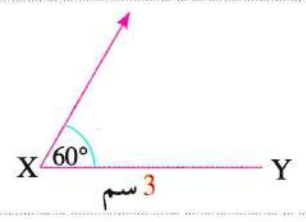
مثال 4 **ارسم المثلث XYZ الذى فيه: XZ = XY = 3 سم، $m(\angle X) = 60°$**
وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

الحل

لرسم المثلث XYZ نتبع الخطوات الآتية:

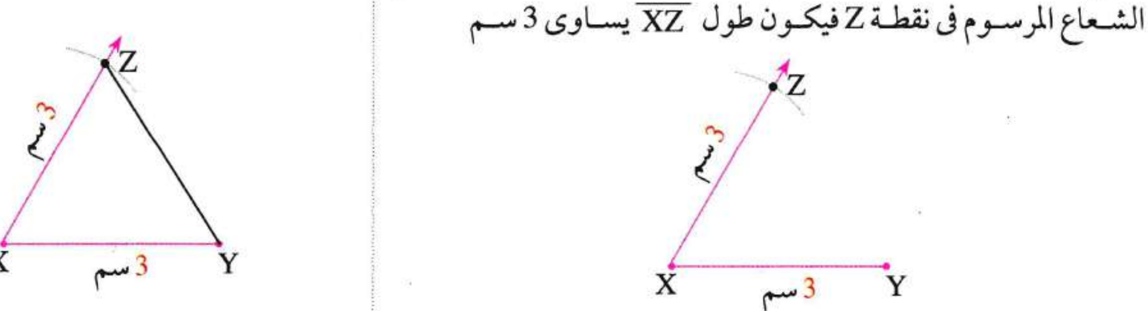
1 نستخدم المسطرة ونرسم قطعة مستقيمة $\overline{XY}$ طولها 3 سم

2 نستخدم المنقلة ومن نقطة X نعين زاوية قياسها 60° ثم نرسم شعاعًا يحدد الزاوية.



3 نفتح الفرجار فتحة طولها 3 سم، ثم نركز فى X ونرسم قوسًا يقطع الشعاع المرسوم فى نقطة Z فيكون طول $\overline{XZ}$ يساوى 3 سم

4 نرسم $\overline{YZ}$ فنحصل على المثلث XYZ



نستخدم المسطرة لإيجاد طول $\overline{YZ}$ فنجد أنه يساوى 3 سم؛ أى أن المثلث XYZ متساوى الأضلاع.

ثالثًا رسم مثلث بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع المرسوم بين رأسيهما:

مثال 5 **ارسم المثلث ABC الذى فيه: $m(\angle A) = 60°$ ، $m(\angle B) = 40°$ ، طول $\overline{AB}$ يساوى 4 سم**
وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه وكذلك بالنسبة لقياسات زواياه.

الحل

لرسم المثلث ABC الذى فيه $m(\angle A) = 60°$ ، $m(\angle B) = 40°$ ، AB = 4 سم نتبع الخطوات الآتية:

1 نرسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ وطولها 4 سم

2 من نقطة A نعين زاوية قياسها 60° ، ثم نرسم شعاعًا يحدد الزاوية A.

3 من نقطة B نعين زاوية قياسها 40° ثم نرسم شعاعًا يحدد هذه الزاوية ويقطع الشعاع الأول فى C فنحصل على المثلث ABC بالقياس نجد أن طول $\overline{BC}$ يساوى تقريبًا 3.5 سم، طول $\overline{AC}$ يساوى تقريبًا 2.5 سم. أى أن المثلث ABC مختلف الأضلاع.
بالقياس نجد: قياس زاوية C يساوى 80°؛ أى أن المثلث ABC حاد الزوايا.

سؤال 4

1 **ارسم المثلث ABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 4.5 سم، طول $\overline{AC}$ يساوى 3 سم، $m(\angle A) = 72°$**

2 **ارسم المثلث LMN الذى فيه $m(\angle L) = 60°$ ، $m(\angle M) = 45°$ ، طول $\overline{LM}$ يساوى 5 سم،**
ثم حدد نوع المثلث باستخدام القياس بالنسبة لأطوال أضلاعه.

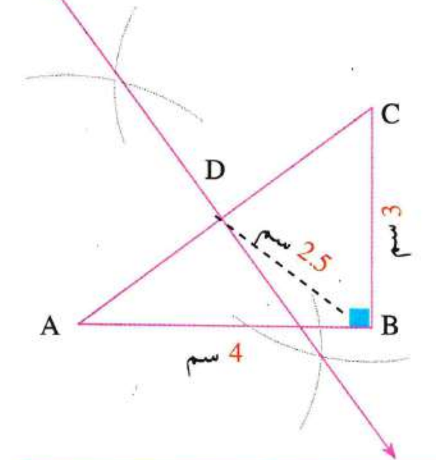


مثـال 6 باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 4 سم، طول $\overline{BC}$ يساوى 3 سم، $m(\angle B) = 90°$ ، ثم نصف $\overline{AC}$ فى نقطة D؛ هل $BD = \frac{1}{2} AC$ ؟

الحـل

بالقياس تجد أن طول $\overline{AC}$ يساوى 5 سم،

طول $\overline{BD}$ يساوى 2.5 سم؛ أى أن: $BD = \frac{1}{2} AC$

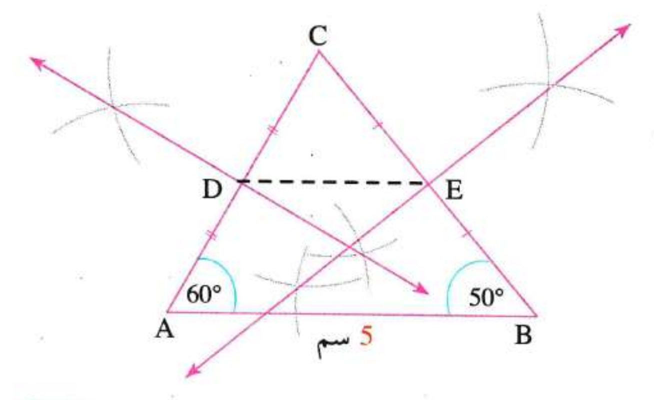


مثـال 7 ارسم $\triangle ABC$ الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 5 سم ، $m(\angle A) = 60°$ ، $m(\angle B) = 50°$
ثم قم بتنصيف $\overline{AC}$ فى النقطة D وتنصيف $\overline{BC}$ فى النقطة E. أثبت بالقياس أن: $AB = 2\ DE$

الحـل

بالقياس نجد أن طول $\overline{DE}$ يساوى 2.5 سم

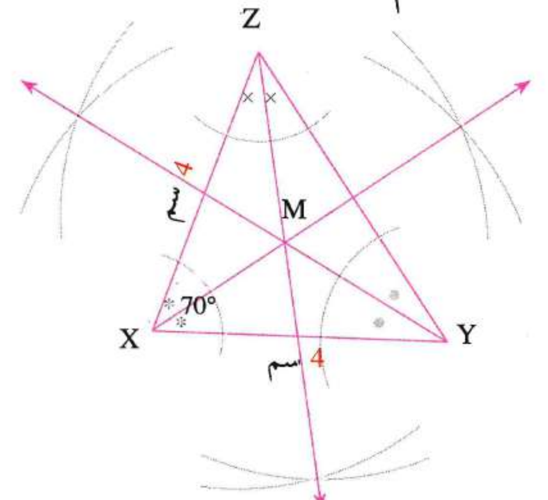
أى أن : $AB = 2\ DE$



مثـال 8 ارسم المثلث XYZ الذى فيه $m(\angle X) = 70°$ ، $XY = XZ = 4$ سم
ثم نصف زواياه الداخلة، وماذا تلاحظ؟

الحـل

نلاحظ أن منصفات زوايا المثلث تتقاطع جميعًا
فى نقطة واحدة M وهى داخل المثلث.



سؤال 5

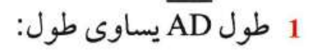
ارسم المثلث XYZ الذى فيه $m(\angle X) = 90°$
$XZ = XY = 4$ سم، ثم نصف $\overline{XZ}$ فى النقطة L ، بالمنصف $\overleftrightarrow{LM}$ الذى يقطع $\overline{YZ}$ فى نقطة M ،
ثم أوجد بالقياس طول $\overline{ML}$

مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

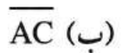


1 فى الشكل المقابل عند تنصيف $\angle BAC$ بالفرجار، أجب عما يلى:



1 طول $\overline{AD}$ يساوى طول:

(أ) $\overline{AB}$ (ب) $\overline{AC}$ (جـ) $\overline{AE}$ (د) $\overline{AF}$



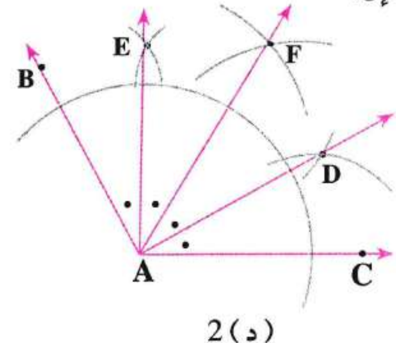
2 طول $\overline{EF}$ يساوى طول:

(أ) $\overline{DF}$ (ب) $\overline{AB}$ (جـ) $\overline{AC}$ (د) $\overline{AF}$

3 $m(\angle BAF) = \dots\dots$

(أ) $m(\angle BFA)$ (ب) $m(\angle EAF)$ (جـ) $m(\angle EFA)$ (د) $m(\angle BAC)$

2 فى الشكل المقابل عند تقسيم $(\angle BAC)$ إلى أربع زوايا متساوية فى القياس، فإن:



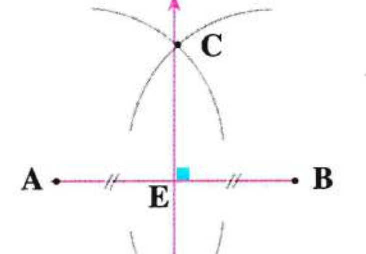
1 $m(\angle BAC) \dots\dots = m(\angle CAD)$

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{5}$

2 $m(\angle DAE) \dots\dots = m(\angle BAC)$

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) 3 (جـ) 4 (د) 2

3 عند تنصيف قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ بالفرجار كما بالشكل المقابل:



1 يكون: $\dots\dots$ AC

(أ) $< \frac{1}{2} AB$ (ب) $< AD$ (جـ) $> \frac{1}{2} AB$ (د) $< AB$

2 يكون: $\dots\dots$

(أ) $AD = AE$ (ب) $AD = BC$ (جـ) $BD = EB$ (د) $AE = BC$

3 يكون: $\dots\dots = CB$

(أ) BE (ب) AB (جـ) AE (د) AC

4 تكون النقطة E فى منتصف $\dots\dots$

(أ) $\overline{AE}$ (ب) $\overline{ED}$ (جـ) $\overleftrightarrow{CD}$ (د) $\overline{CD}$

2 ارسم زاوية قياسها 80° ، ثم نصفها مستخدمًا المسطرة والفرجار، تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

3 ارسم زاوية قياسها 45° ، ثم نصفها مستخدمًا المسطرة، والفرجار، تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

4 ارسم زاوية قياسها 140° ، ثم قسمها إلى أربع زوايا متساوية فى القياس.

5 ارسم $\overline{AB}$ طولها 8 سم، وقم بتنصيفها باستخدام المسطرة والفرجار، وتأكد بالقياس من صحة التنصيف.

6 ارسم $\overline{AB}$ طولها 5 سم، وقم بتنصيفها باستخدام المسطرة والفرجار، وتأكد بالقياس من صحة التنصيف.

7 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 7 سم، BC = 9 سم، AC = 4 سم، وحدد باستخدام المنقلة نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

8 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 4 سم، AC = 5 سم، BC = 3 سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

9 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 4 سم، AC = 6 سم، $m(\angle BAC) = 100°$.

10 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 7 سم، BC = 5 سم، $m(\angle ABC) = 80°$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

11 ارسم المثلث ABC الذى فيه: BC = BA = 7سم، $m(\angle B) = 75°$.

12 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = AC = 5سم، $m(\angle A) = 60°$ ، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

13 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 8 سم، AC = 4 سم، $m(\angle A) = 60°$ ، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

14 ارسم المثلث ABC المتساوى الأضلاع الذى طول ضلعه 6 سم.

15 ارسم المثلث ABC الذى فيه AB = 5سم، $m(\angle A) = 120°$، $m(\angle B) = 30°$ ، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

16 ارسم المثلث ABC الذى فيه، $m(\angle ABC) = 42°$، $m(\angle ACB) = 38°$، BC = 6 سم ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

17 ارسم المثلث ABC الذى فيه، $m(\angle A) = 70°$، $m(\angle B) = 40°$، AC = 4cm ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

18 ارسم المثلث XYZ الذى فيه، XY = XZ = 6سم، YZ = 8سم، ثم نصف كلًّا من $\angle Z$ ، $\angle Y$ بمنصفين يتقاطعان فى نقطة M، تحقق بالقياس أن: MZ = MY

19 ارسم المثلث ABC الذى فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 6 سم، طول $\overline{AC}$ يساوى 8 سم، $m(\angle A) = 90°$، ثم نصف $\overline{BC}$ فى نقطة D ، هل BC = 2AD؟

تحدَّ نفسك

20 ارسم $\overline{AB}$ طولها 10سم، وقم بتقسيمها إلى 4 قطع مستقيمة متساوية فى الطول.

21 ارسم المثلث ABC الذى فيه AB = 6سم، $m(\angle A) = 80°$، $m(\angle B) = 40°$، ثم قم بتنصيف $\overline{AB}$ و$(\angle C)$.

22 ارسم باستخدام الأدوات الهندسية منصفات الزوايا الداخلية لأى مثلث، ماذا تلاحظ؟

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 عند تنصيف $\angle BAC$ بالفرجار كما بالشكل المقابل، نجد أن:

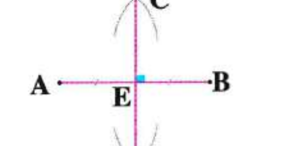
1 طول $\overline{EA}$ يجب أن يساوى طول:

(أ) $\overline{FC}$ (ب) $\overline{FB}$

(جـ) $\overline{AD}$ (د) $\overline{ED}$

2 $m(\angle CAB) =$ ....

(أ) $m(\angle FAC)$ (ب) $m(\angle FAB)$ (جـ) $\frac{1}{2}m(\angle CAF)$ (د) $2m(\angle BAF)$



2 عند تنصيف قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ بالفرجار (يجب أن يكون):

(أ) $AC < \frac{1}{2}AB$ (ب) $AC < AD$

(جـ) $AC > \frac{1}{2}AB$ (د) $AC < AE$

3 معين طولا قطريه 16 بوصة، 30 بوصة، فإن مساحته = ... بوصة مربعة.

(أ) 480 (ب) 120 (جـ) 240 (د) 92

4 مربع مساحته 50 سنتيمترًا مربعًا، فإن طول قطره = ... سم.

(أ) 5 (ب) 10 (جـ) 15 (د) 25

5 شبه منحرف مساحته 54 سنتيمترًا مربعًا، وطول قاعدته المتوسطة 9 سم ، فإن ارتفاعه = ... سم.

(أ) 12 (ب) 3 (جـ) 6 (د) 9

2 أكمل ما يأتى:

1 مربع طول قطره 8 سم، فإن مساحته = ... سنتيمتر مربع.

2 معين مساحته 24 سنتيمترًا مربعًا وطول أحد قطريه 6 سم، فإن طول القطر الآخر = ... سم.

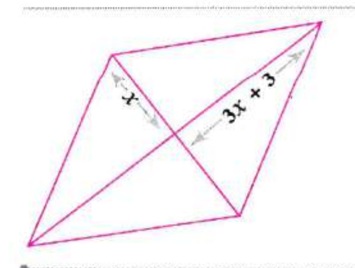
3 شبه منحرف مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين يساوى 20 سم، وارتفاعه 8 سم، فإن مساحته = ... سنتيمتر مربع.

3 ارسم زاوية قياسها $100°$ ، ثم نصفها مستخدمًا المسطرة والفرجار.

4 ارسم المثلث ABC الذى فيه $AB = 7$ سم، $m(\angle A) = 65°$، $m(\angle B) = 50°$ ، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

5 أوجد مساحة المعين التالى بدلالة x ،

ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما $x = 7$





أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر

الدرس 3

ذاكر

التحويلات الهندسية (Geometrical transformations)

نواتج التعلم

- يتعرف الطالب مفهوم التحويل الهندسى.
- يتعرف الطالب مفهوم كل من الانعكاس والانتقال والدوران.
- يوجد الطالب صورة شكل بالانعكاس فى أحد محورى الإحداثيات.
- يوجد الطالب صورة شكل بانتقال معلوم.
- يوجد الطالب صورة شكل بدوران حول نقطة الأصل.
- يوجد الطالب صور الأشكال الهندسية بعد إجراء التحويلات الهندسية.

مفردات أساسية

- التحويلات الهندسية (**Geometrical Transformations**)
- الانعكاس (**Reflection**)
- الانتقال (**Translation**)
- الدوران (**Rotation**)
- مركز الدوران (**Center of Rotation**)
- مع اتجاه حركة عقارب الساعة (**Clockwise**)
- ضد اتجاه حركة عقارب الساعة (**Anti Clockwise**)



فكر وناقش:

- فى رأيك: **لماذا تُكتب كلمة «إسعاف» على مقدمة سيارة الإسعاف بالمعكوس؟**



فى هذا الدرس، سوف تتعلم مجموعة من التحويلات الهندسية ، وهى: الانعكاس والانتقال والدوران؛ مما سيمكنك من الإجابة عن مثل هذه الأسئلة.

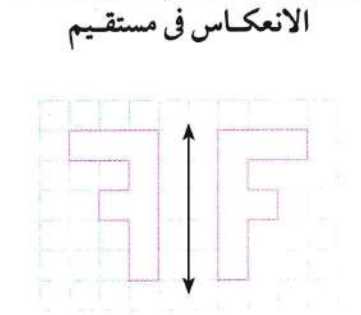
تعلم 1 التحويلات الهندسية

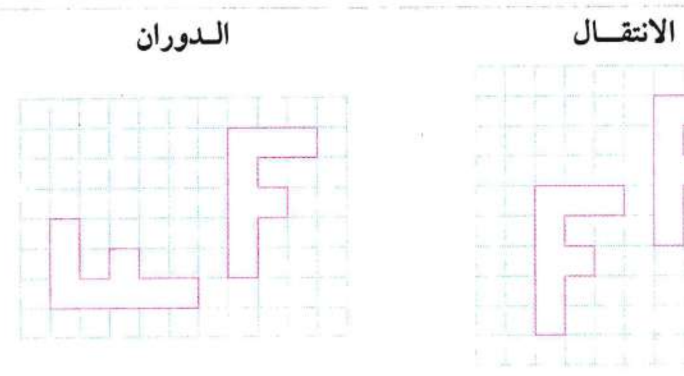
تعريف التحويلة الهندسية	هى التى تحرك نقاط الشكل، الهندسى طبقًا لنظام محدد ونحصل من ذلك على صورة لهذا الشكل فى وضع جديد ويقال إن هذا الشكل الجديد نتج من تأثير تحويل هندسى.
استخداماتها	تستخدم فى إيجاد صورة للشكل الهندسى وفقًا لنظام محدد يميز بين كل تحويلة وأخرى.
من أمثلتها	الانعكاس فى مستقيم والانتقال والدوران.

الترميز فى الرياضيات فى التحويلات الهندسية يرمز عادة لصورة النقطة A بالرمز $\grave{A}$.

فمثلًا

الانعكاس فى مستقيم	الانتقال	الدوران





الانعكاس فى مستقيم هو تكوين صورة معكوسة للشكل عبر خط يسمى محور الانعكاس

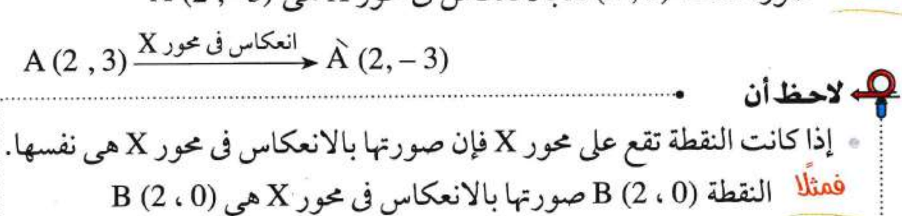
الانتقال هو إزاحة للشكل على خط مستقيم مسافة محددة وفى اتجاه محدد.

الدوران هو تدوير للشكل حول نقطة تسمى مركز الدوران بزاوية قياسها محدد وفى اتجاه محدد.

الصورة الناتجة من الانعكاس أو الانتقال أو الدوران تكون مطابقة للشكل الأصلى.

تعلم 2 الانعكاس فى محورى الإحداثيات

أولًا الانعكاس فى محور X



$$A(x, y) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } X} \grave{A}(x, -y)$$

فمثلًا صورة النقطة A (2 , 3) بالانعكاس فى محور X هى $\grave{A}$ (2 , −3)

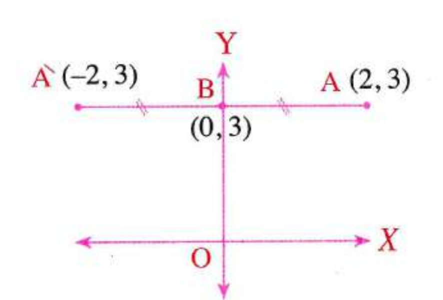
$$A(2, 3) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } X} \grave{A}(2, -3)$$

لاحظ أن

- إذا كانت النقطة تقع على محور X فإن صورتها بالانعكاس فى محور X هى نفسها.

فمثلًا النقطة B (2 ، 0) صورتها بالانعكاس فى محور X هى B (2 ، 0)

ثانيًا الانعكاس فى محور Y



$$A(x, y) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } Y} \grave{A}(-x, y)$$

فمثلًا صورة النقطة A (2 ، 3) بالانعكاس فى محور Y هى $\grave{A}$ (−2 ، 3)

$$A(2, 3) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } Y} \grave{A}(-2, 3)$$

لاحظ أن

- إذا كانت النقطة تقع على محور Y فإن صورتها بالانعكاس فى محور Y هى نفسها.

فمثلًا النقطة B (0 ، 3) صورتها بالانعكاس فى محور Y هى B (0 ، 3)

- **بصفة عامة:** الانعكاس فى مستقيم هو تحويل هندسى يحول كل نقطة تنتمى إلى المستقيم إلى نفسها ويحول كل نقطة A لا تنتمى إلى المستقيم إلى نقطة $\grave{A}$ بحيث يكون المستقيم هو المنصف العمودى للقطعة المستقيمة $\overline{A\grave{A}}$ ، وهذا المستقيم يسمى محور الانعكاس.

مثـال 1

أوجد صورة المثلث ABC حيث (2 , 0) A ، (0 , 5−) B ، (5− , 3−) C بالانعكاس فى كل من: 1 محور X   2 محور Y

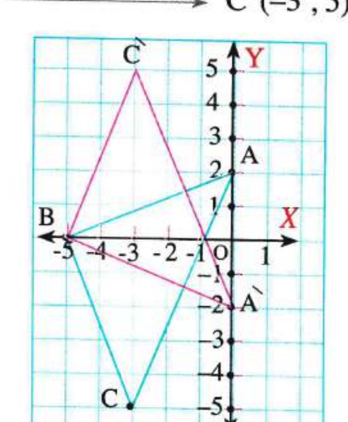
الحـل

1 الانعكاس فى محور X

A (0 , 2) ⟶ À (0 , −2)

B (−5 , 0) ⟶ B (−5 , 0)

C (−3 , −5) ⟶ C̀ (−3 , 5)



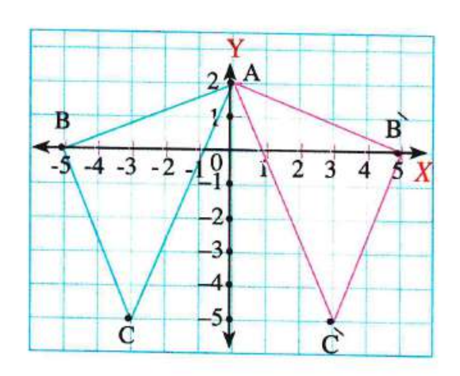
المثلث À B C̀ هو صورة المثلث ABC بالانعكاس فى محور X

2 الانعكاس فى محور Y

A (0 , 2) ⟶ A (0 , 2)

B (−5 , 0) ⟶ B̀ (5 , 0)

C (−3 , −5) ⟶ C̀ (3 , −5)



المثلث A B̀ C̀ هو صورة المثلث ABC بالانعكاس فى محور Y

مثـال 2

ارسم متوازى الأضلاع ABCD حيث (1 , 1) A ، (1 , 4) B ، (3 , 3) C ، (3 , 0) D

ثم ارسم صورته بالانعكاس فى كل من: 1 محور X   2 محور Y

الحـل

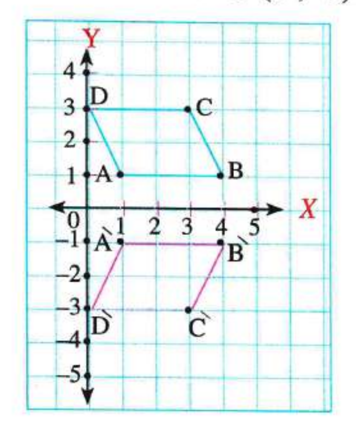
1 الانعكاس فى محور X

A (1 , 1) ⟶ À (1 , −1)

B (4 , 1) ⟶ B̀ (4 , −1)

C (3 , 3) ⟶ C̀ (3 , −3)

D (0 , 3) ⟶ D̀ (0 , −3)



متوازى الأضلاع À B̀ C̀ D̀ هو صورة متوازى الأضلاع ABCD بالانعكاس فى محور X

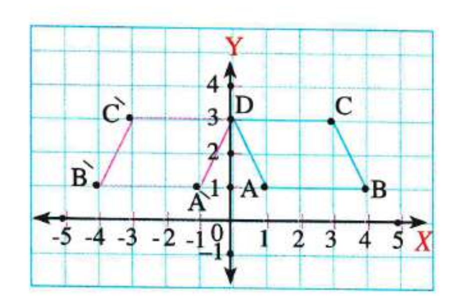
2 الانعكاس فى محور Y

A (1 , 1) ⟶ À (−1 , 1)

B (4 , 1) ⟶ B̀ (−4 , 1)

C (3 , 3) ⟶ C̀ (−3 , 3)

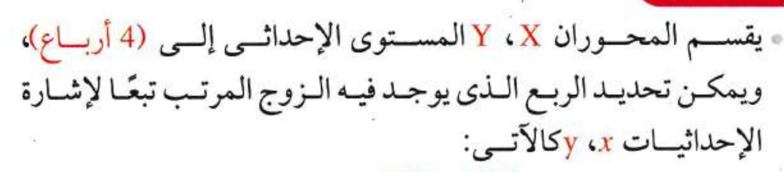
D (0 , 3) ⟶ D (0 , 3)



متوازى الأضلاع À B̀ C̀ D هو صورة متوازى الأضلاع ABCD بالانعكاس فى محور Y

سؤال 1 ارسم المثلث ABC حيث (1 , 2) A ، (5 , 2) B ، (4 , 3) C ثم ارسم صورته بالانعكاس فى كل من:

1 محور X   2 محور Y



تذكر أن

- يقسم المحوران X، Y المستوى الإحداثى إلى (4 أرباع)، ويمكن تحديد الربع الذى يوجد فيه الزوج المرتب تبعًا لإشارة الإحداثيات x، y كالآتى:

1 الربع الأول ⟵ (+ , +) (موجب ، موجب)

مثل: (3 ,4) أو (5 ,7)

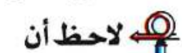
2 الربع الثانى ⟵ (− , +) (سالب ، موجب)

مثل: (-1 ,3) أو (-2 ,4)

3 الربع الثالث ⟵ (− , −) (سالب ، سالب) مثل: (-3 ,-4) أو (-2 ,-1)

4 الربع الرابع ⟵ (+ , −) (موجب ، سالب) مثل: (3 ,-1) أو (5 ,-4)

الربع الأول (+ ,+)، الربع الثانى (− ,+)، الربع الثالث (− ,−)، الربع الرابع (+ ,−)

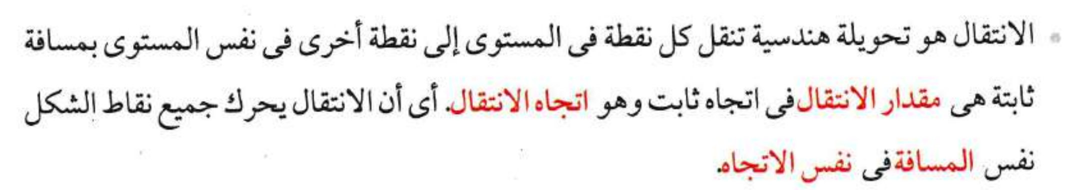


لاحظ أن

- إذا كانت النقطة تقع على محور X، فإن إحداثى y لها يساوى صفرًا، مثل: (3 , 0) أو (-2 , 0)
- إذا كانت النقطة تقع على محور Y، فإن إحداثى x لها يساوى صفرًا، مثل: (0 , 4) أو (0 , -3)

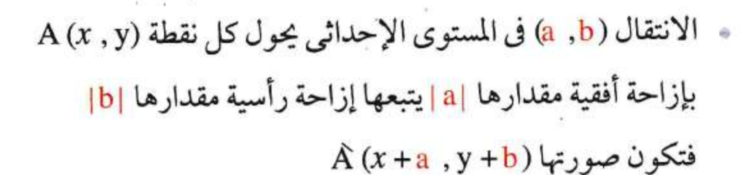


تعلم 3 الانتقال فى المستوى الإحداثى:



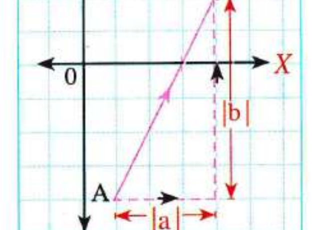
- الانتقال هو تحويلة هندسية تنقل كل نقطة فى المستوى إلى نقطة أخرى فى نفس المستوى بمسافة ثابتة هى **مقدار الانتقال** فى اتجاه ثابت وهو **اتجاه الانتقال**. أى أن الانتقال يحرك جميع نقاط الشكل نفس **المسافة** فى **نفس الاتجاه**.

فمثلًا فى الشكل المقابل المثلث À B̀ C̀ هو صورة المثلث ABC بالانتقال مسافة A À فى اتجاه $\overrightarrow{AA'}$



- الانتقال (a ,b) فى المستوى الإحداثى يحول كل نقطة A (x , y) بإزاحة أفقية مقدارها |a| يتبعها إزاحة رأسية مقدارها |b| فتكون صورتها À (x + a , y + b)

وتكتب A (x , y) ⟵انتقال (a ,b)⟶ À (x + a , y + b)



نقاط هامة

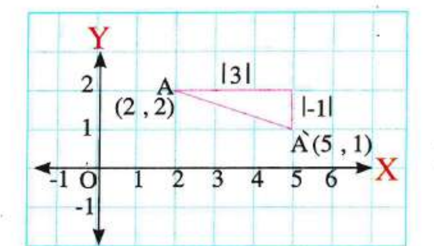
- فى الزوج المرتب (a ,b) الذى يعبر عن الانتقال

إذا كانت a: **موجبة** «تعنى إزاحة إلى اليمين» بمقدار |a|. **سالبة** «تعنى إزاحة إلى اليسار» بمقدار |a|.

إذا كانت b: **موجبة** «تعنى إزاحة لأعلى» بمقدار |b|. **سالبة** «تعنى إزاحة لأسفل» بمقدار |b|.

فمثلًا: صورة النقطة A (2 , 2) بانتقال (3 , −1) تعنى أن النقطة A تتحرك 3 وحدات إلى اليمين **ووحدة** واحدة لأسفل

فتكون الصورة À (2 + 3 , 2 + (−1)) ، أى أن النقطة À (5 , 1)



- إذا كانت النقطة (x , y) والانتقال (a , b) فإن الصورة تكون (x + a , y + b)
- إذا كانت الصورة (L , m) والانتقال (a , b) فإن النقطة تكون (L − a , m − b)
- إذا كانت النقطة (x , y) والصورة (L , m) فإن الانتقال يكون (L − x , m − y)

مثال 3 باستخدام الانتقال الذى يحول النقطة $A(x , y)$ إلى $\grave{A}(x + 2 , y - 3)$ أوجد:

1 صورة النقطة (4 , 3)

2 النقطة التى صورتها (4 , 3)

الحل

$\because A(x , y) \longrightarrow \grave{A}(x + 2 , y - 3)$

$\therefore$ الانتقال هو $(2 , -3)$

1 $(3 , 4) \xrightarrow[]{\text{انتقال } (2 , -3)} (3 + 2 , 4 + (-3))$

$(3 , 4) \xrightarrow[]{\text{انتقال } (2 , -3)} (5 , 1)$

- أى أن صورة النقطة (4 , 3) هى (1 , 5)

2 $\because$ الصورة (4 , 3) والانتقال $(2 , -3)$

$\therefore$ النقطة هى $(3 - 2 , 4 - (-3))$

- أى أن النقطة التى صورتها (4 , 3) هى (7 , 1)

مثال 4 ارسم المثلث ABC الذى رءوسه $A(2 , 1)$ ، $B(4 , -1)$ ، $C(0 , -2)$ ثم أوجد صورته بكل مما يأتى:

1 انتقال 3 وحدات لأعلى

2 انتقال $(-1 , -4)$

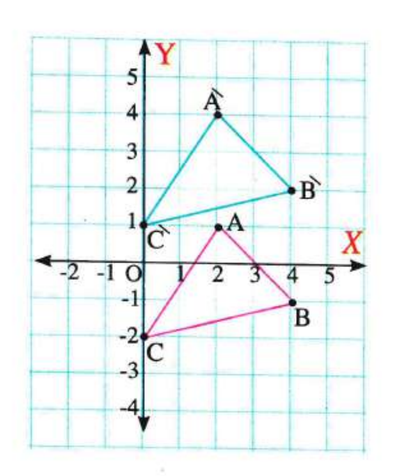
الحل

1 انتقال 3 وحدات لأعلى يكافئ الانتقال $(0 , 3)$

$A(2 , 1) \xrightarrow[(0 , 3)]{\text{انتقال}} \grave{A}(2 , 4)$

$B(4 , -1) \xrightarrow[(0 , 3)]{\text{انتقال}} \grave{B}(4 , 2)$

$C(0 , -2) \xrightarrow[(0 , 3)]{\text{انتقال}} \grave{C}(0 , 1)$

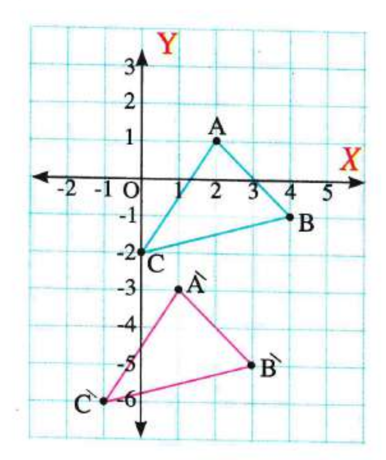


2 انتقال $(-1 , -4)$

$A(2 , 1) \xrightarrow[(-1 , -4)]{\text{انتقال}} \grave{A}(1 , -3)$

$B(4 , -1) \xrightarrow[(-1 , -4)]{\text{انتقال}} \grave{B}(3 , -5)$

$C(0 , -2) \xrightarrow[(-1 , -4)]{\text{انتقال}} \grave{C}(-1 , -6)$



سؤال 2

ارسم شبه المنحرف ABCD حيث $A(6 , 7)$ ، $B(7 , 5)$ ، $C(2 , 5)$ ، $D(3 , 7)$

ثم ارسم صورته بكل مما يأتى:

1 انتقال 4 وحدات إلى اليسار.

2 الانتقال $(x , y) \longrightarrow (x - 1 , y - 5)$

تعلم 4 الدوران فى المستوى الإحداثى:



- الدوران هو تحويل هندسى يجعل كل نقطة من نقاط الشكل تدور حول نقطة ثابتة وبزاوية قياسها معلوم وفى اتجاه معين.
- النقطة التى يدور حولها الشكل تُسمى مركز الدوران،

أى أن الدوران يتحدد تمامًا بالعناصر الآتية:

1 مركز الدوران. 2 قياس زاوية الدوران. 3 اتجاه الدوران.

- **إذا كان اتجاه الدوران:**

– ضد اتجاه عقارب الساعة، فإن قياس زاوية الدوران تكون موجبة.

– مع اتجاه عقارب الساعة، فإن قياس زاوية الدوران تكون سالبة.

يرمز للدوران بالرمز:



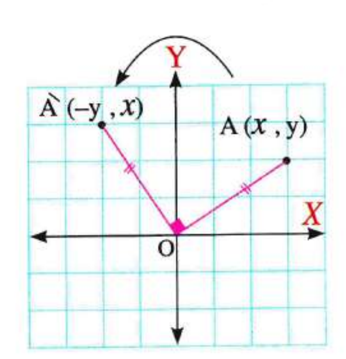
$$R\ (O\ ,\ \theta)$$

R: الـدوران — O: مركز الـدوران — θ: قياس زاوية الدوران واتجاهه

فمثلًا:

- الدوران حول نقطة الأصل ضد اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها 90° يُكتب $R\ (O\ ,\ 90°)$
- الدوران حول نقطة الأصل مع اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها 90° يُكتب $R\ (O\ ,\ -90°)$

أولا الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90°



$$A\ (x\ ,\ y) \xrightarrow{R\ (O,90°)} \grave{A}\ (-y\ ,\ x)$$

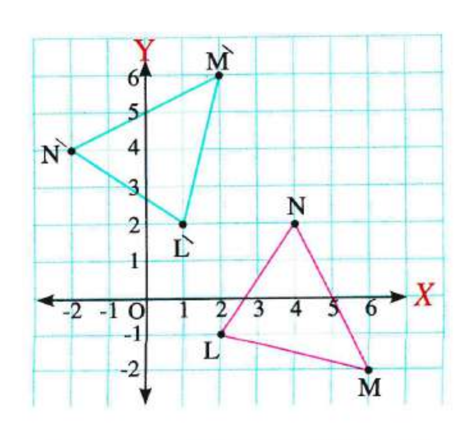
فمثلًا صورة النقطة $A\ (3\ ,\ 2)$ بالدوران $R\ (O\ ,\ 90°)$ هى النقطة $\grave{A}\ (-2\ ,\ 3)$



مثال 5

ارسم المثلث LMN حيث $L\ (2\ ,\ -1)$ ، $M\ (6\ ,\ -2)$ ، $N\ (4\ ,\ 2)$ ثم ارسم صورته بالدوران: $R\ (O\ ,\ 90°)$

الحل



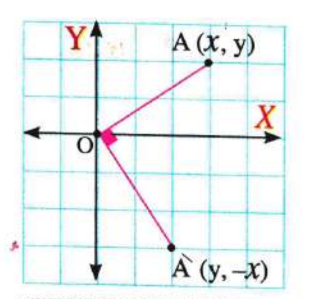
- $L\ (2\ ,\ -1) \xrightarrow{R\ (O,\ 90°)} \grave{L}\ (1\ ,\ 2)$
- $M\ (6\ ,\ -2) \xrightarrow{R\ (O,\ 90°)} \grave{M}\ (2\ ,\ 6)$
- $N\ (4\ ,\ 2) \xrightarrow{R\ (O,\ 90°)} \grave{N}\ (-2\ ,\ 4)$

لاحظ أن

الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90° يكافئ دورانًا حول نقطة الأصل بزاوية قياسها −270° «ويسمى دوران ربع دورة».

سؤال 3

ارسم المثلث ABC حيث $A\ (0\ ,\ 4)$ ، $B\ (5\ ,\ 2)$ ، $C\ (1\ ,\ 2)$ ، ثم ارسم صورته بالدوران $R\ (O\ ,\ -270°)$



ثانيًا **الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها $-90°$**

$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, -90°)} \grave{A}(y, -x)$$

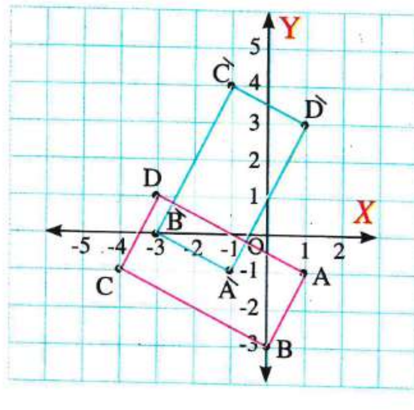
فمثلًا صورة النقطة (2 , 3) A بالدوران (°90− , R (O هى النقطة (3− , 2) À

لاحظ أن

الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها °90− يكافئ دورانًا حول نقطة الأصل بزاوية قياسها °270

مثال 6

ارسم المستطيل ABCD حيث (1− , 1) A ، (3− , 0) B ، (1− , 4−) C ، (1 , 3−) D
ثم ارسم صورته بالدوران : (°90− , R (O



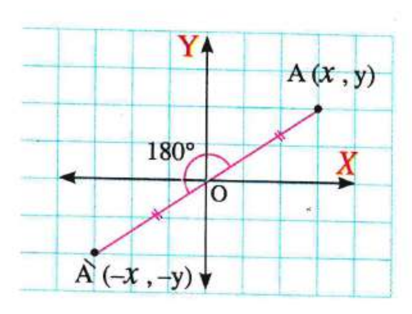
الحل

$$A(1, -1) \xrightarrow[R(O, 270°)]{R(O, -90°)} \grave{A}(-1, -1)$$

$$B(0, -3) \xrightarrow[R(O, 270°)]{R(O, -90°)} \grave{B}(-3, 0)$$

$$C(-4, -1) \xrightarrow[R(O, 270°)]{R(O, -90°)} \grave{C}(-1, 4)$$

$$D(-3, 1) \xrightarrow[R(O, 270°)]{R(O, -90°)} \grave{D}(1, 3)$$



ثالثًا **الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها (±180°)**

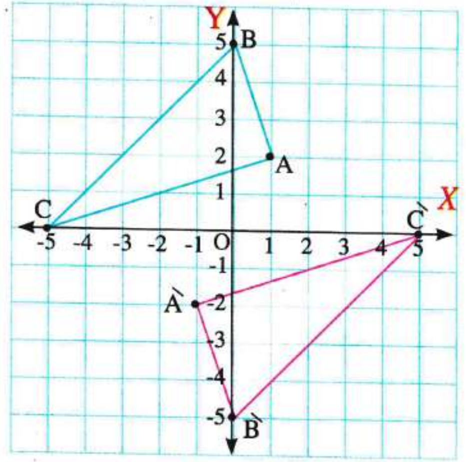
$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, \pm 180°)} \grave{A}(-x, -y)$$

«ويسمى دوران نصف دورة»

فمثلًا صورة النقطة (2 , 3) A بالدوران (°180± , R (O هى النقطة (2− , 3−) À

مثال 7

ارسم المثلث ABC فى المستوى الإحداثى حيث (2 , 1) A ، (5 , 0) B ، (0 , 5−) C
ثم ارسم صورته بالدوران : (°180 , R (O



الحل

$$A(1, 2) \xrightarrow{R(O, 180°)} \grave{A}(-1, -2)$$

$$B(0, 5) \xrightarrow{R(O, 180°)} \grave{B}(0, -5)$$

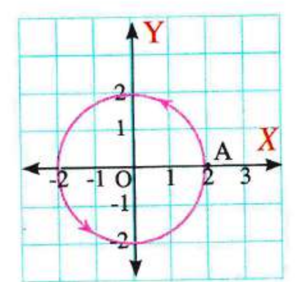
$$C(-5, 0) \xrightarrow{R(O, 180°)} \grave{C}(5, 0)$$

سؤال 4

ارسم المثلث ABC فى المستوى الإحداثى حيث (2 , 1−) A ، (1 , 3) B ، (4 , 0) C

ثم أوجد صورته بالدوران (°270 , R (O ، بالدوران (°180 , R (O

 الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 360°



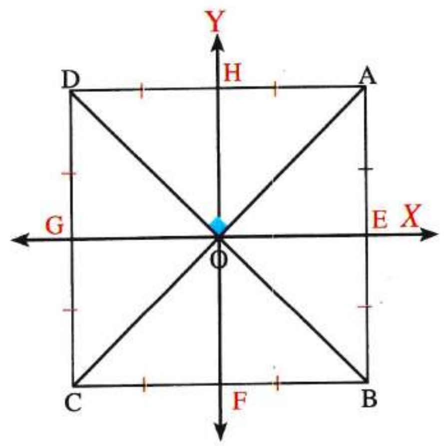
$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, 360°)} A(x, y)$$

فمثلًا صورة النقطة A (2 , 0) بالدوران R (O , 360°) هى نفسها النقطة A (2 , 0)

نقاط هامة

- الدوران بزاوية قياسها 360° يكافئ الدوران بزاوية قياسها (−360°)
- لا توجد نقاط ثابتة بالدوران إلا مركز الدوران أو إذا كان الدوران بزاوية قياسها 360° ± فتكون كل النقاط ثابتة، ويسمى الدوران فى هذه الحالة بالدوران المحايد.

مثال 8



فى الشكل المقابل ABCD مربع تقاطع قطراه فى نقطة O (حيث O نقطة الأصل) E ، F ، G ، H منتصفات أضلاعه $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CD}$ ، $\overline{DA}$ على الترتيب

أوجد صورة Δ AEO بالدوران ❶ R(O , 90°) ❷ R(O , 180°)

الحل

❶ ∵ ABCD مربع ∴ القطران متعامدان

عند إيجاد صورة Δ AEO بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90°

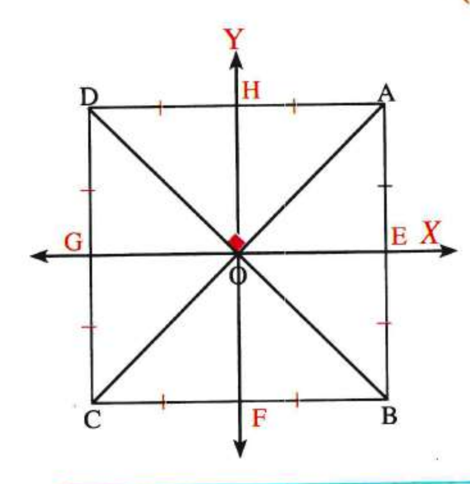
$A \xrightarrow{R(O, 90°)} D$ نوجد صورة النقطة A وهى D

$E \xrightarrow{R(O, 90°)} H$ صورة النقطة E وهى H

$O \xrightarrow{R(O, 90°)} O$ صورة النقطة O وهى O (لأنها مركز الدوران)

فيكون $\Delta AEO \xrightarrow{R(O, 90°)} \Delta DHO$

لاحظ أن الدوران ضد عقارب الساعة حيث إن زاوية الدوران هى 90°



❷ $A \xrightarrow{R(O, 180°)} C$ نوجد صورة النقطة A وهى C

$E \xrightarrow{R(O, 180°)} G$ نوجد صورة النقطة E وهى G

$O \xrightarrow{R(O, 180°)} O$ نوجد صورة النقطة O وهى O

فيكون $\Delta AEO \xrightarrow{R(O, 180°)} \Delta CGO$

سؤال 5

❶ **ارسم المعين ABCD حيث** A (−1 , 4) ، B (1 , 1) ، C (−1 , −2) ، D (−3 , 1)

ثم ارسم صورته بكل من الدورانات الآتية:

(أ) R(O , −180°) (ب) R(O , −90°)

❷ **ارسم المثلث OAB الذى رءوسه** O (0 , 0) ، A (3 , 0) ، B (3 , 1)

ثم ارسم صورته بالدوران: R(O , 90°)

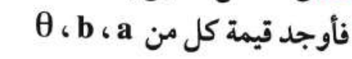
خواص الانعكاس والانتقال والدوران:

كل من الانعكاس فى مستقيم، والانتقال، والدوران حول نقطة فى المستوى يحافظ على:

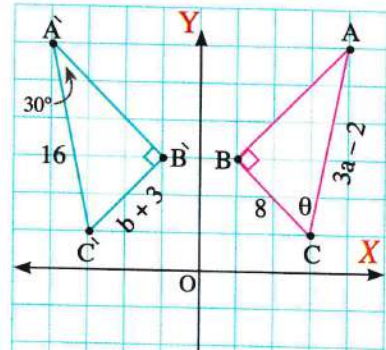
❶ أطوال القطع المستقيمة.	❷ قياسات الزوايا.	❸ التوازى.	❹ البينية
فمثلًا: $AB = \acute{A}\acute{B}$	$m(\angle A) = m(\angle \acute{A})$	$\overline{AB} \parallel \overline{CD} \rightarrow \overline{\acute{A}\acute{B}} \parallel \overline{\acute{C}\acute{D}}$	$C \in \overline{AB} \rightarrow \acute{C} \in \overline{\acute{A}\acute{B}}$

مثال 9

فى الشكل المقابل إذا كان أحد المثلثين هو صورة للآخر بالانعكاس فى محور y



فأوجد قيمة كل من a ، b ، θ



الحل

∵ الانعكاس فى مستقيم يحافظ على أطوال القطع المستقيمة وقياسات الزوايا.

$\because AC = \acute{A}\acute{C} \quad \therefore 3a - 2 = 16 \Longrightarrow \quad 3a = 16 + 2 = 18$

$\therefore a = \frac{18}{3} = 6$

$\because \acute{B}\acute{C} = BC \quad \therefore b + 3 = 8 \quad \Longrightarrow \quad b = 8 - 3 = 5$

$\because m(\angle A) = m(\angle \acute{A}) \qquad \therefore = m(\angle A) = 30^\circ$

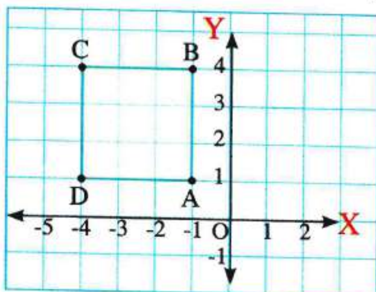
$\therefore \theta = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$

مثال 10

ABCD مربع تقع رءوسه جميعًا فى الربع الثانى فإذا كانت (1 , 1–) A ، (4 , 1–) B

ارسم فى المستوى الإحداثى المربع ABCD ثم أوجد صورته بكل مما يأتى:

1 $R(O, -180^\circ)$ 2 $R(O, 270^\circ)$



الحل

∵ جميع رءوس المربع تقع فى الربع الثانى ،

وطول $\overline{AB} = |4 - 1| = 3$ وحدات طول.

فيكون $C(-4, 4)$ ، $D(-4, 1)$

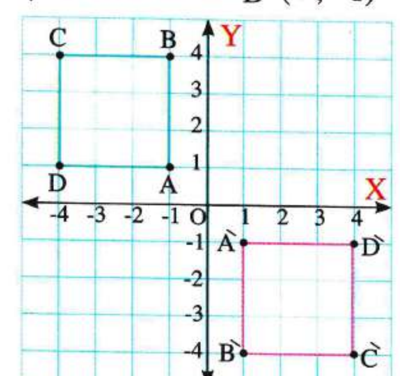
1 $R(O, -180^\circ)$

$A(-1, 1) \xrightarrow{R(O, -180^\circ)} \acute{A}(1, -1)$

$B(-1, 4) \xrightarrow{R(O, -180^\circ)} \acute{B}(1, -4)$

$C(-4, 4) \xrightarrow{R(O, -180^\circ)} \acute{C}(4, -4)$

$D(-4, 1) \xrightarrow{R(O, -180^\circ)} \acute{D}(4, -1)$



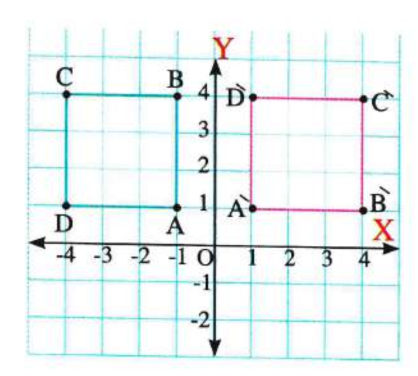
2 $R(O, 270^\circ)$

$A(-1, 1) \xrightarrow{R(O, 270^\circ)} \acute{A}(1, 1)$

$B(-1, 4) \xrightarrow{R(O, 270^\circ)} \acute{B}(4, 1)$

$C(-4, 4) \xrightarrow{R(O, 270^\circ)} \acute{C}(4, 4)$

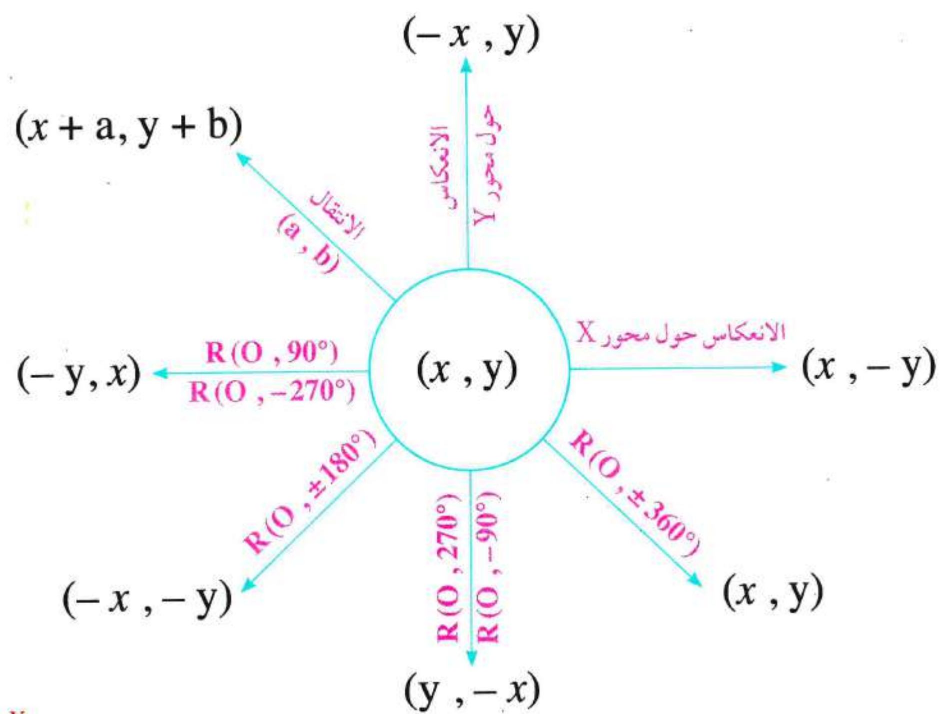
$D(-4, 1) \xrightarrow{R(O, 270^\circ)} \acute{D}(1, 4)$



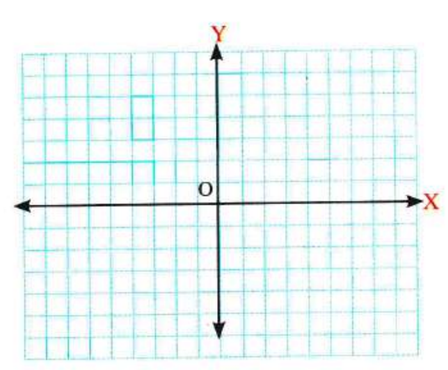
سؤال 6

ABCD مستطيل رءوسه هى: (1 , 1) A ، (4 , 1) B ، (4 , 5) C ، (1 , 5) D ارسم فى المستوى الإحداثى هذا المستطيل ، ثم أوجد صورته بكل مما يأتى: ❶ $R(O, -270^\circ)$ ❷ $R(O, 180^\circ)$

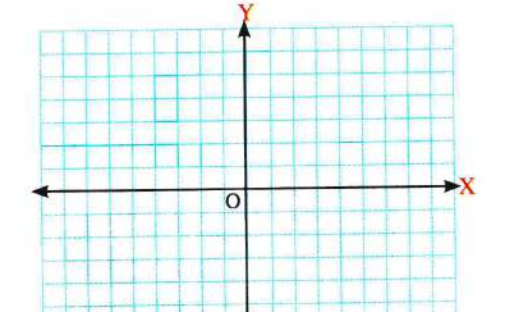
ملخص لجميع التحويلات الهندسية فى المستوى الإحداثى:



مثال 11 في الشكل التالى، إذا كانت صورة العدد 25 بالانعكاس فى محور Y هى A، وصورته بالانعكاس فى محور X هى B فما قيمة $\sqrt[3]{B-A}$؟



الحل



من الرسم نستنتج أن:

- صورة العدد 25 بالانعكاس فى محور Y هى 25
- صورة العدد 25 بالانعكاس فى محور X هى 52

$\therefore A = 25$ ، $\therefore B = 52$

$\therefore \sqrt[3]{B-A} = \sqrt[3]{52-25} = \sqrt[3]{27} = 3$

س؟ سؤال 7

أكمل الجدول التالى:

النقطة	انعكاس فى محور x	انعكاس فى محور y	انتقال (3− , 2−)	R (O , 90°)	R (O , −90°)	R (O , ± 180°)
(0 , 3)	(0 , −3)	(0 , 3)	(−2 , 0)	(−3 , 0)	(3 , 0)	(0 , −3)
....	(2 , 5)	....	....	....	....	....
....	....	(−2 , 2)	....	....	....	....
....	....	....	(0 , 0)	....	....	....
....	....	....	....	(4 , −3)	....	....
....	....	....	....	....	(5 , −7)	....
....	....	....	....	....	....	(3 , 1)



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 صورة النقطة (2, 3) بالانعكاس فى محور X هى ....

(ا) (2, 3) (ب) (-2, 3) (جـ) (-2, -3) (د) (2, -3)

2 إذا كانت النقطة (-2, 5) `A صورة النقطة A بالانعكاس فى محور Y فإن النقطة A هى ....

(ا) (5, -2) (ب) (2, 5) (جـ) (-2, -5) (د) (2, -5)

3 إذا كانت صورة النقطة (4, a – 3) بالانعكاس فى محور X هى نفسها فإن: .... = a

(ا) 4 (ب) 3 (جـ) 0 (د) 5

4 صورة النقطة .... هى نفسها بالانعكاس فى محور Y .

(ا) (0, 3) (ب) (3, 0) (جـ) (3, -3) (د) (-3, 3)

5 إذا كانت `A صورة النقطة A بالانعكاس فى محور $X$ ، وكانت النقطة A تقع فى الربع الثالث، فما الربع الذى تقع فيه النقطة `A ؟ ....

(ا) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

6 صورة النقطة (5, 3) بالانتقال الذى قاعدته $(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 1)$ هى ....

(ا) (2, 2) (ب) (8, 2) (جـ) (8, 4) (د) (-2, -4)

7 ما صورة النقطة (2, -1) بالانتقال الذى قاعدته $(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 4)$ ؟ ....

(ا) (-1, 5) (ب) (-3, 4) (جـ) (5, 3) (د) (-1, 3)

8 صورة النقطة (-3, 5) بالانتقال الذى قاعدته $(x, y) \rightarrow (x + 3, y)$ هى ....

(ا) (0, 5) (ب) (-1, 4) (جـ) (0, 3) (د) (-6, -3)

9 أى مما يأتى صورة النقطة (0, -3) بانتقال (-1, 2) ؟

(ا) (-1, -1) (ب) (-1, 1) (جـ) (1, -1) (د) (1, 1)

10 ما صورة النقطة (5, -2) بانتقال 5 وحدات فى الاتجاه السالب لمحور X ؟

(ا) (5, -7) (ب) (10, -2) (جـ) (0, -2) (د) (5, -3)

11 صورة النقطة (-2, 1) بانتقال مقداره 3 وحدات فى الاتجاه الموجب لمحور Y هى ....

(ا) (-2, -2) (ب) (1, 1) (جـ) (-2, 4) (د) (0, 1)

12 ما الانتقال الذى يجعل النقطة (-2, 1) `A صورة النقطة (4, -5) A ؟

(ا) (-6, 6) (ب) (-6, -4) (جـ) (2, -4) (د) (6, -6)

13 إذا كانت النقطة (2, -4) `A هى صورة النقطة A بانتقال $(x, y) \rightarrow (x - 2, y + 3)$، فإن النقطة A هى ....

(ا) (0, -1) (ب) (4, -7) (جـ) (4, 7) (د) (4, 1)

14 الانتقال 4 وحدات يمينًا يكافئ الانتقال ....

(أ) (0, 4) (ب) (0, -4) (جـ) (4, 0) (د) (-4, 0)

15 صورة النقطة (-2, 7) بانتقال 5 وحدات لأسفل هى النقطة ....

(أ) (3, 7) (ب) (-7, 7) (جـ) (-2, 2) (د) (3, 12)

16 صورة النقطة (-1, 4) بالدوران R (O, 90°) هى النقطة ....

(أ) (1, 4) (ب) (-4, -1) (جـ) (1, -4) (د) (4, 1)

17 صورة النقطة (2, -6) بالدوران R (O, -90°) هى النقطة ....

(أ) (2, 6) (ب) (-6, -2) (جـ) (-2, -6) (د) (6, 2)

18 ما صورة النقطة (-4, 2) بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها 90° ضد اتجاه حركة عقارب الساعة؟

(أ) (-4, -2) (ب) (4, 2) (جـ) (-2, 4) (د) (-2, -4)

19 صورة النقطة (..... , ...) بالدوران R (O, 270°) هى النقطة (1, 7).

(أ) (1, 7) (ب) (1, -7) (جـ) (7, -1) (د) (-7, 1)

20 صورة النقطة (..... , ...) بالدوران R (O, 90°) هى النقطة (-1, 4).

(أ) (-1, 4) (ب) (1, -4) (جـ) (-4, -1) (د) (4, 1)

21 ما الدوران الذى يجعل صورة النقطة A (2, -6) هى A` (-6, -2) ؟

(أ) R (O, -180°) (ب) R (O, -90°) (جـ) R (O, 90°) (د) R (O, 180°)

22 أى مما يأتى يمثل دوران المربع المقابل حول مركزه بزاوية قياسها 90° مع اتجاه حركة عقارب الساعة؟

(أ) (ب) (جـ) (د)

23 الدوران حول نقطة الأصل يحول النقطة (-3, 0) إلى النقطة (0, -3) بزاوية قياسها ....

(أ) 360° (ب) -180° (جـ) 270° (د) 90°

24 صورة النقطة (1, 5) هى نفسها عندما يكون الدوران بزاوية قياسها ....

(أ) 180° (ب) -90° (جـ) -270° (د) 360°

25 أى من الدورانات الآتية تجعل النقطة A` (x, -y) صورة A ($-x$, y) ؟

(أ) R (O, -90°) (ب) R (O, 90°) (جـ) R (O, 180°) (د) R (O, 360°)

26 صورة النقطة (-1, 3) بالدوران R (O, - 180°) هى ....

(أ) (1, 3) (ب) (-1, -3) (جـ) (1, -3) (د) (-1, 3)

27 إذا كانت النقطة A` (x + 1, -2) صورة النقطة A (-4, 2) بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها 180° فما قيمة x؟

(أ) 3 (ب) -1 (جـ) -2 (د) -5

2 ارسم المثلث الذى رءوسه النقط A (3, 1)، B (1, 3) ، C (2, 4) ، ثم ارسم صورته بالانعكاس فى محور X .

3 ارسم صورة متوازى الأضلاع الذى رءوسه: A (1, 1)، B (4, 1) ، C (3, 3) ، D (0, 3).

1 بالانعكاس فى محور X . **2** بالانعكاس فى محور Y .

4 ارسم صورة المثلث الذى رءوسه: A (3, -3)، B (4, 5) ، C (-4, 3) .

1 بالانعكاس فى محور X . **2** بالانعكاس فى محور Y .

5 ارسم المثلث ABC الذى رءوسه: A (3, 4)، B (4, 1) ، C (0, 1)،

ثم أوجد صورته بالانتقال $(x, y) \to (x - 4, y - 2)$.

6 ارسم المثلث ABC الذى رءوسه: A (2, 3)، B (-1, 1) ، C (0, 5)،

ثم ارسم صورته بالانتقال (2, -1).

7 ارسم المثلث ABC الذى رءوسه: A (4, 6)، B (2, 2) ، C (6, 4)،

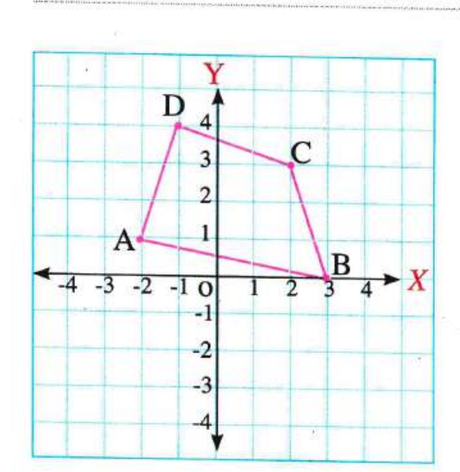
ثم أوجد صورته فى الحالات الآتية:

1 انتقال 3 وحدات لأسفل. **2** انتقال (-2, 1).



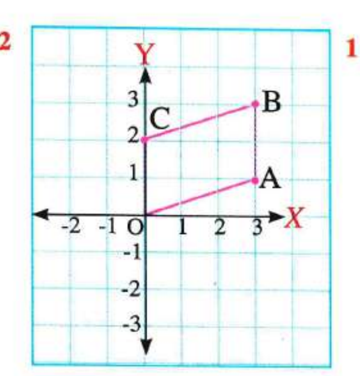
8 من الشكل المقابل:

ارسم صورة الشكل الرباعى ABCD بانتقال (2, -3).



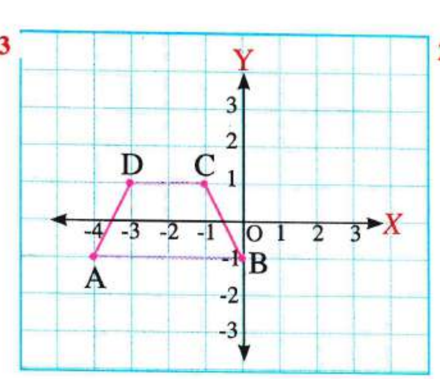
9 ارسم صورة كل شكل من الأشكال الآتية بالتحويلة الهندسية المذكورة أسفل الشكل:

1



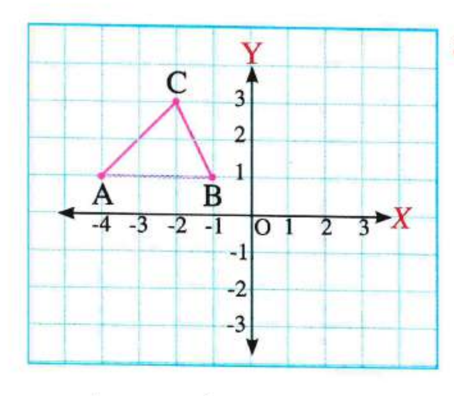
انعكاس فى محور X

2



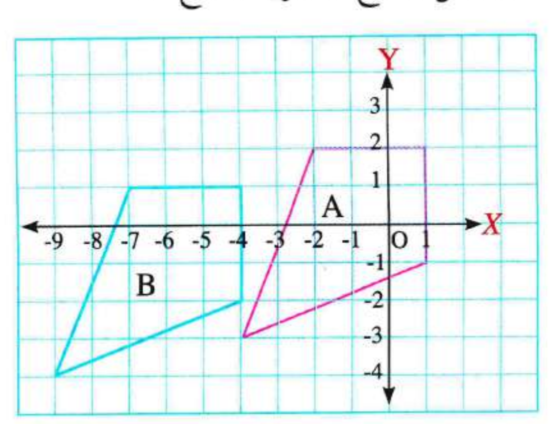
انتقال (3, 4)

3



دوران حول نقطة الأصل O فى اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها 90°

10 في الشكل التالي، عين الانتقال الذى يجعل المضلع A صورة المضلع B.



11 ارسم Δ ABC في المستوى الإحداثي حيث: A (-1, 2)، B (3, 1)، C (0, 4)،

ثم ارسم صورته بكل من التحويلات الآتية:

1 R (O, 90°)　　2 R (O, –90°)　　3 R (O, 180°)

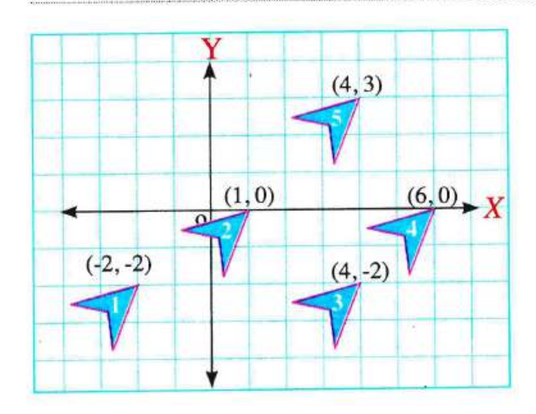
12 ارسم Δ ABC حيث A (-6, 6)، B (-2, 2)، C (4, 1)، ثم ارسم صورته بكل من التحويلات الآتية:

1 بالدوران R (O, -90°)　　2 بالدوران R (O, 90°)

3 بالانعكاس في محور Y　　4 بالانتقال $(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 3)$.

13 أوجد صورة المضلع ABCD حيث A (4, –1)، B (6, –3)، C (9, –4)، D (7, 1) بالدوران R(O, – 270°).

14 تستخدم التحويلات الهندسية المختلفة في إنتاج الرسوم المتحركة، الرسم البيانى المقابل يمثل حركة أحد الأشكال في مواضع مختلفة مع إحداثيات الموضع:



1 أوجد الانتقال الذى يجعل الشكل 5 صورة الشكل 1.

2 أوجد الانتقال الذى يجعل الشكل 4 صورة الشكل 1.

3 أوجد الانتقال الذى يجعل الشكل 3 صورة الشكل 2.

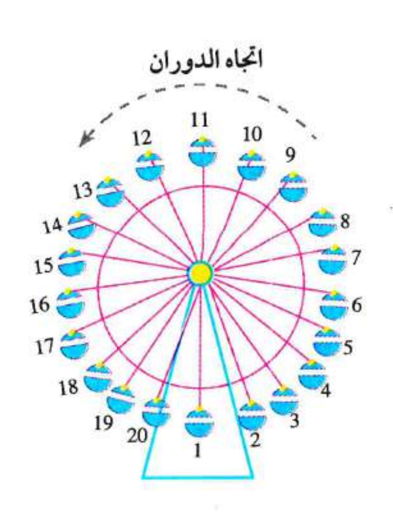


تحد نفسك

15 العجلة الدوارة المرسومة تحمل 20 عربة:

1 أوجد قياس زاوية الدوران إذا تم نقل المقعد 1 إلى موضع المقعد 5 ؟

2 إذا دار المقعد 1 بزاوية قياسها 144° ، فأوجد رقم المقعد الذى يشغله الآن.



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى مما يأتى صورة النقطة (3 ,1-) بالانعكاس فى محور X ؟

(أ) (1, 3) (ب) (3- ,1-) (جـ) (3- ,1) (د) (1- ,3)

2 صورة النقطة (2 ,2-) بالانتقال (1- ,3) هى النقطة ....

(أ) (5, 3) (ب) (1, 1) (جـ) (3, 2) (د) (4, 3)

3 صورة النقطة (4 ,3-) بالدوران $R(O, 90^\circ)$ هى النقطة ....

(أ) (3, 4) (ب) (4- ,3) (جـ) (3- ,4-) (د) (4 ,3-)

4 شبه منحرف مجموع طولى قاعديته المتوازيتين يساوى 20 سم، وارتفاعه 4 سم ، فما مساحته بالسنتميتر المربع؟

(أ) 80 (ب) 40 (جـ) 20 (د) 5

5 إذا كانت النقطة (1, k) هى صورة النقطة (2- ,M) بالانعكاس فى محور Y ، فإن: K – M = ...

(أ) 1 (ب) 1- (جـ) 3 (د) 3-

2 أكمل ما يأتى:

1 كل من الانعكاس فى مستقيم، والانتقال، والدوران حول نقطة فى المستوى يحافظ على:

(أ) .... (ب) .... (جـ) .... (د) ....

2 النقطة (5 ,5-) `A هى صورة النقطة (5- ,5) A بدوران قياس زاويته .... حول نقطة الأصل (O).

3 معين مساحته 28 سنتيمترًا مربعًا وطول أحد قطريه 8سم ، فإن طول القطر الآخر = ... سم .

3 شبه منحرف مساحته 225 بوصة مربعة وطول إحدى قاعديته المتوازيتين 23 بوصة وارتفاعه 7.5 بوصة، أوجد طول قاعدته الأخرى.

4 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 8سم، AC = 5سم، BC = 4سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

5 ارسم المثلث ABC حيث: (5, 2-) A ، (2 ,1) B ، (4 ,4) C، ثم ارسم صورته بكل من التحويلات الآتية:

1 بالانعكاس فى محور X

2 بالانتقال $(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 2)$

3 بالدوران $R(O, 90^\circ)$





(Composite of Geometrical Transfomtions)
تركيب التحويلات الهندسية



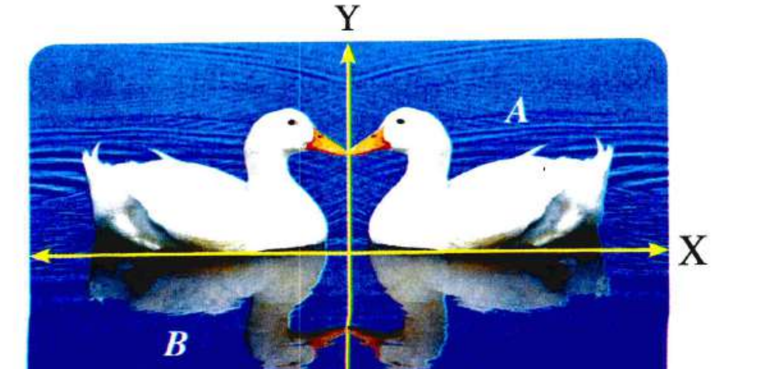
نواتج التعلم

- أن يعرف الطالب مفهوم تركيب التحويلات الهندسية.
- أن يرسم الطالب صورة شكل هندسى بتركيب انعكاسين على محورى الإحداثيات.
- أن يرسم الطالب صورة شكل هندسى بتركيب انتقالين فى النظام الإحداثى.
- أن يرسم الطالب صورة شكل هندسى بتركيب دورانين فى النظام الإحداثى.

مفردات أساسية

- تركيب التحويلات (**Composite Transfomtions**)
- يكافئ (**Equivalent**)

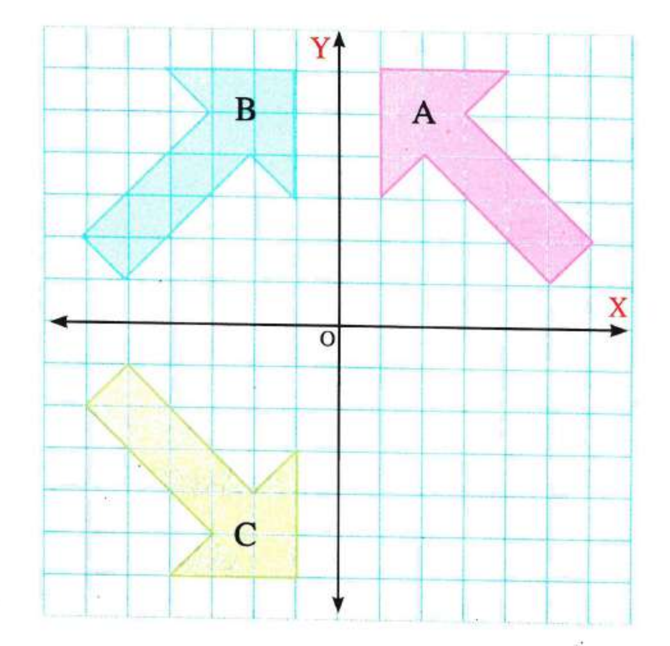
فكر وناقش:



فى الصورة التى أمامك
ما التحويل أو التحويلات الهندسية
التى تتم على الطائر A
لتصبح صورته الطائر B ؟

فى هذا الدرس سوف نتعلم كيفية عمل تركيبات بسيطة للتحويلات الهندسية (الانعكاس ، الانتقال ، الدوران) مما سيمكنك من الإجابة عن مثل هذا السؤال.

تعلم تركيب التحويلات الهندسية



- هو إجراء تحويلات هندسية متتابعة على شكل هندسى وفى بعض الأحيان يمكن وصف الشكل الهندسى الناتج من التركيب بتحويل هندسى واحد مكافئ لهذا التركيب.

فمثلًا فى الشكل المقابل

السهم B هو صورة السهم A بالانعكاس فى محور Y والسهم C هو صورة السهم B بالانعكاس فى محور X وبالتالى فإن السهم C هو صورة السهم A بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محـور X وهو يكافـئ دورانًا $R(O , \pm 180°)$

مثال 1

ارسم المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC بالانعكاس فى محور X

ثم ارسم المثلث $A''B''C''$ صورة المثلث $A'B'C'$ بالانعكاس فى محور Y :



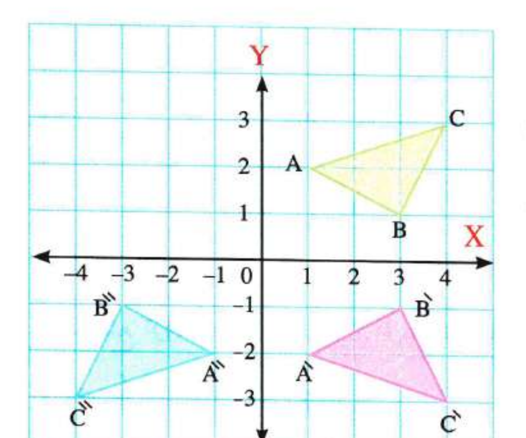
الحل

$A(1 , 2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } X} A'(1 , -2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } Y} A''(-1 , -2)$

$B(3 , 1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } X} B'(3 , -1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } Y} B''(-3 , -1)$

$C(4 , 3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } X} C'(4 , -3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } Y} C''(-4 , -3)$

المثلث $A''B''C''$ صورة المثلث ABC بالانعكاس فى محور X ، متبوعًا بالانعكاس فى محور Y



لاحظ أن

- التحويل الهندسى الذى يكافئ (الانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y) هو دوران $R(O , \pm 180°)$
- التحويل الهندسى الذى يكافئ (الانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X) هو دوران $R(O , \pm 180°)$
- صورة أى شكل هندسى بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس مرة أخرى فى محور X هو نفس الشكل الهندسى.

سؤال 1

ارسم صورة المستطيل ABCD حيث $A(2 , 1)$ ، $B(-3 , 1)$ ، $C(-3 , 3)$ ، $D(2 , 3)$ بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y

مثـال 2

ارسم المثلث ABC حيث A (2 , 2) ، B (4 , 2) ، C (2 , 5) ؛ ثم ارسم صورته بالانتقال (1– , 2–) متبوعًا بالانتقال (3– , 3–)

الحـل

A (2 , 2) —بانتقال (1– , 2–)→ À (0 , 1) —بانتقال (3– , 3–)→ A̋ (–3 , –2)

B (4 , 2) —بانتقال (1– , 2–)→ B̀ (2 , 1) —بانتقال (3– , 3–)→ B̋ (–1 , –2)

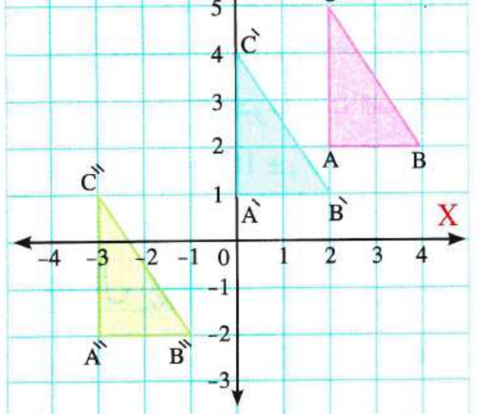
C (2 , 5) —بانتقال (1– , 2–)→ C̀ (0 , 4) —بانتقال (3– , 3–)→ C̋ (–3 , 1)



من الشكل Δ A̋ B̋ C̋ صورة

Δ ABC بالانتقال (1– , 2–)

متبوعًا بالانتقال (3– , 3–)



لاحظ أن

Δ A̋ B̋ C̋ هو صورة Δ ABC بالانتقال ((3–) + 1– , (3–) + 2–)
أى (5– , 4–) أى أن التحويل الهندسى الذى يكافئ الانتقال (1– , 2–) متبوعًا بالانتقال (3– , 3–) هو الانتقال (5– , 4–) ويلاحظ أيضًا أن عملية تركيب انتقالين هى عملية إبدالية.

مثـال 3

ارسم المضلع ABCD حيث A (–1 , 1) ، B (2 , 1) ، C (2 , 3) ، D (0 , 4) ،
ثم أوجد صورته بالانتقال (4– , 1) متبوعًا بالانتقال (5 , 5–)

الحـل

A (–1 , 1) —بانتقال (4– , 1)→ À (0 , –3) —بانتقال (5 , 5–)→ A̋ (–5 , 2)

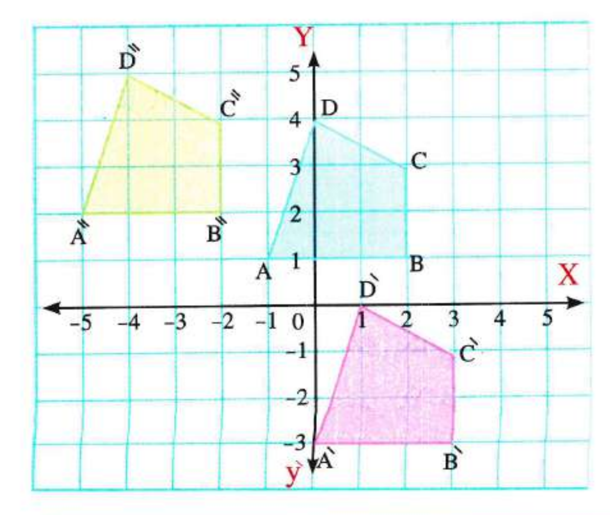
B (2 , 1) —بانتقال (4– , 1)→ B̀ (3 , –3) —بانتقال (5 , 5–)→ B̋ (–2 , 2)

C (2 , 3) —بانتقال (4– , 1)→ C̀ (3 , –1) —بانتقال (5 , 5–)→ C̋ (–2 , 4)

D (0 , 4) —بانتقال (4– , 1)→ D̀ (1 , 0) —بانتقال (5 , 5–)→ D̋ (–4 , 5)

المضلع A̋ B̋ C̋ D̋ صورة المضلع ABCD بانتقال (4– , 1)

متبوعًا بالانتقال (5 , 5–)



لاحظ أن

التحويل الهندسى الذى يكافئ
[انتقال (a , b) متبوعًا بانتقال (c , d)]
هو الانتقال (a + c , b + d).

سؤال 2

ارسم المثلث ABC حيث A (1 , 2) ، B (3 , 1) ، C (4 , 3) ، ثم أوجد صورته بالانتقال (4– , 3) متبوعًا بالانتقال (1 , 3–)

مثال 4

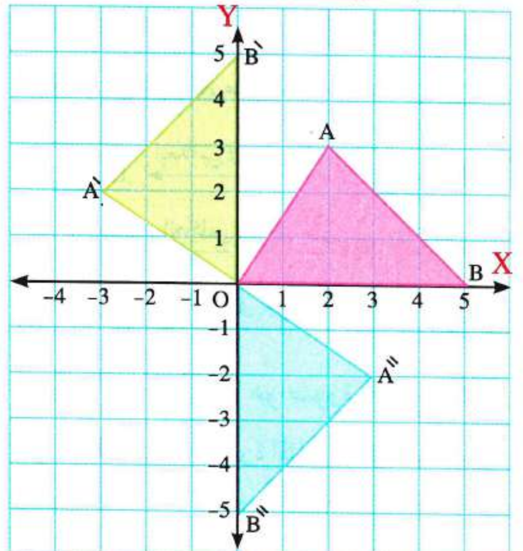
ارسم صورة المثلث ABO حيث، $A(2, 3)$ ، $B(5, 0)$ ، $O(0, 0)$ بالدوران $R(O, 90°)$ متبوعًا بدوران $R(O, 180°)$

الحل

$A(2, 3) \xrightarrow{R(O, 90°)} A`(-3, 2) \xrightarrow{R(O, 180°)} A``(3, -2)$

$B(5, 0) \xrightarrow{R(O, 90°)} B`(0, 5) \xrightarrow{R(O, 180°)} B``(0, -5)$

$O(0, 0) \xrightarrow{R(O, 90°)} O(0, 0) \xrightarrow{R(O, 180°)} O(0, 0)$



$\triangle A``B``O$ صورة $\triangle ABO$

بالدوران $R(O, 90°)$

متبوعًا بدوران $R(O, 180°)$

لاحظ أن

- $\triangle A``B``O$ هو صورة $\triangle ABO$ بالدوران $R(O, 270°)$ أى $R(O, -90°)$ أى أن التحويل الهندسى الذى يكافئ الدوران $R(O, 90°)$ متبوعًا بالدوران $R(O, 180°)$ هو الدوران $R(O, 270°)$ أو $R(O, -90°)$
- التحويل الهندسى الذى يكافئ الدوران $R(O, \theta_1)$ متبوعًا بالدوران $R(O, \theta_2)$ هو الدوران $R(O, \theta_1 + \theta_2)$

مثال 5

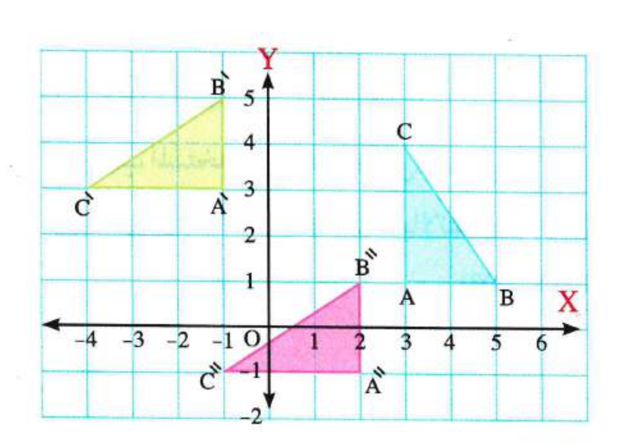
ارسم صورة $\triangle ABC$ حيث $A(3, 1)$ ، $B(5, 1)$ ، $C(3, 4)$ بالدوران $R(O, 90°)$ متبوعًا بانتقال $(3, -4)$

الحل

$A(3, 1) \xrightarrow{R(O, 90°)} A`(-1, 3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (3, -4)} A``(2, -1)$

$B(5, 1) \xrightarrow{R(O, 90°)} B`(-1, 5) \xrightarrow{\text{بانتقال } (3, -4)} B``(2, 1)$

$C(3, 4) \xrightarrow{R(O, 90°)} C`(-4, 3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (3, -4)} C``(-1, -1)$



المثلث $A`B`C`$ هو صورة المثلث ABC بالدوران $R(O, 90°)$

، المثلث $A``B``C``$ هو صورة المثلث $A`B`C`$ بالانتقال $(3, -4)$

فيكون $\triangle A``B``C``$ صورة $\triangle ABC$ بالدوران $R(O, 90°)$

متبوعًا بالانتقال $(3, -4)$

سؤال 3

ارسم المعين ABCD حيث $A(-1, -3)$ ، $B(2, -5)$ ، $C(5, -3)$ ، $D(2, -1)$

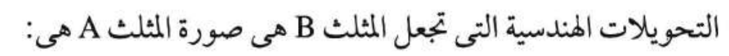
ثم أوجد صورته بالدوران $R(O, 180°)$ متبوعًا بالدوران $R(O, -90°)$

مثال 6

اكتب التحويلات الهندسية التى تجعل

المثلث B صورة المثلث A

الحل



التحويلات الهندسية التى تجعل المثلث B هى صورة المثلث A هى:

انعكاس فى محور X متبوعًا بانعكاس فى محور Y حيث إن:

$L(-2,-2) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } X} \grave{L}(-2,2) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } Y} \grave{\grave{L}}(2,2)$

$M(-3,0) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } X} M(-3,0) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } Y} \grave{M}(3,0)$

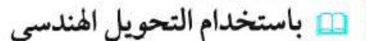
$N(-1,0) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } X} N(-1,0) \xrightarrow{\text{انعكاس فى محور } Y} \grave{N}(1,0)$

أى أن: $\Delta\, \grave{\grave{L}}\grave{M}\grave{N}$ هو صورة ΔLMN

أى أن: المثلث B صورة المثلث A بالانعكاس فى محور X متبوعًا بانعكاس فى محور Y ⟵ تراعى الحلول الأخرى



مثال 7

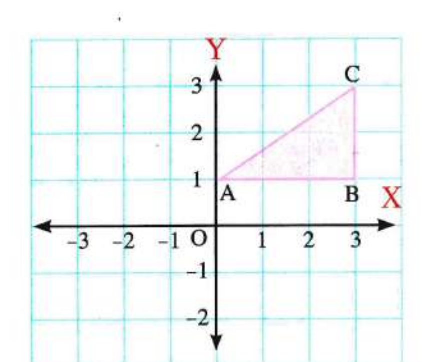


باستخدام التحويل الهندسى

$(x, y) \longrightarrow (-y, x-2)$

أوجد صورة المثلث فى الشكل المقابل

واذكر التركيب المستخدم فى هذا التحويل الهندسى.



الحل

$A(0,1) \longrightarrow \grave{A}(-1,-2)$

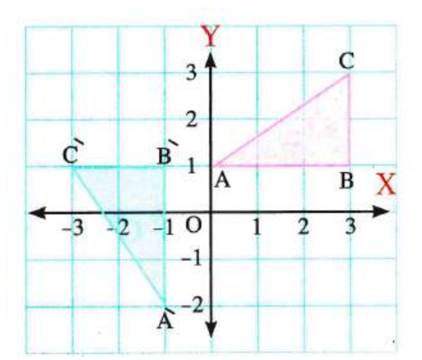
$B(3,1) \longrightarrow \grave{B}(-1,1)$

$C(3,3) \longrightarrow \grave{C}(-3,1)$

التركيب المستخدم فى هذا التحويل الهندسى

هو الدوران $R(O, 90°)$ متبوعًا بالانتقال $(0, -2)$ حيث:

$(x, y) \xrightarrow{R(O, 90°)} (-y, x) \xrightarrow{\text{بانتقال } (0,-2)} (-y, x-2)$



سؤال 4

باستخدام التحويل الهندسى $(x, y) \longrightarrow (x, -2-y)$

أوجد صورة المثلث ABC حيث $A(2,2)$ ، $B(2,5)$ ، $C(4,2)$

واذكر التركيب المستخدم فى هذا التحويل الهندسى.



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 صورة النقطة (9 ,2) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (9- ,2) (ب) (9 ,2-) (جـ) (9- ,2-) (د) (9 ,2)

2 صورة النقطة (5 ,4) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X هى ....

(أ) (5- ,4) (ب) (5 ,4-) (جـ) (5- ,4-) (د) (5 ,4)

3 صورة النقطة (3- ,2) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (3 ,2) (ب) (3 ,2-) (جـ) (3- ,2) (د) (3- ,2-)

4 صورة النقطة (4- ,1) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X هى ....

(أ) (4 ,1) (ب) (4 ,1-) (جـ) (4- ,1) (د) (4- ,1-)

5 صورة النقطة (7 ,5-) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (7 ,5) (ب) (7 ,5-) (جـ) (7- ,5) (د) (7- ,5-)

6 صورة النقطة (4 ,6-) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X هى ....

(أ) (4 ,6) (ب) (4 ,6-) (جـ) (4- ,6) (د) (4- ,6-)

7 صورة النقطة (4- ,2-) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (4 ,2) (ب) (4 ,2-) (جـ) (4- ,2) (د) (4- ,2-)

8 صورة النقطة (5- ,3-) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X هى ....

(أ) (5 ,3) (ب) (5 ,3-) (جـ) (5- ,3) (د) (5- ,3-)

9 صورة النقطة (7 ,0) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (7 ,0) (ب) (7- ,0) (جـ) (0 ,7) (د) (0 ,7-)

10 صورة النقطة (5 ,0) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X هى ....

(أ) (5 ,0) (ب) (0 ,5) (جـ) (0 ,5-) (د) (5- ,0)

11 صورة النقطة (0 ,6) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (0 ,6) (ب) (0 ,6-) (جـ) (6 ,0) (د) (6- ,0)

12 صورة النقطة (0 ,8) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X هى ....

(أ) (0 ,8) (ب) (8 ,0) (جـ) (0 ,8-) (د) (8- ,0)

13 صورة النقطة (4 ,3) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور X مرة أخرى هى ....

(أ) (4 ,3) (ب) (4 ,3-) (جـ) (4- ,3) (د) (4- ,3-)

14 صورة النقطة (3 ,5-) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور X مرة أخرى هى ....

(أ) (5- ,3) (ب) (5- ,3-) (جـ) (5 ,3-) (د) (5 ,3)

15 صورة النقطة (1- ,2) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور Y مرة أخرى هى ....

(أ) (2 ,1) (ب) (2 ,1-) (جـ) (2- ,1) (د) (2- ,1-)

16 صورة النقطة (7- ,4-) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور Y مرة أخرى هى ....

(أ) (7 ,4) (ب) (7- ,4) (جـ) (7 ,4-) (د) (7- ,4-)

17 صورة النقطة (5 ,3) بالدوران $R(O, 90^o)$ متبوعًا بالدوران $R(O, -180^o)$ هى ....

(أ) (5 ,3-) (ب) (3- ,5-) (جـ) (3 ,5-) (د) (3- ,5)

18 صورة النقطة (4 ,2-) بالدوران $R(O, 90^o)$ متبوعًا بالدوران $R(O, -180^o)$ هى ....

(أ) (2 ,4-) (ب) (2 ,4) (جـ) (2- ,4-) (د) (2- ,4)

19 صورة النقطة (7 ,5) بالدوران $R(O, 90^o)$ متبوعًا بالدوران $R(O, -90^o)$ هى ....

(أ) (7 ,5) (ب) (7 ,5-) (جـ) (5 ,7) (د) (7- ,5-)

20 صورة النقطة (0 ,3-) بالدوران $R(O, 90^o)$ متبوعًا بالدوران $R(O, -90^o)$ هى ....

(أ) (0 ,3) (ب) (3 ,0) (جـ) (3- ,0) (د) (0 ,3-)

21 صورة النقطة (6 ,4-) بالدوران $R(O, 180^o)$ متبوعًا بالدوران $R(O, 270^o)$ هى ....

(أ) (4 ,6) (ب) (4- ,6) (جـ) (4 ,6-) (د) (4- ,6-)

22 صورة النقطة (5 ,2) بالانتقال $(x, y) \to (x + 1, y + 2)$ متبوعًا بالانتقال (3 ,2) هى ....

(أ) (7 ,3) (ب) (10 ,5) (جـ) (3 ,7) (د) (5 ,10)

23 صورة النقطة (0 ,1-) بالانتقال (0 ,1) متبوعًا بالانتقال (3- ,2) هى ....

(أ) (3- ,2) (ب) (0 ,0) (جـ) (0 ,1) (د) (0 ,1-)

24 صورة النقطة (3 ,2-) بالانتقال $(x, y) \to (x + 1, y - 2)$ متبوعًا بالانتقال (2 ,1-) هى ....

(أ) (5 ,3-) (ب) (3 ,2-) (جـ) (3 ,4-) (د) (0 ,0)

25 صورة النقطة (9 ,2) بالدوران $R(O, 180^o)$ متبوعًا بالدوران $R(O, 90^o)$ هى ....

(أ) (9 ,2) (ب) (9- ,2) (جـ) (2- ,9-) (د) (2- ,9)

26 صورة النقطة (5 ,3-) بالانتقال (1 ,4-) متبوعًا بالانتقال (4 ,2) هى ....

(أ) (1 ,5-) (ب) (5 ,0) (جـ) (9 ,5-) (د) (9 ,5)

27 صورة النقطة (4 ,2) بالدوران $R(O, -90^o)$ متبوعًا بالدوران $R(O, 180^o)$ هى ....

(أ) (4- ,2-) (ب) (2 ,4-) (جـ) (4- ,2) (د) (4 ,2)

28 صورة النقطة (5 ,3-) بالدوران $R(O, -270^o)$ متبوعًا بالدوران $R(O, 180^o)$ هى ....

(أ) (5 ,3) (ب) (5 ,3-) (جـ) (3 ,5-) (د) (3 ,5)

29 التحويل الهندسى الذى يكافئ الانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هو ....

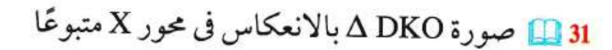
(ا) دوران $R(O, 90^\circ)$ (ب) دوران $R(O, 180^\circ)$

(جـ) دوران $R(O, 360^\circ)$ (د) دوران $R(O, 270^\circ)$

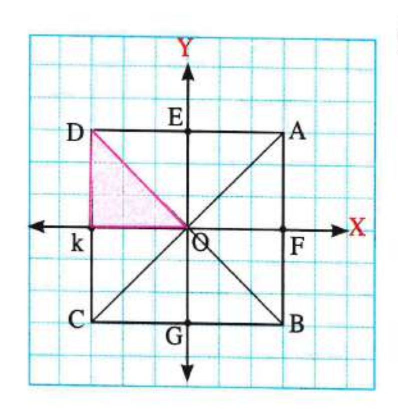
30 التحويل الهندسى الذى يكافئ انتقالًا (3 ,1) متبوعًا بانتقال (2 ,0) هو ....

(ا) انتقال (5 ,1) (ب) انتقال (1- ,1-)

(جـ) انتقال (1 ,1) (د) انتقال (5 ,0)



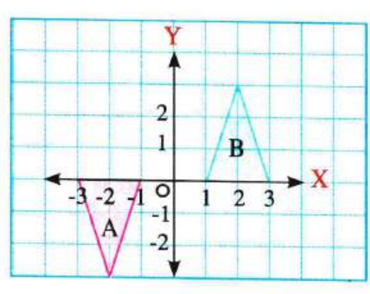
31 صورة Δ DKO بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....



(ا) Δ BFO (ب) Δ CKO

(جـ) Δ AFO (د) Δ BGO

32 فى الشكل المقابل:



أى التحويلات التالية تجعل المثلث B صورة المثلث A ؟

(ا) انتقال مقداره 4 وحدات لليمين يتبعه انتقال وحدتين لأعلى.

(ب) انعكاس فى محور Y ، يتبعه انعكاس فى محور X.

(جـ) دوران $R(O, 180^\circ)$ ، يتبعه الدوران $R(O, 180^\circ)$.

(د) دوران $R(O, 90^\circ)$ ، يتبعه الدوران $R(O, 180^\circ)$.

2 أكمل:

1 صورة النقطة (3 ,8) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

2 صورة النقطة (4 ,2-) بالانتقال (1 ,5) متبوعًا بالانعكاس فى محور X هى ....

3 صورة النقطة (5- ,4-) بالدوران $R(O, 90^\circ)$ متبوعًا بالانتقال (3 ,2) هى ....

4 صورة النقطة (7 ,3-) بالدوران $R(O, 180^\circ)$ متبوعًا بالانتقال (2 ,1) هى ....

5 صورة النقطة (1- ,5) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالدوران $R(O, 90^\circ)$ هى ....

6 صورة النقطة (6 ,4-) بالدوران $R(O, 270^\circ)$ متبوعًا بالدوران $R(O, -180^\circ)$ هى ....

7 صورة النقطة (8 ,3-) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X هى ....

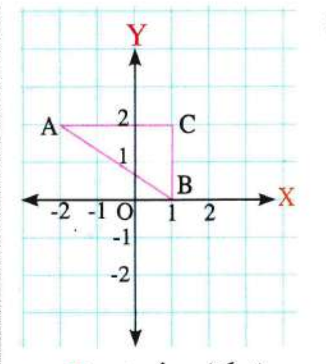
8 صورة النقطة (9 ,2) بالانتقال (5- ,3) متبوعًا بالدوران $R(O, 90^\circ)$ ....

9 صورة النقطة (5- ,0) بالانتقال (4 ,2-) متبوعًا بالانتقال (7 ,3) هى ....

10 صورة النقطة (6 ,4-) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانتقال (2 ,0) هى ....

3 انسخ كل شكل على ورق المربعات، ثم ارسم صورته بالتحويلات الهندسية المذكورة أسفله:

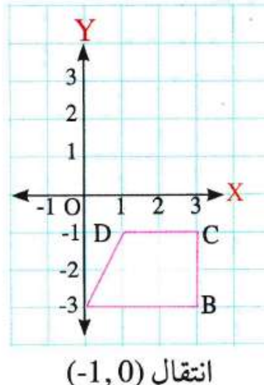
1



انعكاس فى محور X

متبوعًـا بالانعكاس فى محور Y

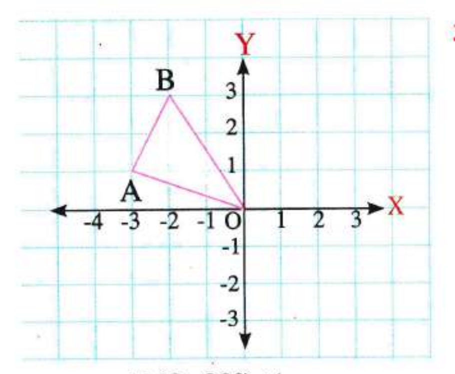
2



انتقال (0 ,1-)

متبوعًا بانتقال (5 ,1-)

3



دوران $R(O, 90^\circ)$

متبوعًا بدوران $R(O, -180^\circ)$

---

4 ارسم $\Delta\, \grave{A}\grave{B}\grave{C}$ صورة Δ ABC بالانعكاس فى محور X ، ثم ارسم $\Delta\, \grave{\grave{A}}\grave{\grave{B}}\grave{\grave{C}}$ صورة $\Delta\, \grave{A}\grave{B}\grave{C}$ بالانعكاس فى محور Y حيث (4 ,3) A (2, 1), B (5, 2), C .

5 ارسم صورة Δ ABC حيث (2 ,4-) A (0, 3), B (-3, 0), C بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X .

6 ارسم صورة Δ ABC حيث (3 ,3) A (2, -1), B (5, 1), C بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بانتقال (2- ,3) .

7 ارسم فى المستوى الإحداثى المثلث ABC حيث (4 ,3) A (1, 0), B (1, 4), C ، ثم ارسم صورته بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y .

8 ارسم فى المستوى الإحداثى القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ حيث (0 ,1-) A ، (3 ,0) B ، ثم ارسم صورة $\overline{AB}$ بالدوران $R(O, 90^\circ)$ متبوعًا بالدوران $R(O, 180^\circ)$.

9 ارسم فى المستوى الإحداثى المربع ABCD حيث (4 ,1-) A (-1, 0), B (3, 0), C (3, 4), D، ثم ارسم صورته بالانتقال (0 ,1) متبوعًا بالانتقال $(x, y) \to (x - 2,\ y)$.

10 قام كل من أحمد وخديجة بإيجاد صورة النقطة (4- ,3) A بالانتقال ، $(x, y) \to (x + 2,\ y + 5)$ ، ثم بالانتقال (5- ,0). فهل كل من أحمد وخديجة اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل؟ ناقش.
هل عملية تركيب انتقالين عملية إبدالية أم لا ؟

حل أحمد	حل خديجة
A (3 , -4) $\xrightarrow[(2\,,\,5)]{\text{بانتقال}}$ $\grave{A}$ (5 , 1) $\xrightarrow[(0\,,\,-5)]{\text{بانتقال}}$ $\grave{\grave{A}}$ (5 , -4)	A (3 , -4) $\xrightarrow[(0\,,\,-5)]{\text{بانتقال}}$ $\grave{A}$ (3 , -9) $\xrightarrow[(2\,,\,5)]{\text{بانتقال}}$ $\grave{\grave{A}}$ (5 , -4)



11 فى الشكل المقابل أوجد:

1 صورة المربع FADO بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y .

2 صورة المثلث OHB بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X .

3 صورة المربع LFOE بدوران $R(O, 90^\circ)$ متبوعًا بالانعكاس فى محور Y .

مجاب عنه

أولًا قياس المفاهيم :

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 مساحة المربع الذى طول قطره 12 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 18 (ب) 36 (جـ) 72 (د) 144

2 مساحة المعين الذى طولا قطريه 7 سم، 16سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 23 (ب) 28 (جـ) 56 (د) 112

3 مساحة المعين الذى طول ضلعه 10سم، وارتفاعه 8سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 18 (ب) 20 (جـ) 40 (د) 80

4 معين محيطه 20 سم، وارتفاعه 9 سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 45 (ب) 90 (جـ) 22.5 (د) 180

5 وحدات قياس الطول فى النظام الإنجليزى ....

(أ) البوصة فقط (ب) القدم والياردة فقط

(جـ) الميل فقط (د) جميع ما سبق

6 مربع محيطه 40 مترًا، فإن مساحته تساوى .... متر مربع.

(أ) 16 (ب) 40 (جـ) 20 (د) 100

7 معين طول ضلعه 10 أقدام وارتفاعه 9.6 قدم وطول أحد قطريه 12 قدمًا،
فإن طول القطر الآخر يساوى .... قدم.

(أ) 16 (ب) 8 (جـ) 4 (د) 96

8 معين طولا قطريه 20 بوصة، 30 بوصة فإن مساحته تساوى .... بوصة مربعة.

(أ) 150 (ب) 300 (جـ) 500 (د) 600

9 شبه منحرف ارتفاعه 10 سم وطولا كل من قاعدتيه المتوازيتين 6سم، 14سم،
فإن مساحته = ... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 50 (ب) 100 (جـ) 200 (د) 300

10 شبه منحرف ارتفاعه 8 سم، ومجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين 17 سم، فإن مساحته = ... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 34 (ب) 68 (جـ) 42 (د) 136

11 شبه منحرف مساحته 45 بوصة مربعة، وارتفاعه 5 بوصات، فإن طول قاعدته المتوسطة = ... بوصة.

(أ) 9 (ب) 18 (جـ) 4.5 (د) 36

12 شبه منحرف مساحته 54 سنتيمترًا مربعًا وارتفاعه 9 سم ، فإذا كان طول قاعدته الصغرى يساوى 4 سم فإن طول قاعدته الكبرى = ... سم.

(ا) 4 (ب) 6 (جـ) 8 (د) 12

13 إذا كانت مساحة معين 40 وحدة مربعة، فإن حاصل ضرب طولى قطريه يساوى ....

(ا) 20 (ب) 40 (جـ) 80 (د) 10

14 إذا كانت مساحة مربع 288 وحدة مربعة، فإن طول قطره يساوى .... وحدة طول.

(ا) 6 (ب) 12 (جـ) 24 (د) 48

15 معين طولا قطرية $(x - 2)$ سم، $(x + 2)$ سم، فإن مساحته = ... سنتيمترًا مربعًا.

(ا) $\frac{1}{2}(x^2 - 2)$ (ب) $x^2 - 4$ (جـ) $2(x^2 - 2)$ (د) $\frac{1}{2}x^2 - 2$

16 مربع طول قطره 2T وحدة طول، فإن مساحته = ... وحدة مربعة.

(ا) $2T^2$ (ب) $4T^2$ (جـ) T^2 (د) $8T^2$

17 الانعكاس فى مستقيم والانتقال والدوران حول نقطة فى المستوى يحافظ على ....

(ا) أطوال القطع المستقيمة فقط (ب) التوازى فقط

(جـ) قياسات الزوايا فقط (د) جميع ما سبق

18 صورة النقطة (5- ,3) سم، بالانعكاس فى محور X هى ....

(ا) (3, 5) (ب) (3, 5-) (جـ) (3, -5) (د) (-3, -5)

19 صورة النقطة (4 ,7-) ، بالانعكاس فى محور Y هى ....

(ا) (7, 4) (ب) (-7, 4) (جـ) (7, -4) (د) (-7, -4)

20 النقطة (2 ,1-) ، هى صورة النقطة (2- ,1-) بالتحويل الهندسى ....

(ا) بالانعكاس فى محور X (ب) بالانعكاس فى محور Y

(جـ) بالدوران R (O,180°) (د) بالدوران R (O,90°)

21 صورة النقطة (7- ,3) ، بالانتقال (0 ,6-) هى ....

(ا) (3, 7) (ب) (-3 , 7) (جـ) (3, -7) (د) (-3, -7)

22 صورة النقطة (5- ,0) ، بالانتقال $(x, y) \longrightarrow (x - 2, y + 1)$ هى ....

(ا) (0, 5) (ب) (0, -5) (جـ) (-2, -4) (د) (-2, -6)

23 الانتقال الذى يجعل النقطة À (9, -2) هى صورة النقطة A (-5, -3) هو ....

(ا) (14, 1) (ب) (-14, -1) (جـ) (-4 , -1) (د) (4, 1)

24 النقطة (2, 9) ، صورتها بالدوران R(O ,90°) هى ....

(ا) (9, 2) (ب) (-9, -2) (جـ) (9, -2) (د) (-9, 2)

25 النقطة (9- ,2) صورتها بالدوران R(O ,180°) هى ....

(ا) (2, 9)   (ب) (-9, -2)   (جـ) (-2, 9)   (د) (2, -9)

26 النقطة (0 ,3-) صورتها بالدوران R (O ,180°) هى ....

(ا) (3, 0)   (ب) (-3, 0)   (جـ) (0, 3)   (د) (0, -3)

27 النقطة (4- ,2-) صورتها بالدوران R (O ,90°) هى ....

(ا) (4, 2)   (ب) (4, -2)   (جـ) (-4, 2)   (د) (-4, -2)

28 النقطة (1- ,5) صورتها بالدوران R (O , -90°) هى ....

(ا) (1, 5)   (ب) (-1, 5)   (جـ) (1, -5)   (د) (-1, -5)

29 صورة النقطة (2, 4) بالدوران R (O , -270°) هى ....

(ا) (4, 2)   (ب) (-4, 2)   (جـ) (4, -2)   (د) (-4, -2)

30 صورة النقطة (6- ,5) بالدوران R (O, -270°) هى ....

(ا) (5, 6)   (ب) (-5, 6)   (جـ) (5, -6)   (د) (-5, -6)

31 صورة النقطة (1, 2) بالدوران R (O ,360°) هى ....

(ا) (1, 2)   (ب) (-1, -2)   (جـ) (-1, -2)   (د) (1, -2)

32 إذا كانت النقطة (4- ,3) هى صورة النقطة (m + 1, n – 2) بالانعكاس فى محور X فإن .... = m + n

(ا) -4   (ب) 6   (جـ) 4   (د) 8

33 إذا كانت النقطة (2- ,x + 1) $\grave{A}$ صورة النقطة (4,2 -) A بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها 180° فإن .... = x

(ا) -3   (ب) 3   (جـ) -2   (د) -4

34 إذا كانت النقطة (x + 3, y – 1) $\grave{A}$ هى صورة النقطة (2-, 9) A بالانعكاس فى محور Y فإن .... = x + y

(ا) -1   (ب) 1   (جـ) -9   (د) 9

35 الدوران الذى يجعل الشكل هو صورة نفسه هو دوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها ....

(ا) 90°   (ب) -90°   (جـ) 180°   (د) 360°

36 إذا كانت النقطة (m, n) $\grave{A}$ هى صورة النقطة (3, 4) A بالدوران R (O ,90°)، فإن .... = m – n

(ا) -1   (ب) 1   (جـ) 7   (د) -7

37 صورة النقطة (3, 8) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بانعكاس فى محور Y هى ....

(ا) (3, 8)   (ب) (-3, 8)   (جـ) (3, -8)   (د) (-3, -8)

38 صورة النقطة (1- ,2) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بانعكاس فى محور X هى ....

(ا) (1, 2)   (ب) (-1, 2)   (جـ) (1, -2)   (د) (-1, -2)

39 صورة النقطة (3, 4) بالدوران (O, 90°) R متبوعًا بدوران (O, 180°) R هى ....

(أ) (4, 3) (ب) (-4, 3) (جـ) (4, -3) (د) (-4, -3)

40 صورة النقطة (-5, 6) بالانتقال (1, 2) متبوعًا بالانتقال (-4, 3) هى ....

(أ) (-1, 8) (ب) (-1, 4) (جـ) (1, 4) (د) (-1, -4)

41 صورة النقطة (-7, -8) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالدوران (O, 270°) R هى ....

(أ) (8, 7) (ب) (-8, 7) (جـ) (8, -7) (د) (-8, -7)

42 صورة النقطة (-1, 2) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بانتقال (-3, 4) هى ....

(أ) (2, 4) (ب) (-2, 4) (جـ) (2, -4) (د) (-2, -4)

43 صورة النقطة (-3, 4) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور X مرة أخرى هى ....

(أ) (4, 3) (ب) (-4, 3) (جـ) (4, -3) (د) (-4, -3)

44 صورة النقطة (-6, 5) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بانتقال $(x, y) \longrightarrow (x + 2, y)$ هى ....

(أ) (4, 5) (ب) (-4, 5) (جـ) (4, 5-) (د) (-4, 5-)

45 صورة النقطة (-7, -8) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بدوران (O, 90°) R هى ....

(أ) (7, 8) (ب) (-7, 8) (جـ) (7, -8) (د) (-7, -8)

46 صورة النقطة (1, 3) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بدوران (O, 180°) R هى ....

(أ) (1, 3) (ب) (-1, 3) (جـ) (1, -3) (د) (-1, -3)

47 صورة النقطة (5, 1) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بانعكاس فى محور Y مرة أخرى هى ....

(أ) (5, 1) (ب) (-5, 1) (جـ) (5, -1) (د) (-5, -1)

48 صورة النقطة (-1, 5) بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بدوران (O, 270°) R هى ....

(أ) (5, 1) (ب) (-5, 1) (جـ) (5, -1) (د) (-5, -1)

49 صورة النقطة (-6, 4) بانتقال (-3, 1) متبوعًا بانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (1, 5) (ب) (-1, 5) (جـ) (1, -5) (د) (-1, -5)

50 صورة النقطة (-3, 7) بانتقال (-2, 1) متبوعًا بدوران (O, 90°) R هى ....

(أ) (5, 2) (ب) (-5, 2) (جـ) (5, -2) (د) (-5, -2)

51 صورة النقطة (-7, 3) بدوران (O, 90°) R متبوعًا بانعكاس فى محور X هى ....

(أ) (3, 7) (ب) (-3, 7) (جـ) (3, -7) (د) (-3, -7)

52 صورة النقطة (5, 7) بدوران $R(O, 90^\circ)$ متبوعًا بدوران $R(O, 270^\circ)$ هى ....

(ا) (5, 7)　(ب) (-5, 7)　(جـ) (5, -7)　(د) (-5, -7)

53 صورة النقطة (2, -4) بدوران $R(O, 270^\circ)$ متبوعًا بانعكاس فى محور X هى ....

(ا) (2, 4)　(ب) (-2, 4)　(جـ) (2, -4)　(د) (-2, -4)

54 صورة النقطة (-3, -1) بدوران $R(O, 180^\circ)$ متبوعًا بانعكاس فى محور Y هى ....

(ا) (3, 1)　(ب) (-3, 1)　(جـ) (3, -1)　(د) (-3, -1)

55 صورة النقطة (4, 5) بدوران $R(O, 180^\circ)$ متبوعًا بدوران $R(O, 90^\circ)$ هى ....

(ا) (5, 4)　(ب) (-5, 4)　(جـ) (5, -4)　(د) (-5, -4)

56 صورة النقطة (7, 8) بدوران $R(O, 180^\circ)$ متبوعًا بدوران $R(O, 180^\circ)$ هى ....

(ا) (7, 8)　(ب) (-7, 8)　(جـ) (7, -8)　(د) (-7, -8)

57 صورة النقطة (0, 0) بالانتقال (3, 4) متبوعًا بالدوران $R(O, 90^\circ)$ هى ....

(ا) (4, 3)　(ب) (-4, 3)　(جـ) (4, -3)　(د) (-4, -3)

58 ما التحويل الهندسى الذى يكافئ الانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y ؟

(ا) دوران $R(O, 90^\circ)$　(ب) دوران $R(O, 180^\circ)$

(جـ) دوران $R(O, 360^\circ)$　(د) دوران $R(O, 270^\circ)$

59 التحويل الهندسى الذى يكافئ انتقالًا (2, 9) متبوعًا بانتقال (0, 8) هو الانتقال ....

(ا) (-2, -1)　(ب) (-2, 1)　(جـ) (2, 1)　(د) (2, 17)

60 التحويل الهندسى الذى يكافئ انتقالًا (7, 7) متبوعًا بانتقال $(x, y) \rightarrow (x, y - 3)$

هو الانتقال ....

(ا) (7, 4)　(ب) (7, 10)　(جـ) (7, -10)　(د) (-7, 4)

61 ما التحويل الهندسى الذى يحول النقطة (x, y) إلى النقطة $(-y + 1, x)$ ؟

(ا) دوران $R(O, 90^\circ)$ متبوعًا بانتقال (1, 0)　(ب) دوران $R(O, 90^\circ)$ متبوعًا بانتقال (0, 1)

(جـ) دوران $R(O, 270^\circ)$ متبوعًا بانتقال (1, 0)　(د) انتقال (1, 0) متبوعًا بدوران $R(O, 90^\circ)$

62 ما التحويل الهندسى الذى يحول النقطة (x, y) إلى النقطة $(x, -y)$ ؟

(ا) دوران $R(O, 180^\circ)$ متبوعًا بانعكاس فى محور X

(ب) بانعكاس فى محور X

(جـ) انعكاس فى محور X متبوعًا بدوران $R(O, 180^\circ)$

(د) انعكاس فى محور X متبوعًا بانعكاس فى محور Y

2 أكمل ما يأتى:

1 مساحة المربع الذى طول قطره 32 مترًا تساوى .... مترًا مربعًا.

2 مساحة المعين الذى طولا قطريه 14 بوصة، 6 بوصات تساوى .... بوصة مربعة.

3 مساحة المعين الذى طول ضلعه 40 قدمًا، ارتفاعه 20 قدمًا تساوى .... قدمًا مربعًا.

4 معين محيطه 120 سم، ارتفاعه 17سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمتر مربع.

5 مساحة مربع محيطه 32 سم تساوى .... سنتيمتر مربع.

6 مساحة شبه المنحرف الذى ارتفاعه 18 سم، وطول كل من قاعدتيه المتوازيتين 13 سم، 5 سم تساوى .... سنتيمتر مربع.

7 مساحة شبه المنحرف الذى ارتفاعه 10سم، ومجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين 19 سم تساوى .... سم.

8 شبه منحرف مساحته 221 سنتيمترًا مربعًا، ارتفاعه 13 سم، فإن طول قاعدته المتوسطة يساوى .... سم.

9 شبه منحرف مساحته 140 سنتيمترًا مربعًا، ارتفاعه 7 سم، وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 29 سم، فإن طول القاعدة الأخرى يساوى .... سم.

10 إذا كانت مساحة معين 198 وحدة مربعة، فإن حاصل ضرب طولى قطريه يساوى .... وحدة مربعة.

11 إذا كانت مساحة مربع 968 وحدة مربعه، فإن طول قطره .... وحدة طول.

12 مربع طول قطره (4F) وحدة طول، فإن مساحته تساوى .... وحدة مساحة.

13 صورة النقطة (9- ,2-) بالانعكاس فى محور X هى ....

14 صورة النقطة (7, 5) بالانعكاس فى محور Y هى ....

15 صورة النقطة (1 ,3-) بالانتقال (4, 0) هى ....

16 صورة النقطة (6 ,4-) بالانتقال $(x, y) \longrightarrow (x + 2, y - 1)$ هى ....

17 صورة النقطة (8- ,4) بالدوران R (O, 90°) هى ....

18 صورة النقطة (9 ,1) بالدوران R (O, -90°) هى ....

19 صورة النقطة (2 ,3) بالدوران R (O, 180°) هى ....

20 صورة النقطة (8 ,1-) بالدوران R (O, -270°) هى ....

21 صورة النقطة (4- ,5-) بالدوران R (O, 270°) هى ....

22 صورة النقطة (6 ,1-) بالدوران R (O, -180°) هى ....

23 صورة النقطة (4- ,3-) بالدوران R (O, 360°) هى ....

24 النقطة (7- ,2) `A هى صورة النقطة (7 ,2) A بالتحويل الهندسى ....

25 النقطة (4- ,3-) `A هى صورة النقطة (4- ,3) A بالتحويل الهندسى ....

26 النقطة $\grave{A}(9, -2)$ هى صورة النقطة $A(2, 9)$ بالتحويل الهندسى ....

27 النقطة $\grave{A}(-4, 3)$ هى صورة النقطة $A(3, 4)$ بالتحويل الهندسى ....

28 النقطة $\grave{A}(-1, 6)$ هى صورة النقطة $A(1, -6)$ بالتحويل الهندسى ....

29 النقطة $\grave{A}(4, -1)$ هى صورة النقطة $A(4, -5)$ بالتحويل الهندسى ....

30 الانتقال الذى يجعل النقطة $\grave{A}(4, -3)$ صورة النقطة $A(-1, 8)$ هو ....

31 إذا كانت النقطة $\grave{A}(x-7, -2)$ صورة النقطة $A(-4, 2)$ بالدوران حول نقطة الأصل 0 بزاوية قياسها $180°$،
فإن $x =$ ....

32 إذا كانت النقطة $\grave{A}(7, k+1)$ هى صورة النقطة $A(5, 8)$ بالانتقال $(2, 3)$، فإن $k =$ ....

33 صورة النقطة $(2, 9)$ بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بدوران $R(O, 180°)$ هى ....

34 صورة النقطة $(0, 8)$ بالانتقال $(1, -5)$ متبوعًا بانعكاس فى محور X هى ....

35 صورة النقطة $(1, 2)$ بالانتقال $(3, 4)$ متبوعًا بدوران $R(O, 270°)$ هى ....

36 صورة النقطة $(-3, 5)$ بالانتقال $(-1, -8)$ متبوعًا بدوران $R(O, -90°)$ هى ....

37 صورة النقطة $(0, 5)$ بالانتقال $(3, 1)$ متبوعًا بدوران $R(O, 180°)$ هى ....

38 صورة النقطة $(2, 4)$ بدوران $R(O, 90°)$ متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

39 صورة النقطة $(-7, 5)$ بدوران $R(O, 90°)$ متبوعًا بانتقال $(-1, -3)$ هى ....

40 صورة النقطة $(4, -2)$ بدوران $R(O, -180°)$ متبوعًا بانتقال $(5, 0)$ هى ....

41 صورة النقطة $(1, 3)$ بدوران $R(O, -90°)$ متبوعًا بدوران $R(O, -90°)$ هى ....

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية:

3 أيها أكبر فى المساحة؟ مربع طول قطره 18 سنتيمترًا، أم معين طولا قطريه 14 سنتيمترًا، 8 سنتيمترات.

4 أيهما أكبر فى المساحة؟ معين طول ضلعه 9 سنتيمترات، وارتفاعه 6 سنتيمترات أم مستطيل طوله 6 سنتيمترات، وعرضه 8 سنتيمترات.

5 مربع طول قطره 12 قدمًا ومتوازى أضلاع طول قاعدته 14 قدمًا، والارتفاع المناظر لها 6 أقدام، أوجد مجموع مساحتيها.

6 شبه منحرف ارتفاعه 16 مترًا، طولا قاعدتيه المتوازيتين 22 مترًا، 8 أمتار، ومثلث طول قاعدته 30 مترًا، وارتفاعه 14 مترًا، أوجد مجموع مساحتيهما.

7 شبه منحرف ارتفاعه 4 بوصات، طول قاعدته المتوسطة 15 بوصة، معين طولا قطريه 8 بوصات، 6 بوصات، أوجد الفرق بين مساحتيهما.

8 شبه منحرف مساحته 130 مترًا مربعًا، وطولا قاعدتيه المتوازيتين 6 أمتار، 14 مترًا، أوجد ارتفاعه.

9 شبه منحرف مساحته 136 مترًا مربعًا، وارتفاعه 8 أمتار، أوجد طول قاعدته المتوسطة.

10 شبه منحرف مساحته 90 بوصة مربعة، وارتفاعه 6 بوصات، فإذا كان طول قاعدته الكبرى 19 بوصة، أوجد طول قاعدته الصغرى.

11 مربع مساحته 162 قدمًا مربعًا، أوجد طول قطره.

12 معين مساحته 99 وحدة مربعة، طول أحد قطريه 11 وحدة طول، أوجد طول القطر الآخر.

13 أوجد طول قطر المربع الذى مساحته تساوى مساحة معين طولا قطريه 4 أمتار، 9 أمتار.

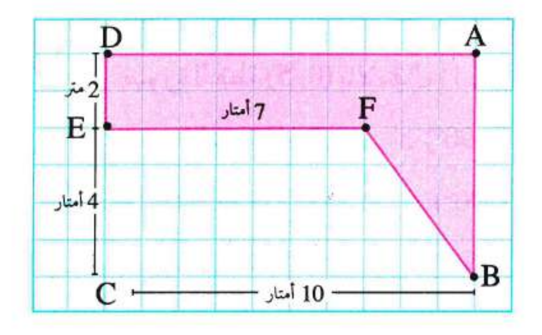
14 إذا كان طول أحد أقطار معين 10 بوصات، ومساحته تساوى مساحة مربع طول قطره 24 بوصة، فأوجد طول القطر الآخر للمعين.

15 شبه منحرف مساحته 210 أمتار مربعة، ارتفاعه 14 مترًا، والنسبة بين طولى قاعدتيه 3 : 2 فما طول كل منهما؟

16 قطعتا أرض متساويتان فى المساحة الأولى على شكل معين طولا قطريه 8 أمتار، 23 مترًا والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه 4 أمتار، أوجد طول قاعدته المتوسطة.

17 فى الشكل المقابل:

ما تكلفة طلاء الجزء المظلل إذا كان سعر طلاء المتر المربع منه يساوى 80 جنيهًا.



ثالثًا التحليل وتكامل المواد:

18 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 8 سم، BC = 7 سم، AC = 5 سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

19 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 3 سم، BC = 4 سم، AC = 5 سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

20 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 3 سم، BC = 4 سم، AC = 6 سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه، ثم قم بتنصيف الضلع $\overline{AB}$.

21 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 4 سم، BC = 5 سم، $m(\angle B) = 120^\circ$، وحدد نوع المثلث باستخدام القياس بالنسبة لأطوال أضلاعه ثم نصِّف كلًّا من $\angle A$ ، $\angle B$ بمنتصفين يتقاطعان فى نقطة M.

22 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 5 سم، $m(\angle A) = 40^\circ$ ، $m(\angle B) = 70^\circ$ ، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

23 ارسم المثلث الذى رءوسه النقط: A (2 ,4) ، B (0, 5) ، C (7, 7) ، ثم ارسم صورته بالانعكاس فى محور Y.

24 ارسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ طولها 5 سم، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار فى نقطة C. (لا تمسح الأقواس)

25 ارسم $\angle$ ABC قياسها 80°، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنصف $\overrightarrow{BD}$. (لا تمسح الأقواس)

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين 10 سم، 14سم، ارتفاعه 5 سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمتر مربع.

(أ) 120 (ب) 240 (جـ) 60 (د) 100

2 صورة النقطة (7, 5) بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (5- ,7) (ب) (7- ,5) (جـ) (7 ,5-) (د) (5 ,7-)

3 صورة النقطة (5- ,2) بالانتقال (1 ,2) متبوعًا بالدوران (°180 - ,R (O هى ....

(أ) (1- ,7) (ب) (7 ,1-) (جـ) (1 ,7-) (د) (7- ,1)

2 أكمل ما يأتى:

1 صورة النقطة (4, 3-) بالدوران (°90 - ,R (O هى النقطة ....

2 معين مساحته 40 بوصة مربعة وطول أحد قطريه 8 بوصات، فإن طول القطر الآخر = ... بوصة.

3 صورة النقطة (5- ,7) بالانتقال (5 ,1) هى ....

3 شبه منحرف مساحته 200 متر مربع وطول قاعدتيه المتوازيتين 15 مترًا، 25 مترًا. أوجد ارتفاعه.

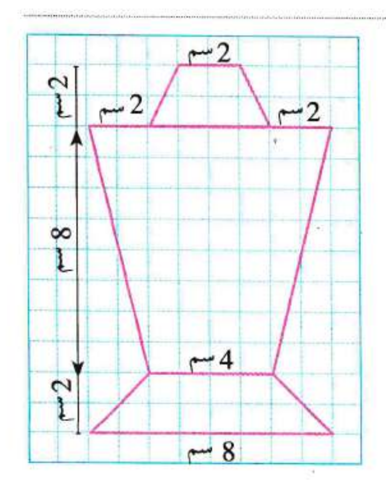
4 أيهما أكبر فى المساحة؟ مربع طول قطره 8 سم، أم معين محيطه 24 سم، وارتفاعه 5 سم.

5 ارسم زاوية قياسها °100 ، ثم نصفها مستخدمًا المسطرة والفرجار تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

6 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 5 سم، AC = 7 سم، BC = 3 سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

7 ارسم صورة المثلث الذى رءوسه: (1 ,2-) A ، (5 ,1) B ، (3 ,3) C ، بالانعكاس فى محور Y .

8 قام أحد الطلاب بتصميم نموذج كرتونى لفانوس رمضان، احسب مساحة الكرتون المستخدم لصنع هذا النموذج.





أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 شبه منحرف مساحته 35 سنتيمترًا مربعًا، وارتفاعه 5 سم، فإذا كان طول قاعدته الصغرى 6 سم، فإن طول قاعدته الكبرى يساوى .... سم.

(أ) 7 (ب) 8 (جـ) 9 (د) 10

2 إذا كانت النقطة $\grave{A}$ (-3, 5) هى صورة النقطة A بانتقال (-1, 7) فإن النقطة A هى ....

(أ) (-4, 12) (ب) (2, 2) (جـ) (-2, -2) (د) (4, -12)

3 صورة النقطة (-3, 8) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (-3, -8) (ب) (3, 8) (جـ) (3, -8) (د) (8, -3)

2 أكمل ما يأتى:

1 مساحة المعين الذى طولا قطريه 9 سم، 7 سم تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

2 صورة النقطة (........ , ...) بالدوران R (O, 90°) هى النقطة $\grave{A}$ (2, -1) .

3 مربع مساحته 72 سنتيمترًا مربعًا، فإن طول قطره يساوى ....

3 شبه منحرف مساحته 280 سنتيمترًا مربعًا، ارتفاعه 10سم، النسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين 5 : 2 ، فما طول كل منهما؟

4 ارسم $\overline{AB}$ طولها 7 سم، وقم بتنصيفها باستخدام المسطرة والفرجار وتأكد بالقياس من صحة التنصيف.

5 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 7 سم، m(∠B) = 70°، m(∠A) = 55°، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

6 ارسم المثلث ABC الذى رءوسه: A (2, 3) ، B (0, 1) ، C (-3, 4) ، ثم ارسم صورته بالانتقال (-2, 4).

7 ارسم فى المستوى الإحداثى $\overline{AB}$ حيث A (-2, 1) ، B (3, 4) ، ثم ارسم صورة $\overline{AB}$ بالدوران R (O, -90°) متبوعًا بالدوران R (O, 180°) .

8 ارسم متوازى الأضلاع الذى رءوسه: A (-3, 1) ، B (-2, 4) ، C (3, 4) ، D (2, 1) ، ثم ارسم صورته بالانتقال (-3, -5).

9 ارسم صورة الشكل الرباعى الذى رءوسه: A (-3, -3) ، B (1, -4) ، C (3, -2) ، D (-2, 1) ، ثم ارسم صورته بالدوران R (O, 90°).

10 ارسم صورة $\overline{AB}$ حيث: A (1, 3) ، B (5, 2) بالدوران R (O, 180°) ، متبوعًا بانتقال (3, 1).



أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر



الاحتمالات

دروس الوحدة

الــدرس الأول: التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث
(Random Experiment - Sample Space - Events)

الـدرس الثانى: الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبى
(Theoretical & Experimental Probability)

تتضمن مجالات الذكاء الاصطناعى (AI) تطوير الخوارزميات والبرامج الحاسوبية التى يمكنها تحليل البيانات وعمل تنبؤات فى مختلف المجالات.

- فهل يمكن استخدام الذكاء الاصطناعى (AI) فى تحليل البيانات الرياضية المعقدة لاستخلاص النتائج والقدرة على اتخاذ القرار بصورة دقيقة وسريعة؟

القضايا والمهارات الحياتية:
- التواصل الرياضى.
- الثقة بالنفس.
- اللغة والترجمة.
- التفكير الإبداعى .

القيم:
- المسئولية.
- الوعى الصحى.
- العمل.
- احترام الآخر.

الـدرس 1

ذاكر

التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث
(Random Experiment - Sample Space - Events)



نواتج التعلم

- يتعرف الطالب مفهوم التجربة العشوائية.
- يتعرف الطالب مفهوم فضاء العينة.
- يتعرف الطالب مفهوم الحدث وأنواعه.
- يميز الطالب بين الحدث المؤكد والحدث الممكن والحدث المستحيل.
- يستخدم الطالب مفهوم التجربة العشوائية وفضاء العينة والأحداث فى حل المشكلات.

مفردات أساسية

- التجربة العشوائية **(Random Experiment)**
- فضاء العينة **(Sample Space)**
- الأحداث **(Events)**
- الحدث المؤكد **(Sure Event)**
- الحدث المستحيل **(Impossible Event)**
- الحدث الممكن **(Possible Event)**

فكر وناقش:

يلزم لبناء نظرية الاحتمال كما يلزم لبناء أى فرع من فروع المعرفة البدء ببعض المفاهيم الأولية التى تساعد فيما بعد لإعطاء تعريفات أكثر دقة؛ لذلك سوف نلاحظ بعض التجارب البسيطة التالية:

- إلقاء عملة معدنية.
- اختيار طفل من أسرة بها طفل واحد وتسجيل نوعه.
- عمليات الحفر والتنقيب عن الآثار.
- سحب كرة من كيس يحتوى على كرات ملونة.
- إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة.
- إطلاق قذيفة نحو هدف.

والآن أى من هذه التجارب السابقة يمكن معرفة ماذا سيحدث قبل تنفيذها؟

فى هذا الدرس، سوف نتعلم مفهوم التجربة العشوائية ومفهوم الحدث، وكيفية إيجاد فضاء العينة لتجربة عشوائية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

تعلم 1 التجربة العشوائية - فضاء العينة

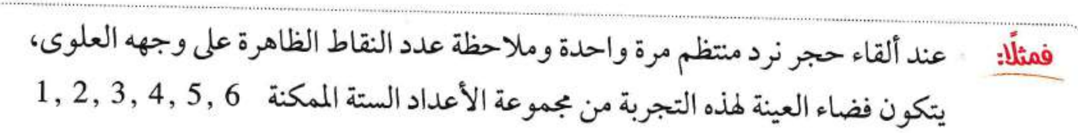
التجربة العشوائية : هى كل تجربـة يمكن معرفة جميع النواتـج الممكنة لها قبل إجرائها، ولكن لا نستطيع تحديد أىٍّ من هذه النواتج سوف يتحقق فعلًا عند إجرائها.

فمثلًا:
- تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة، وملاحظة الوجه الظاهر؛ صورة أو كتابة.
- تجربة سحب كرة ملونة من صندوق به عدد من الكرات المتماثلة المعروف ألوانها.
- تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.

فضاء العينة (أو فضاء النواتج): هو مجموعة جميع النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية ما.

- يرمز له عادة بالرمز (S) ، ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز n (S)

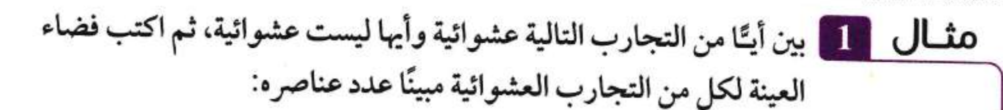
فمثلًا:



عند ألقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة عدد النقاط الظاهرة على وجهه العلوى، يتكون فضاء العينة لهذه التجربة من مجموعة الأعداد الستة الممكنة 6 , 5 , 4 , 3 , 2 , 1

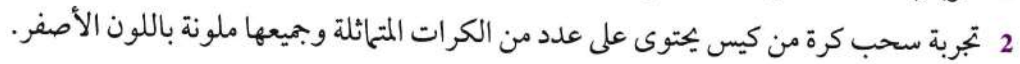
فيكون: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

«عدد عناصر فضاء العينة» $n(S) = 6$



مثال 1

بين أيًا من التجارب التالية عشوائية وأيها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية مبينًا عدد عناصره:



1. تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر.
2. تجربة سحب كرة من كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة وجميعها ملونة باللون الأصفر.
3. تجربة اختيار بطاقة تحمل حرف D من مجموعة من البطاقات المتماثلة وتحمل جميعها حرف D
4. تجربة سحب بطاقة واحدة من عدد من البطاقات المرقمة من 5 إلى 9 وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.
5. تجربة إقامة مباراة كرة قدم بين فريقين أ ، ب وملاحظة نتيجة الفريق أ .

الحـل

1. تجربة عشوائية — (صورة ، كتابة) $S = \{H, T\}$ ، $n(S) = 2$
2. ليست تجربة عشوائية
3. ليست تجربة عشوائية
4. تجربة عشوائية — $S = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ، $n(S) = 5$
5. تجربة عشوائية — (فوز ، تعادل ، هزيمة) $S = \{W, D, L\}$ ، $n(S) = 3$

سؤال 1

بيِّن أيًا من التجارب الآتية عشوائية، وأيها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية مبينًا عدد عناصره:

1. تجربة سحب بطاقة من صندوق به عدد من البطاقات المتماثلة وجميعها تحمل الرقم 9.
2. تجربة اختيار عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {6 , 7 , 9}
3. تجربة سحب كرة من كيس يحتوى على عدد من الكرات جميعها متماثلة غير معروف ألوانها.
4. تجربة سحب بطاقة من سبعة بطاقات مرقمة من 12 إلى 18 وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.



تعلم 2 الأحداث

الحدث: هو أى مجموعة جزئية من فضاء العينة (S)

الحدث البسيط (الأولى): هو مجموعة جزئية من فضاء العينة (S) تشتمل على عنصر واحد فقط.

فمثلاً: • فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن كل من الأحداث الستة الآتية $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$ هو حدث أولى أو حدث بسيط.

وقوع الحدث: يقال إن حدثًا ما قد وقع، إذا ظهر أى عنصر من عناصر المجموعة التى تمثله عند إجراء التجربة.

فمثلاً: • فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة إذا قيل إن الحدث $A = \{1, 3, 5\}$ قد وقع، فإن هذا يعنى ظهور أى من الأعداد الآتية: العدد (1) فقط **أو** العدد (3) فقط **أو** العدد (5) فقط

• عند إجراء التجربة لا يعنى بالطبع ظهور الأعداد 5 , 3 , 1 معًا.

الحدث المؤكد: هو الحدث الذى يقع دائمًا عند إجراء التجربة العشوائية، أى أنه فضاء العينة S

الحدث المستحيل: هو الحدث الذى لا يقع أبدًا عند إجراء التجربة العشوائية، أى أنه المجموعة الخالية $\varnothing$

الحدث الممكن: هو مجموعة جزئية فعلية من فضاء العينة

مثال 2

أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى، اكتب فضاء العينة، ثم أوجد كلًّا من الأحداث الآتية مبينًا أيًّا منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل وأيها ممكن، ثم حدد عدد عناصر كل حدث.

1 الحدث (A) هو حدث ظهور عدد فردى

2 الحدث (B) هو حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى 6

3 الحدث (C) هو حدث ظهور عدد أكبر من 6

4 الحدث (D) هو حدث ظهور العدد 6

الحل

• فضاء العينة هو: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $n(S) = 6$

1 A حدث ممكن: لأنه مجموعة جزيئة فعلية من S — $A = \{1, 3, 5\}$ ، $n(A) = 3$

2 B حدث مؤكد: لأنه يمثل فضاء العينة S — $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$ ، $n(B) = 6$

3 C حدث مستحيل: لأنه يمثل المجموعة الخالية $\varnothing$ — $C = \{\ \} = \varnothing$ ، $n(C) = 0$

4 D حدث بسيط وممكن: لأنه يشتمل على عنصر واحد وهو مجموعة جزئية فعلية من S — $D = \{6\}$ ، $n(D) = 1$

سؤال 2

أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى، اكتب فضاء العينة، ثم أوجد كلًّا من الأحداث الآتية، ثم حدد أيها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل مبينًا عدد عناصر كل حدث:

1 الحدث (E) ظهور عدد أولى زوجى.

2 الحدث (F) ظهور عدد يقبل القسمة على 3

3 الحدث (G) ظهور عدد يحقق المتباينة $x \geqslant 1$ (حيث x أحد عناصر فضاء العينة).

4 الحدث (H) ظهور عدد أقل من 1

مثـال 3

صندوق به 3 كرات بيضاء ، 2 كرة حمراء ، كرة خضراء ، كلها متماثلة (يعنى ذلك أنها متشابهة فى الوزن والحجم والشكل)، فإذا سُحبت كرة واحدة عشوائيًا **فاكتب فضاء العينة، ثم أوجد كلًّا من الأحداث التالية مبينًا عدد عناصر كل حدث.**

1 الحدث (A) هو حدث سحب كرة بيضاء.

2 الحدث (B) هو حدث سحب كرة بيضاء أو حمراء.

3 الحدث (C) هو حدث سحب كرة سوداء.

4 الحدث (D) هو حدث سحب كرة ليست بيضاء.

الحـل

- نفرض أن (الكرة البيضاء = W) و (الكرة الحمراء = R) و (الكرة الخضراء = G)
- فضاء العينة هو:

$S = \{W_1, W_2, W_3, R_1, R_2, G\}$, $n(S) = 6$

1 A حدث سحب كرة بيضاء

$A = \{W_1, W_2, W_3\}$ ؛ $n(A) = 3$

2 B حدث سحب كرة بيضاء أو حمراء

$B = \{W_1, W_2, W_3, R_1, R_2\}$ ؛ $n(B) = 5$

3 C حدث سحب كرة سوداء «حدث مستحيل» = المجموعة الخالية $\varnothing$

$C = \varnothing$ ؛ $n(C) =$ Zero

4 D حدث سحب كرة «ليست بيضاء تعنى أنها حمراء أو خضراء»

$D = \{R_1, R_2, G\}$ ؛ $n(D) = 3$

مثـال 4

من مجموعة الأرقام {2, 3, 5} **كون عددًا مكونًا من رقمين، ثم اكتب فضاء العينة، واكتب كلًّا من الأحداث الآتيـة:**

1 الحدث (A) هو حدث أن يكون رقم العشرات فرديًّا

2 الحدث (B) هو حدث أن يكون مجموع الرقمين 7

3 الحدث (C) هو حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين 15

4 الحدث (D) هو حدث ظهور عدد مربع كامل.

الحـل

- فضاء العينة هو:

$S = \{22, 23, 25, 32, 33, 35, 52, 53, 55\}$

1 $A = \{32, 33, 35, 52, 53, 55\}$

2 $B = \{25, 52\}$

3 $C = \{35, 53\}$

4 $D = \{25\}$

«التمثيل باستخدام مخطط الشجرة لإيجاد عناصر فضاء العينة»

رقم العشرات	رقم الآحاد
2	2
	3
	5
3	2
	3
	5
5	2
	3
	5

سؤال 3

كيس به 8 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 8، سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد الظاهر على البطاقة المسحوبة، **اكتب فضاء العينة، ثم اكتب كلًّا من الأحداث التالية مبينًا أى منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل وأيها ممكن:**

1 الحدث (A) هو حدث ظهور عدد زوجى.

2 الحدث (B) هو حدث ظهور عدد أولى.

3 الحدث (C) هو حدث ظهور عدد من مضاعفات العدد 3

4 الحدث (D) هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 5

5 الحدث (E) هو حدث يحقق المتباينة $2x - 1 < 1$ (حيث x أحد عناصر فضاء العينة S).

مثال 5

فى تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات، **اكتب فضاء العينة وكذلك عدد عناصره، ثم اكتب كلًّا من الأحداث الآتية مبينًا عدد عناصر كل حدث.**

1 الحدث (X) حدث ظهور صورة فى الرميتين.

2 الحدث (Y) حدث ظهور صورة فى الرمية الثانية.

3 الحدث (Z) حدث ظهور صورة واحدة على الأقل.

4 الحدث (E) حدث عدم ظهور صورة.

5 الحدث (F) حدث ظهور صورة فى إحدى الرميتين.

الحل

- النواتج الممكنة لكل من الرميتين الأولى والثانية هى صورة (H) أو كتابة (T)
- فضاء العينة هو:

$S = \{(H , H) , (H , T) , (T , H) , (T , T)\}$ ؛ $n(S) = 4$

1 $X = \{(H , H)\}$ ؛ $n(X) = 1$

2 $Y = \{(H , H) , (T , H)\}$ ؛ $n(Y) = 2$

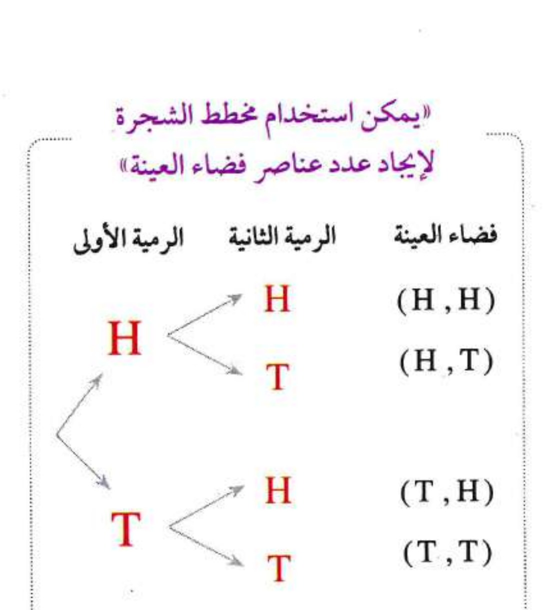
3 حدث ظهور صورة واحدة على الأقل يعنى «إما ظهور صورة مرة واحدة أو ظهورها مرتين»

$Z = \{(H , H) , (H , T) , (T , H)\}$ ؛ $n(Z) = 3$

4 $E = \{(T , T)\}$ ؛ $n(E) = 1$

5 $F = \{(H , T) , (T , H)\}$ ؛ $n(F) = 2$

«يمكن استخدام مخطط الشجرة لإيجاد عدد عناصر فضاء العينة»



نقاط هامة

- فى المثال السابق كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى ومسقطه الثانى هو ناتج الرمية الثانية.
- فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعتى نقود متمايزتين (مختلفين فى اللون أو الشكل أو الحجم ...) معًا فى آن واحد هو نفس فضاء نواتج إلقاء قطعة نقود واحدة مرتين متتاليتين.
- إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة
  - 3 مرات فإن عدد عناصر فضاء العينة $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
  - 4 مرات ، فإن عدد عناصر فضاء العينة $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$
  - 5 مرات فإن عدد عناصر فضاء العينة $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$
- $(H , T) \neq (T , H)$

سؤال 4

فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات،

اكتب فضاء العينة وكذلك عدد عناصره، ثم اكتب كلًّا من الأحداث الآتية مبينًا عدد عناصر كل حدث:

1 الحدث (A) حدث ظهور كتابة فى الرمية الأولى.

2 الحدث (B) حدث ظهور كتابة فى إحدى الرميتين.

3 الحدث (C) حدث ظهور كتابة واحدة على الأقل.

4 الحدث (D) حدث ظهور نفس الشىء فى الرميتين.

مثال 6

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي في الرميتين، **أوجد عدد عناصر فضاء العينة، ثم اكتب الأحداث الآتية مبينًا عدد عناصر كل حدث:**

1 الحدث (A) حدث ظهور العدد 4 في الرمية الثانية.
2 الحدث (B) حدث ظهور العددين متساويين.
3 الحدث (C) حدث ظهور عدد فردي في الرمية الأولى وعدد زوجي في الرمية الثانية.
4 الحدث (D) حدث ظهور عددين مجموعهما 10
5 الحدث (E) حدث ظهور أحد العددين ضعف العدد الآخر.

الحل

- كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى ومسقطه الثاني هو ناتج الرمية الثانية فإنه يمكن تمثيل فضاء العينة (S) على صورة جدول أو تمثيله هندسيًا على الشبكة التربيعية كما يلي:

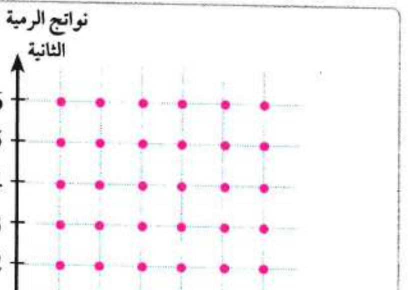
(1) على صورة جدول

الرمية الأولى \ الرمية الثانية	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

$n(S) = 6^2$

$n(S) = 6 \times 6 = 36$

(2) هندسيًا على الشبكة البيانية



1 $A = \{(1,4), (2,4), (3,4), (4,4), (5,4), (6,4)\}$ ، $n(A) = 6$

2 $B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$ ، $n(B) = 6$

3 $C = \{(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\}$ ، $n(C) = 9$

4 $D = \{(4,6), (5,5), (6,4)\}$ ، $n(D) = 3$

5 $E = \{(1,2), (2,1), (2,4), (4,2), (3,6), (6,3)\}$ ، $n(E) = 6$

نقاط هامة

- فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين هو نفسه فضاء العينة لتجربة إلقاء حجري نرد متمايزين مرة واحدة.
- $(2, 4) \neq (4, 2)$

سؤال 5

سحبت بطاقة عشوائيًا من بين 10 بطاقات مرقمة من 7 إلى 16 ، **اكتب فضاء العينة ثم اكتب كلًا من الأحداث الآتية:**

1 A حدث أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا زوجيًا .
2 B حدث أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا يقبل القسمة على 3
3 C حدث أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا مربعًا كاملًا .

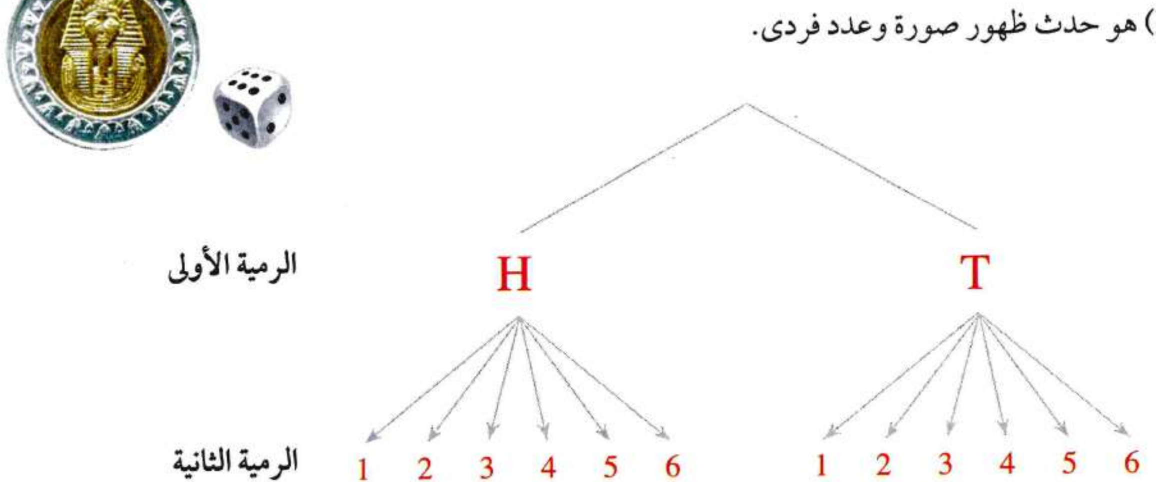
مثـال 7

أُلقيت قطعة نقود منتظمة ثم حجر نرد منتظم، ولوحظ الوجه العلوى لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد، **مثِّل فضاء العينة باستخدام الشجرة البيانية، ثم أوجد الأحداث التالية:**

1 الحدث (A) هو حدث ظهور كتابة وعدد زوجى.

2 الحدث (B) هو حدث ظهور صورة وعدد فردى.

الحـل



$S = \{(H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6), (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)\}$

1 $A = \{(T,2), (T,4), (T,6)\}$

2 $B = \{(H,1), (H,3), (H,5)\}$

مثـال 8

الجدول المقابل يوضح أن أحد المطاعم يُقدم وجبات الغـداء بحيث تتكون كل وجبة من طبق رئيسى ونوع واحد من المقبلات، **ما الإمكانات المختلفة لاختيار أحد الوجبات؟**

قائمـة الطعـام

الطبق الرئيسى	المقبـلات
لحوم	سلطة
دجاج	شوربة
أسماك	

الحـل

الطبق الرئيسى	المقبـلات	الإمكانات المختلفة لاختيار وجبة
لحوم	سلطة	(لحوم ، سلطة)
	شوربـة	(لحوم ، شوربـة)
دجاج	سلطة	(دجاج ، سلطة)
	شوربـة	(دجاج ، شوربـة)
أسماك	سلطة	(أسماك ، سلطة)
	شوربـة	(أسماك ، شوربـة)



• عدد هذه الإمكانات هى 6

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 سَحْب بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة مرقمة دون معرفة الأرقام المكتوبة على البطاقات يعتبر ....

(أ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (جـ) حدثًا مستحيلًا (د) حدثًا مؤكدًا

2 سَحْب كرة من كيس يحتوى على كرة صفراء وكرة زرقاء وكرة خضراء جميعها متماثلة يعبر عن ....

(أ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (جـ) حدث مستحيل (د) حدث مؤكد

3 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 5 يعتبر حدثًا ....

(أ) مؤكدًا (ب) مستحيلًا (جـ) بسيطًا (د) غير ذلك

4 فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة، فإن حدث ظهور صورة يعتبر حدثًا ....

(أ) مؤكدًا (ب) مستحيلًا (جـ) ممكنًا (د) غير ذلك

5 حقيبة بها 15 بطاقة مرقمة من 1 إلى 15 ، فإن حدث ظهور عدد زوجى يعتبر حدثً ....

(أ) مؤكدًا (ب) مستحيلًا (جـ) ممكنًا (د) بسيطًا

6 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {6 ، 4 ، 2}، فإن حدث ظهور عدد فردى يعتبر حدثًا ....

(أ) مؤكدًا (ب) مستحيلًا (جـ) بسيطًا (د) ممكنًا

7 فى تجربة سَحْب كرة عشوائيًّا من كيس يحتوى على كرة حمراء وكرة بيضاء وكرة خضراء جميعًا متماثلة وملاحظة لونها، فإن حدث ظهور كرة صفراء يعتبر حدثًا ....

(أ) مؤكدًا (ب) مستحيلًا (جـ) بسيطًا (د) غير ذلك

8 فى تجربة اختيار أحد أرقام العدد 3478 عشوائيًّا، فإن فضاء العينة هو ....

(أ) {3 ، 4 ، 8} (ب) {34 ، 78} (جـ) {3 ، 4 ، 7 ، 8} (د) {3478}

9 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {5 ، 4 ، 2} عشوائيًّا، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوى ....

(أ) 3 (ب) 6 (جـ) 9 (د) 12

10 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {4 ، 3 ، 1} عشوائيًّا، ما عدد عناصر الحدث الذى يعبر عن أن «العدد الناتج عدد فردى»؟

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 6

11 فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية، ما عدد عناصر فضاء العينة؟

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 8 (د) 16

12 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فأى من الأحداث الآتية هو حدث بسيط؟

(أ) حدث ظهور عدد أكبر من 6. (ب) حدث ظهور عدد زوجى أولى.

(جـ) حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى 2. (د) حدث ظهور عدد فردى أولى.

2 أكمل ما يأتى:

1 فى تجربة اختيار أحد أرقام العدد 7124 عشوائيًا، فإن عناصر فضاء العينة تكون ....

2 فى تجربة اختيار أحد أرقام العدد 128 عشوائيًا، فإن عدد عناصر فضاء العينة تكون ....

3 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {2, 5, 7} عشوائيًا، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوى ....

4 عدد عناصر فضاء العينة لاختيار حرف من حروف كلمة «تونس» يساوى ....

5 عدد عناصر فضاء العينة فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية يساوى ....

6 عدد عناصر فضاء العينة فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين يساوى ....

7 عدد عناصر فضاء العينة فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ثم إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة يساوى ....

3 بين أيًا من التجارب التالية عشوائية وأيها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية، مبينًا عدد عناصره:

1 سحب كرة من كيس يحتوى على كرة بيضاء وكرة صفراء وكرة حمراء وكرة خضراء جميعها متماثلة وملاحظة لونها.

2 إلقاء حجر نرد منتظم فيه وجهان يحملان الرقم 1 ، ووجهان يحملان الرقم 2 ، ووجهان يحملان الرقم 3 ، وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.

3 سحب كرة من مجموعة كرات زرقاء متماثلة وملاحظة لون الكرة المسحوبة.

4 سحب بطاقة من خمسة بطاقات متماثلة مرقمة من 20 إلى 24 وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.

5 سحب بطاقة من 7 بطاقات متماثلة جميعها مكتوب عليها العدد 5 ، وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.

6 إقامة مباراة كرة قدم بين فريقين أ ، ب وملاحظة النتيجة المرتبطة بالفريق أ .

7 تجربة ولادة طفل وملاحظة نوعه.

4 اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية التالية مبينًا عدد عناصره:

1 تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات.

2 من مجموعة الأعداد {2, 5} كون عددًا مكونًا من رقمين.

3 من مجموعة الأعداد {1, 2, 3} كون عددًا مكونًا من رقمين مختلفين.

4 يقدم أحد المطاعم ثلاثة أنواع من العصير، المانجو (M) والبرتقال (O) والتفاح (A) ، فإذا طلب أسامة وأشرف مشروبين على الترتيب، فما جميع النواتج لاختيارهما؟

5 إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم الظاهر على الوجه العلوى، فاكتب فضاء العينة ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية مبينًا أيًا منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل أو ممكن:

1 الحدث (A) هو حدث ظهور رقم فردى.
2 الحدث (B) هو حدث ظهور رقم أكبر من 2.
3 الحدث (C) هو حدث ظهور رقم فردى أولى.
4 الحدث (D) هو حدث ظهور رقم فردى أكبر من 4.
5 الحدث (E) هو حدث ظهور رقم محصور بين 0 و 7 .
6 الحدث (F) هو حدث ظهور رقم أقل من أو يساوى 3.
7 الحدث (G) هو حدث ظهور رقم مربع كامل.
8 الحدث (H) هو حدث ظهور رقم أكبر من 2 وأصغر من 3.
9 الحدث (I) هو حدث ظهور رقم يقبل القسمة على 5.
10 الحدث (J) هو حدث ظهور رقم يحقق المتباينة: $(3x - 2 < 7)$ «حيث x أحد عناصر فضاء العينة».

6 حقيبة بها 20 بطاقة متماثلة ومرقمة من 1 إلى 20، سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد المسجل على البطاقة المسحوبة، اكتب كلًا من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث ظهور عدد أكبر من 12 .
2 الحدث (B) هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 5.
3 الحدث (C) هو حدث ظهور عدد من مضاعفات العدد 7 .
4 الحدث (D) هو حدث ظهور عدد زوجى يقبل القسمة على 3.
5 الحدث (E) هو حدث ظهور عدد أولى محصور بين 10 و 20 .
6 الحدث (F) هو حدث ظهور عدد لا يقبل القسمة على 10.

7 من مجموعة الأرقام $\{2, 4, 5\}$ كوّن عددًا من رقمين ، اكتب فضاء العينة لهذه التجربة، ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث «رقم العشرات زوجى».
2 الحدث (B) هو حدث «العدد يقبل القسمة على 11».
3 الحدث (C) هو حدث «العدد من مضاعفات الرقم 4 ».
4 الحدث (D) هو حدث «حاصل ضرب الرقمين عدد فردى».

8 من مجموعة الأرقام $\{2, 3, 7, 8\}$ كوّن عددًا من رقمين مختلفين اكتب فضاء العينة لهذه التجربة، ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث «رقم الآحاد فردى».
2 الحدث (B) هو حدث «مجموع الرقمين 10».
3 الحدث (C) هو حدث «ظهور عدد أولى».
4 الحدث (D) هو حدث «ظهور عدد يقبل القسمة على 4».

9 صندوق به 4 كرات حمراء، 2 كرة خضراء، كرة صفراء كلها متماثلة ومتساوية فى الحجم، فإذا سُحبت كرة واحدة عشوائيًا. اكتب فضاء العينة، ثم أوجد كل من الأحداث التالية مبينًا عدد عناصر كل حدث:

1 الحدث (A) هو حدث «سحب كرة خضراء».
2 الحدث (B) هو حدث «سحب كرة خضراء أو حمراء».
3 الحدث (C) هو حدث «سحب كرة زرقاء».
4 الحدث (D) هو حدث «سحب كرة ليست حمراء».

10 في تجربة رمى قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات، اكتب فضاء العينة (S) ثم عبر عن كل من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث «ظهور كتابة فى الرمية الأولى».

2 الحدث (B) هو حدث «ظهور كتابة فى إحدى الرميتين فقط».

3 الحدث (C) هو حدث «ظهور نفس الشىء فى الرميتين».

4 الحدث (D) هو حدث «عدم ظهور صورة».

5 الحدث (E) هو حدث «ظهور شىء مختلف فى الرميتين».

11 إذا أُختيرت أسرة عشوائيًّا من مجموعة الأسر ذات الطفلين فى مدينة ما لتسجيل نوع الطفل (ولد أو بنت) وترتيب ولادته (مع فرض عدم وجود توأم)، اكتب فضاء العينة المناسب لهذه التجربة وكل من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث «اختيار أسرة بها ولد واحد فقط».

2 الحدث (B) هو حدث «اختيار أسرة بها ولد واحد على الأقل».

3 الحدث (C) هو حدث «اختيار أسرة بها بنت واحدة على الأكثر».

4 الحدث (D) هو حدث «اختيار أسرة يكون الطفل الأكبر عُمرًا هو ولد».

12 أُلقيت قطعة نقود منتظمة ثم حجر نرد منتظم، ولوحظ الوجه العلوى لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد، مثّل فضاء العينة باستخدام الشجرة البيانية، ثم أوجد الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث «ظهور كتابة وعدد زوجى».

2 الحدث (B) هو حدث «ظهور صورة وعدد فردى».

13 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، اكتب الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث «ظهور العدد 5 فى الرمية الأولى».

2 الحدث (B) هو حدث «ظهور عددين مجموعهما أكبر من أو يساوى 9».

3 الحدث (C) هو حدث «ظهور عددين مجموعهما 10».

4 الحدث (D) هو حدث «ظهور عددين مجموعهما عدد أولى».

14 لدى أحمد 3 قمصان متماثلة بألوان مختلفة (أحمر، أزرق، أصفر) واثنين من البنطلونات المتماثلة (جينز، قماش)، إذا أراد ارتداء قميص وبنطلون، فكم طريقة مختلفة يمكنه أن يرتدى بها ؟

تحد نفسك

15 عند الاشتراك فى أحد مراكز الشباب لممارسة الأنشطة الرياضية خلال الإجازة الصيفية، كان فضاء العينة = {السباحة، الإسكواش، كرة الطائرة ، التنس، ركوب الدراجات ، كرة القدم}، فإذا كان الحدث (A) هو اختيار أحدى ألعاب الكرة، والحدث (B) هو اختيار أحدى ألعاب المضرب، فاكتب كلًّا من الحدثين (A) ، (B)

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 تجربة اختيار حرف من حروف كلمة «إحصاء» تعتبر ....
(أ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (جـ) حدثًا مستحيلًا (د) حدثًا مؤكدًا

2 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن حدث ظهور عدد أقل من 7 يعتبر حدثًا ....
(أ) مؤكدًا (ب) مستحيلًا (جـ) بسيطًا (د) ممكنًا

3 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {5 ، 4 ، 2}، ما عدد عناصر الحدث الذى يعبر عن أن «العدد الناتج عدد زوجى»؟
(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 6

4 فى تجربة رمى قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات، فإن عدد عناصر الحدث الذى يعبر عن «ظهور صورة فى الرمية الثانية» يساوى ....
(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 4

5 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فأى من الأحداث التالية هو حدث مستحيل؟
(أ) حدث ظهور عدد زوجى أولى. (ب) حدث ظهور عدد فردى.
(جـ) حدث ظهور عدد أكبر من 6. (د) حدث ظهور عدد أكبر من 5.

2 أكمل ما يأتى:

1 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {4, 9}، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوى ....

2 فى تجربة اختيار أحد حروف كلمة «باريس»، فإن مجموعة عناصر فضاء العينة هى ....

3 عدد عناصر فضاء العينة فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين يساوى ....

3 صندوق به 11 بطاقة مرقمة من 5 إلى 15 سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا، اكتب فضاء العينة، ثم أوجد كل من الأحداث الآتية مبينًا أيًا منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل:

1 حدث ظهور بطاقة تحمل عددًا زوجيًا.
2 حدث ظهور بطاقة تحمل عددًا أقل من 16.
3 حدث ظهور بطاقة تحمل عددًا أقل من أو يساوى 7 .
4 حدث ظهور بطاقة تحمل عددًا مربعًا كاملًا.
5 حدث ظهور بطاقة تحمل عددًا زوجيًا يقبل القسمة على 9.

4 من مجموعة الأرقام {3,5,6} كوّن عددًا من رقمين مختلفين اكتب فضاء العينة لهذه التجربة، ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث «رقم الآحاد زوجى».
2 الحدث (B) هو حدث «العدد يقبل القسمة على 5».
3 الحدث (C) هو حدث «مجموع الرقمين عدد فردى».

5 فى تجربة رمى قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات، اكتب فضاء العينة (S) ثم عبر عن كل من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث «ظهور صورة فى الرمية الثانية».
2 الحدث (B) هو حدث «ظهور نفس الشىء مرتين».
3 الحدث (C) هو حدث «عدم ظهور كتابة».



الـدرس 2

ذاكر

الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبى
(Theoretical & Experimental Probability)

نواتج التعلم

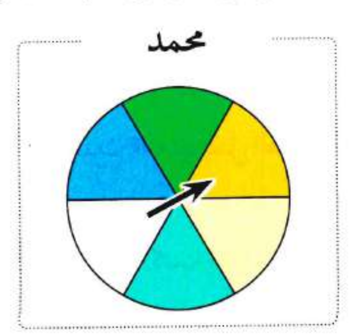
- يتعرف الطالب مفهوم الاحتمال النظرى.
- يتعرف الطالب مفهوم الاحتمال التجريبى.
- يميز الطالب بين الاحتمال التجريبى والاحتمال النظرى.
- يستخدم الطالب قوانين الاحتمال فى حل المسائل.

مفردات أساسية - الاحتمال النظرى (Theoretical Probability) - الاحتمال التجريبى (Experimental probability)

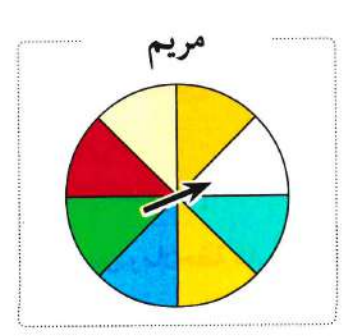
فكر وناقش:

صمم كل من محمد ومريم وماجد قرصًا دوارًا للعب. ولكى يتحقق مبدأ تكافؤ الفرص لجميع القطاعات الدائرية عند دوران المؤشر على القرص يجب أن يكون القرص مقسمًا إلى قطاعات متساوية فى المساحة.

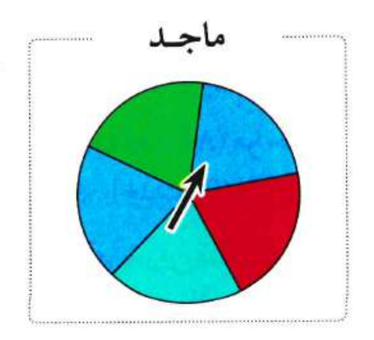
محمد



مريم



ماجد



أى من هذه الأقراص فى رأيك يحقق مبدأ تكافؤ الفرص؟

فى هذا الدرس سوف نتعلم مفهوم الاحتمال، وكيفية إيجاد قيمته، مما سيمكنك من حل هذه المشكلات.

تعلم 1 الاحتمال النظرى:

يعتمد الاحتمال النظرى على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانات.

فمثلًا: عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر تكون فرصة ظهور الصورة (**H**) تساوى فرص ظهور الكتابة (**T**).

الاحتمال النظرى يساوى النسبة بين عدد نواتج الحدث والعدد الكلى للنواتج.

أى أن: احتمال وقوع أى حدث **A** (حيث $A \subset S$) يرمز له بالرمز **P (A)** ويعطى بالعلاقة:

$$P(A) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } A}{\text{العدد الكلى للنواتج}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

مثال 1 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:



1. A حدث «ظهور عدد فردى».
2. B حدث «ظهور عدد أولى زوجى».
3. C حدث ظهور عدد مضاعف للعدد 3
4. D حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 7.
5. E حدث ظهور عدد يحقق المتباينة «$x \geq 1$»
6. F حدث ظهور عدد مكعب كامل.

الحل

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $n(S) = 6$

1. $A = \{1, 3, 5\}$, $n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$

2. $B = \{2\}$, $n(B) = 1$ — $P(B) = \frac{1}{6} = 0.1\overline{6} = 16.\overline{6}\ \% = 16\frac{2}{3}\ \%$

3. $C = \{3, 6\}$, $n(C) = 2$ — $P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.\overline{3} = 33\frac{1}{3}\ \%$

4. $D = \varnothing$, $n(D) = 0$ (لا توجد أعداد فى فضاء العينة تقبل القسمة على 7)

$P(D) = \frac{0}{6} = 0$

5. $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$ — $P(E) = \frac{6}{6} = 1 = 100\%$

6. $F = \{1\}$, $n(F) = 1$ — $P(F) = \frac{1}{6}$

نقاط هامة

- يمكن كتابة الاحتمال على صورة كسر اعتيادى أو كسر عشرى أو نسبة مئوية.
- احتمال الحدث المستحيل يساوى صفرًا ويُكتب: $P(\varnothing) = 0$
- احتمال الحدث المؤكد يساوى 1 ويُكتب: $P(S) = 1$
- احتمال الحدث الممكن يقع بين الصفر والواحد الصحيح، كما هو موضح فيما يلى:





مثال 2

سلة تحتوى على 5 تفاحات حمراء، 3 تفاحات صفراء، 2 تفاحة خضراء جميعها متماثلة، فإذا اختيرت إحدى التفاحات عشوائيًا **فأوجد احتمال أن تكون التفاحة:**



1 حمراء. 2 صفراء 3 خضراء

4 ليست حمراء 5 سوداء 6 حمراء أو خضراء

الحل

نفرض أن (حدث سحب تفاحة حمراء = R) ، (حدث سحب تفاحة صفراء = y) ، (حدث سحب تفاحة سوداء = B)
(حدث سحب تفاحة خضراء = G)

$$n(S) = 5 + 3 + 2 = 10$$

1 $P(R) = \frac{n(R)}{n(S)} = \frac{5}{10} = 0.5$

2 $P(y) = \frac{n(y)}{n(S)} = \frac{3}{10} = 0.3$

3 $P(G) = \frac{n(G)}{n(S)} = \frac{2}{10} = 0.2$

4 $P(\text{ليست } R) = P(y \text{ أو } G) = \frac{3+2}{10} = \frac{5}{10} = 0.5$

5 $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{10} = 0$

6 $P(R \text{ أو } G) = \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$

مثال 3

صندوق يحتوى على 8 كرات حمراء، 5 كرات بيضاء، 3 كرات خضراء، 4 كرات زرقاء جميعها متماثلة، عند سحب كرة عشوائيًا من الصندوق وملاحظة لونها، **فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:**



1 حمراء. 2 سوداء 3 ليست بيضاء 4 زرقاء أو خضراء



الحل

نفرض أن (حمراء = R) ، (سوداء = K) ، (بيضاء = W) ، (زرقاء = B) ، (خضراء = G)

$$n(S) = 8 + 5 + 3 + 4 = 20$$

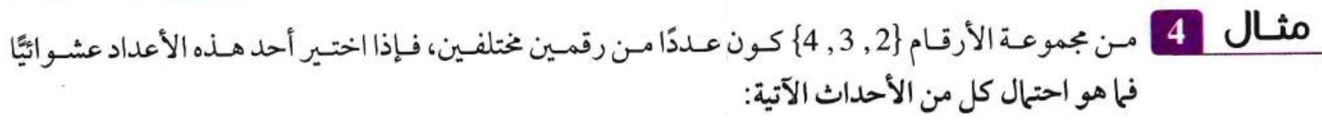
1 $P(R) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0.4$

2 $P(k) = \frac{0}{20} = 0$

3 $P(\text{ليست } W) = \frac{8+3+4}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0.75$

4 $P(B \text{ أو } G) = \frac{4+3}{20} = \frac{7}{20} = 0.35$

مثال 4



من مجموعة الأرقام {2 , 3 , 4} كون عددًا من رقمين مختلفين، فإذا اختير أحد هذه الأعداد عشوائيًا **فما هو احتمال كل من الأحداث الآتية:**

1 A حدث أن يكون رقم الآحاد فرديًا.

2 B حدث أن يكون رقم العشرات أوليًا.



الحل

العشرات	الآحاد
2	3 ، 4
3	2 ، 4
4	2 ، 3

$S = \{32, 42, 23, 43, 24, 34\}$ ، $n(S) = 6$

1 $A = \{23, 43\}$ ، $n(A) = 2$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.\overline{3}$



2 $B = \{32, 23, 24, 34\}$ ، $n(B) = 4$



$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.\overline{6}$

س؟ سؤال 1

❶ سحبت كرة عشوائيًا من صندوق به 3 كرات بيضاء، 4 كرات حمراء، 5 كرات سوداء جميعها متماثلة؛ **فأوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:**

(ا) بيضاء. (ب) صفراء. (جـ) حمراء. (د) ليست سوداء. (هـ) سوداء أو حمراء.

❷ فى رحلة دراسية كان بها عدد من الطلبة منهم 22 ولدًا و18 بنتًا، وإذا تم اختيار طالب عشوائى من القائمة؛ **فاحسب احتمال أن يكون الطالب ولدًا.**

نقاط هامة

- مجموع احتمالات جميع الأحداث البسيطة (أو الأولية) لأى تجربة عشوائية يساوى الواحد الصحيح .

فمثلًا: فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة:

$\because P(\{H\}) = \frac{1}{2} \;,\; P(\{T\}) = \frac{1}{2}$

$\therefore P(\{H\}) + P(\{T\}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

- لأى حدث A يكون:

$P(A) + P(\text{ليس } A) = 1$

مثال 5 تشير توقعات الطقس فى أحد الأيام إلى احتمال نزول أمطار بنسبة 40%

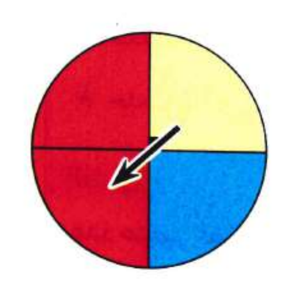
أوجد احتمال عدم نزول الأمطار فى ذلك اليوم.

الحل

$\because P(\text{نزول الأمطار}) = 40\% = 0.4$

$\therefore P(\text{عدم نزول الأمطار}) = 1 - 0.4 = 0.6 = 60\%$

مثال 6 لدى سمير لعبة الدوارة مقسمة إلى أجزاء متساوية كما بالشكل المقابل:



أكمل الجدول التالى للحصول على احتمال كل لون.

أزرق	أصفر	أحمر	**اللون**
....	....	....	**الاحتمال**

الحل



نلاحظ من الشكل أن اللون الأحمر يمثل نصف الدوراة **أى أن:**

$P(\text{أحمر}) = \frac{1}{2}$

واللون الأصفر يُمثل رُبع الدوارة **أى أن:**

$P(\text{أصفر}) = \frac{1}{4}$

واللون الأزرق يُمثل رُبع الدوارة **أى أن:**

$P(\text{أزرق}) = \frac{1}{4}$

وبناءً على ما سبق يتم إكمال الجدول.

لاحظ أن

$P(\text{أحمر}) + P(\text{أصفر}) + P(\text{أزرق}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$



سؤال 2

باستخدام لعبة الدوارة المقابلة مقسمة إلى أجزاء متساوية أعط احتمالًا لكل لون؛ ثم أكمل الجدول التالى:

أصفر	أخضر	أزرق	أحمر	**اللون**
....	....	....	....	**الاحتمال**

مثـال 7

سحبت كرة عشوائيًّا من كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها 5 كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر، **فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{2}{3}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.**

الحـل

نفرض أن (حدث سحب كرة بيضاء = W) ، (حدث سحب كرة حمراء = R)

$\therefore P(W) + P(R) = 1$

$\therefore P(W) + \frac{2}{3} = 1$

$\therefore P(W) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$\therefore P(W) = \frac{n(W)}{n(S)}$

$\therefore \frac{1}{3} = \frac{5}{n(S)}$

$\therefore n(S) = \frac{3 \times 5}{1} = 15$

أى أن العدد الكلى للكرات هو **15 كرة.**

مثـال 8

يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل درجات الحرارة المسجلة فـى إحـدى المـدن خلال 3 أسابيع، فإذا اختيرت درجـة حرارة فى أحد الأيام عشوائيًّا؛ **فأوجد احتمال اختيار درجة حرارة.**

الساق	الأوراق
1	7 8 9
2	1 4 5 5 5 6 8 9
3	2 3 3 4 8
4	0 1 1 2 3

المفتاح 1|4 يعنى 41

1 حدث A أقل من 30 درجة.
2 حدث B أكثر 39 درجة.
3 حدث C أقل من 34 درجة وأكثر من 25 درجة.

الحـل

عدد عناصر فضاء العينة هو: $n(S) = 21$

1 درجات الحرارة الأقل من 30 درجة هى 29 , 28 , 26 , 25 , 25 , 25 , 24 , 21 , 19 , 18 , 17 وعددها (11)

$P(A) = \frac{11}{21}$

2 درجات الحرارة الأكثر من 39 درجة هى 43 , 42 , 41 , 41 , 40 وعددها (5)

$P(B) = \frac{5}{21}$

3 درجات الحرارة الأقل من 34 درجة وأكثر من 25 درجة هى 33 , 33 , 32 , 29 , 28 , 26 وعددها (6)

$P(C) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

سؤال 3

1 سحبت كرة عشوائيًّا من صندوق به 15 كرة بيضاء، x من الكرات حمراء، فإذا علم أن لكل كرة بالصندوق نفس فرصة السحب واحتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء يساوى 0.4 ؛ **فأوجد قيمة x**

2 يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل درجات 27 طالبًا فى مادة الرياضيات خلال اختبارات أحد الشهور؛

أوجد احتمال اختيار درجة فى كل مما يلى:

(أ) A أقل من 71
(ب) B أكثر من 85
(جـ) C أكثر من 64 وأقل من 71

الساق	الأوراق
6	1 4 5 6 8 8 9
7	0 0 1 1 1 6 7 8
8	0 1 2 2 3 4 5
9	0 1 3 4 6

المفتاح 1|6 يعنى 61 درجة

مثـال 9 عند إلقاء قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية وملاحظة تتابع الصور والكتابات؛

أوجد احتمال كل من الأحداث التالية.

1 A حدث «الحصول على كتابة فى الرمية الثانية».

2 B حدث «الحصول على صورتين بالضبط».

3 C حدث «الحصول على نفس الشىء فى الرميات الثلاثة».

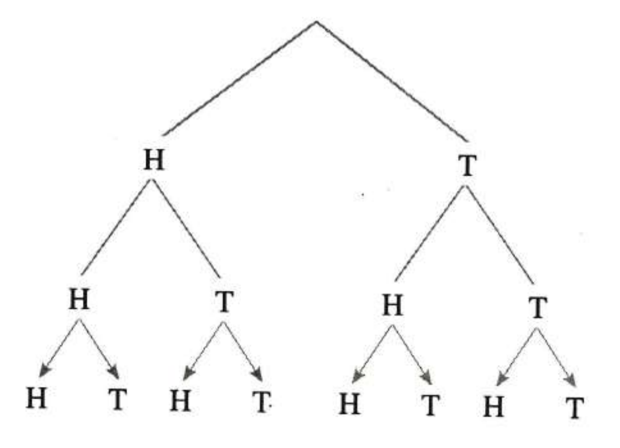
4 D حدث «الحصول على صورة واحدة على الأقل»

5 E حدث «الحصول على كتابة واحدة على الأكثر».



الحـل





جميع النواتج التى تظهر عددها 8 وهى:

$S = \{(H,H,H),(H,H,T),(H,T,H),(H,T,T),(T,H,H),(T,H,T),(T,T,H),(T,T,T)\}$

1

$A = \{(H,T,H),(H,T,T),(T,T,H),(T,T,T)\}$

$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

2

$B = \{(H,H,T),(H,T,H),(T,H,H)\}$

$P(B) = \frac{3}{8}$

3

$C = \{(H,H,H),(T,T,T)\}$

$P(C) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

4 حدث الحصول على صورة واحدة على الأقل يعنى إما ظهور صورة واحدة أو صورتين أو ثلاث صور، فتكون النواتج هى:

$D = \{(H,H,H),(H,H,T),(H,T,H),(H,T,T),(T,H,H),(T,H,T),(T,T,H)\}$

$P(D) = \frac{7}{8}$

5 حدث الحصول على كتابة واحدة على الأكثر يعنى إما ظهور كتابة واحدة فقط أو عدم ظهور كتابة، فتكون النواتج هى:

$E = \{(H,H,H),(H,H,T),(H,T,H),(T,H,H)\}$

$P(E) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

س؟ سؤال 4

عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات؛ أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 A حدث «الحصول على كتابتين».

2 B حدث «الحصول على كتابة واحدة على الأقل».

3 C حدث «الحصول على نفس الشىء فى الرميتين».

4 D حدث «الحصول على كتابة واحدة على الأكثر».

تعلم 2 الاحتمال التجريبى:

يتم حساب احتمالية وقوع حدث ما من خلال إجراء التجربة عمليًّا، ثم تكرار التجربة عدة مرات وملاحظة عدد مرات حدوث الحدث. فعند قسمة هذا العدد على العدد الإجمالى للمحاولات نحصل على الاحتمال التجريبى.

أى أن: **الاحتمال التجريبى لحدث ما = $\frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}}$**

مثال 10

ألقيت قطعة نقود منتظمة 20 مرة، وكان عدد مرات ظهور الصورة 11 منها؛ **أوجد الاحتمال التجريبى لظهور:**

1 الصورة (H). 2 الكتابة (T).

الحل

1 عدد مرات ظهور الصورة (H) هو 11 مرة

$P(H) = \frac{11}{20} = 0.55 = 55\%$

2 عدد مرات ظهور الكتابة (T) هو 9 مرات (لأن $9 = 11 - 20$)

$P(T) = \frac{9}{20} = 0.45 = 45\%$

لاحظ أن

- كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة اقتربت قيمة الاحتمال التجريبى من قيمة الاحتمال النظرى.

فمثلًا: فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة نجد أن قيمة الاحتمال النظرى لظهور كتابة هو ($\frac{1}{2} = 50\%$)

بينما فى المثال السابق الاحتمال التجريبى لظهور كتابة هو 45%

مثال 11

مدرسة بها 300 طالب فى الصف الأول الإعدادى، فإذا كان احتمال النجاح فى مادة الرياضيات 0.8 **فأوجد العدد المتوقع للطلاب الناجحين فى هذه المادة.**

الحل

العدد المتوقع للطلاب الناجحين فى مادة الرياضيات = احتمال الطلاب الناجحين فى مادة الرياضيات × العدد الكلى

$0.8 \times 300 = \frac{8}{10} \times 300 = 240$ طالبًا

لاحظ أن

العدد المتوقع لوقوع حدث معين = احتمال وقوع الحدث × العدد الكلى لفضاء العينة.

سؤال 5

1 نجح أحمد فى تسجيل 65 رمية حرة من أصل 150 محاولة. **احسب الاحتمال التجريبى لتسجيل الرمية الحرة التالية.**

2 ألقى دبوس رسم 200 مرة من ارتفاع مناسب، وكان عدد مرات وقوع الدبوس على رأسه 80 مرة.

أوجد الاحتمال التجريبى لوقوع الدبوس على:

(أ) رأسه. (ب) قاعدته.

3 إذا كان احتمال إصابة شخص بمرض فى إحدى المدن التى عدد سكانها 30,000 نسمة هو 0.06، **فأوجد العدد المتوقع للإصابة بهذا المرض؟**

مثال 12 علبة بها 4 أقلام جاف: قلم جاف أزرق، وقلم جاف أحمر، وقلم جاف أسود، وقلم جاف أخضر، جميعها متماثلة، وقامت مجموعة من الأشخاص بسحب قلم عشوائى من هذه العلبة، **فكانت النتائج كما بالجدول الموضح:**

قلم جاف	النسب المئوية للاختيار
أزرق	20%
أحمر	32%
أسود	18%
أخضر	30%

1 أوجد الاحتمال التجريبى عند سحب قلم جاف غير أحمر.

2 أوجد الاحتمال النظرى عند سحب قلم جاف أسود.

3 إذا قام 400 شخص بسحب قلم عشوائى من هذه العلبة، فأوجد عدد الأشخاص المتوقع أن يقوموا بسحب قلم جاف أخضر مستخدمًا كلًّا من الاحتمالين:

(أ) التجريبى. (ب) النظرى.

4 إذا قام 160 شخصًا بسحب قلم جاف أحمر **فأوجد العدد الإجمالى للأشخاص الذين شملهم الاستطلاع الممثل بالجدول الموضح.**

الحل

1 الاحتمال التجريبى: عند سحب قلم جاف غير أحمر ينتج من الجدول كالتالى:

$100\% - 32\% = 68\%$

2 الاحتمال النظرى: عند سحب قلم جاف أسود = $\frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{العدد الكلى للنواتج}}$

P (سحب قلم جاف أسود) $= \frac{1}{4} = 25\%$

3 (أ) الاحتمال التجريبى لسحب قلم جاف أخضر من الجدول = 30%

∴ عدد الأشخاص المتوقع أن يقوموا بسحب قلم جاف أخضر = 120 شخصًا.

(لأن: $400 \times \frac{30}{100} = 120$)

(ب) الاحتمال النظرى لسحب قلم جاف أخضر = $\frac{1}{4} = 25\%$

∴ عدد الأشخاص المتوقع أن يقوموا بسحب قلم جاف أخضر = 100 شخص.

(لأن: $400 \times \frac{25}{100} = 100$)

4 نفرض أن عدد الأشخاص الذين شملهم الاستطلاع الممثل بالجدول = x

$\frac{32}{100} = \frac{160}{x}$

$\therefore x = \frac{160 \times 100}{32} = 500$

عدد الأشخاص الذين شملهم الاستطلاع = 500 شخص.

سؤال 6

❶ تم اختيار عدد عشوائى محصور بين الرقمين 1 ، 10 وأجريت التجربة 50 مرة، فسجلت ظهور عدد فردى 20 مرة. **ما الاحتمال التجريبى لظهور عدد زوجى؟ وما الاحتمال النظرى لظهور رقم أقل من 5 ؟**

❷ **ألقى طالب حجر نرد منتظمًا 100 مرة وسجل النتائج كما بالجدول:**

العدد	عدد مرات الظهور
1	15
2	18
3	17
4	16
5	19
6	15

(أ) أوجد الاحتمال التجريبى لظهور عدد فردى.

(ب) أوجد الاحتمال التجريبى لعدم ظهور العدد 6.

(جـ) أوجد الاحتمال النظرى لعدم ظهور العدد 6.

(د) إذا ألقى الطالب حجر النرد 200 مرة أخرى، فكم مرة يتوقع أن يظهر العدد 3 من خلال الجدول المقابل؟



الـدرس 2

تذكر فهم تطبيق تحليل

مجاب عنه

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 احتمال وقوع الحدث A يساوى ....

(أ) $\frac{\text{عدد نواتج الحدث A}}{\text{العدد الكلى للنواتج}}$ (ب) $\frac{\text{عدد الكلى للنواتج}}{\text{عدد نواتج الحدث A}}$ (جـ) عدد نواتج الحدث A (د) لا شىء مما سبق

2 احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوى ....

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) -1 (د) 0.5

3 احتمال وقوع الحدث المستحيل يساوى ....

(أ) -1 (ب) 1 (جـ) 0 (د) 0.5

4 يمكن كتابة الاحتمال على صورة ....

(أ) كسر اعتيادى فقط (ب) كسر عشرى فقط (جـ) نسبة مئوية فقط (د) جميع ما سبق

5 فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور الصورة يساوى ....

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) $\frac{1}{3}$ (د) 0.5

6 .... = P (S) [حيث S فضاء العينة للتجربة العشوائية].

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 0.5 (د) -1

7 أى مما يلى يصلح أن يكون احتمالًا لحدث ما؟

(أ) -0.2 (ب) 1.2 (جـ) 80% (د) -1

8 أى مما يلى يصلح أن يكون احتمالًا لحدث ما؟

(أ) 1.4 (ب) -1.4 (جـ) 120% (د) $\frac{4}{5}$

9 أى مما يلى لا يصلح أن يكون احتمالًا لحدث ما؟

(أ) $\frac{5}{4}$ (ب) 0.24 (جـ) 35% (د) $\frac{1}{3}$

10 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أكبر من 6 يساوى ....

(أ) 0 (ب) $\frac{1}{6}$ (جـ) 1 (د) 0.6

11 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 2؟

(أ) 0 (ب) $33\frac{1}{3}\%$ (جـ) 50% (د) 75%

12 إذا كنت تفكر فى شراء قلم واحد من مجموعة أقلام متماثلة تحتوى على 5 أقلام حمراء، قلمان لونهما أزرق، و3 أقلام سوداء، إذا اخترت قلمًا عشوائيًا، **فما احتمال أن يكون القلم أزرق؟**

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{5}$ (جـ) $\frac{2}{15}$ (د) $\frac{1}{15}$

13 إذا كان A حدثًا من تجربة عشوائية ذات فرص متساوية فى الظهور، وكان احتمال الحدث A يساوى 40% وعدد عناصر فضاء العينة 15 عنصرًا، **فما عدد عناصر الحدث A؟**

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 10

14 مجموع احتمالات جميع الأحداث الأولية لتجربة عشوائية يساوى ....

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 0.5 (د) 2

15 .... = $P(A) + P($ليس $A)$

(أ) 0 (ب) -1 (جـ) 1 (د) 0.5

16 إذا كان $P(A) = 0.6$ فإن: .... = $P($ليس $A)$

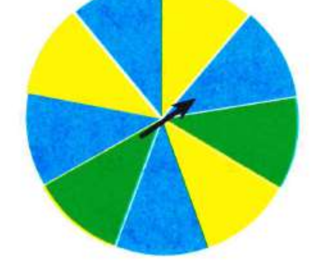
(أ) 0 (ب) 0.6 (جـ) 0.4 (د) 1

17 عند رمى حجر نرد منتظم 10 مرات متتالية، فإذا ظهر العدد 4 مرتين على الوجه العلوى للنرد،

فما الاحتمال التجريبى لعدم ظهور العدد 4؟

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{2}{10}$ (جـ) $\frac{5}{6}$ (د) $\frac{8}{10}$

18 لدى حمزة دوارة مقسمة إلى 9 أقسام متساوية كما هو موضح بالشكل المقابل،



عندما تدور وتتوقف يقع رأس السهم بشكل عشوائى على أحد الأقسام،

فما احتمال أن يقع رأس السهم على اللون الأزرق أو الأصفر؟

(أ) $\frac{2}{9}$ (ب) $\frac{4}{9}$

(جـ) $\frac{7}{9}$ (د) $\frac{8}{9}$

19 إذا ألقيت قطعة نقود 100 مرة، فظهرت الصورة فى 31 مرة منها، فإن الاحتمال التجريبى لظهور الصورة يساوى ....

(أ) 31 (ب) 69 (جـ) 0.31 (د) 0.69

20 إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة 50 مرة، فظهرت الصورة فى 23 مرة منها، فإن الاحتمال التجريبى لظهور الكتابة يساوى ....

(أ) 27 (ب) 0.27 (جـ) 0.54 (د) 0.46

2 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، **أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:**

1 A حدث ظهور عدد فردى.

2 B حدث ظهور عدد أكبر من 4.

3 C حدث ظهور أحد عوامل العدد 6.

4 D حدث ظهور عدد أقل من 7.

5 E حدث ظهور عدد يحقق المتباينة $x \geq 2$

6 F حدث ظهور عدد يحقق المعادلة $x - 2 = 1$

3 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، **أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:**

1 A حدث ظهور عدد زوجى.

2 B حدث ظهور عدد أولى.

3 C حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 5.

4 D حدث ظهور عدد أكبر من 1.

5 E حدث ظهور عدد يحقق المتباينة $x < 5$

6 F حدث ظهور عدد يحقق المعادلة $x - 4 = 3$

4 كيس به 7 كرات حمراء (R)، 3 كرات بيضاء (W)، 5 كرات سوداء (B)، جميعها متماثلة، إذا سحبت كرة عشوائيًا من الكيس وملاحظة لونها، **فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة؟**

1 حمراء **2** بيضاء **3** سوداء

4 خضراء **5** ليست حمراء **6** حمراء أو بيضاء

7 حمراء أو بيضاء أو سوداء **8** صفراء

---

5 فصل دراسى به 15 طالبًا، منهم 4 من ذوى الشعر الأسود، 5 من ذوى الشعر البنى، 6 من ذوى الشعر الأصفر، إذا اختير طالب عشوائيًا من قائمة الأسماء، **فأوجد احتمال أن يكون الطالب:**

1 شعره أسود. **2** شعره ليس بنيًا. **3** شعره أصفر أو بنى.

---

6 إذا سحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 1 إلى 20، **فأوجد احتمال أن تحمل البطاقة عددًا:**

1 فرديًا **2** أوليًا

3 يقبل القسمة على 5 **4** يقبل القسمة على 3

---

7 إذا سحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 20 إلى 29 ، **فأوجد احتمال أن تحمل البطاقة عددًا:**

1 أكبر من 25 **2** أقل من 20 **3** أوليًا **4** زوجيًا

---

8 تعرض السينما مجموعة من الأفلام كالتالى: 3 أفلام كوميدية، 2 فيلم كارتون، 1 فيلم رعب، 4 أفلام اجتماعية، إذا اخترت فيلمًا عشوائيًا **فما احتمال أن يكون الفيلم..؟**

1 اجتماعيًا **2** رعبًا **3** كوميديًا أو اجتماعيًا **4** ليس كوميديًا

---

9 تقدم إحدى شركات السياحة عروضًا سياحية تشمل 3 عروض للإقامة بشرم الشيخ، 5 عروض للإقامة بالغردقة، 4 عروض للإقامة بالعين السخنة، اختارت أسرة عرضًا من هذه العروض، **فما احتمال أن يكون العرض المختار للإقامة فى..؟**

1 «A» شرم الشيخ **2** «B» الغردقة **3** «C» العين السخنة **4** «D» الإسكندرية

---

10 لدى سمير لعبة دوارة مقسمة إلى 8 أقسام متساوية، كما هو موضح بالشكل، عندما تدور وتتوقف يقع رأس السهم بشكل عشوائى على أحد الأرقام،

أوجد احتمال أن يقع رأس السهم على الرقم:

1 2 **2** 5 **3** 9

4 0 **5** 7

2 9 5 8 2 2 9 0

---

11 إذا اخترت عشوائيًا عددًا واحدًا من مجموعة الأعداد: {13 , 17 , 19 , 23 , 29 , 31} **فأوجد احتمال أن يكون مجموع رقمى العدد المختار عددًا زوجيًا.**

12 فى أحد بيوت الشباب، يوجد 10 طلاب من محافظة الإسكندرية، 14 طالبًا من محافظة المنيا، 16 طالبًا من محافظة بورسعيد، إذا اختير أحد الشباب عشوائيًا، **فما احتمال أن يكون الطالب المختار من محافظة..؟**

1 المنيا 2 بورسعيد 3 الجيزة 4 المنيا أو الإسكندرية

13 فى مكتبتك الشخصية لديك 12 رواية، 8 كتب تاريخية، 10 كتب علمية، إذا اخترت كتابًا عشوائيًا، **فما هو احتمال أن تختار رواية؟**

14 ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين مع ملاحظة تتابع الصور والكتابات.

أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 A «حدث الحصول على كتابتين». 2 B «حدث الحصول على كتابة واحدة على الأقل».

3 C «حدث الحصول على كتابة واحدة على الأكثر». 4 D «حدث الحصول على نفس الشىء فى الرميتين».

5 E «حدث الحصول على صورة فى الرمية الثانية».

15 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {8 , 9 , 2} **ما احتمال كل من الأحداث الآتية..؟**

1 A حدث أن يكون مجموع الرقمين 10. 2 B حدث أن يكون مجموع الرقمين عددًا فرديًا.

3 C حدث أن يكون رقم العشرات = رقم الآحاد.

16 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {7 , 5 , 4} ، **ما احتمال كل من الأحداث الآتية..؟**

1 A حدث أن يكون مجموع الرقمين 9. 2 B حدث أن يكون رقم العشرات فرديًا.

3 C حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين 35. 4 D حدث أن يكون رقم العشرات = رقم الآحاد.

17 من مجموعة الأرقام {7 , 5 , 3 , 2} ، كُون عددًا مكون من رقمين مختلفين، فإذا اختير أحد هذه الأعداد عشوائيًا،

فأوجد احتمال أن يكون:

1 رقم عشرات العدد أكبر من رقم الآحاد 2 العدد أوليًا.

3 العدد مكونًا من رقمين أحدهما زوجى.

18 إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة 50 مرة فظهرت الصورة فى 13 مرة منها، **فأوجد الاحتمال التجريبى لظهور:**

1 الصورة 2 الكتابة

19 قُسم قرص دائرى إلى عدة قطاعات ملونة ومتساوية فى المساحة،

فإذا أدير القرص 40 مرة وكان الجدول المقابل يوضح عدد المرات التى يتوقف عندها المؤشر عند كل لون، **فأوجد:**

1 الاحتمال التجريبى لوقوف المؤشر عند اللون الأصفر.

2 الاحتمال النظرى لوقوف المؤشر على اللون الأصفر. وإذا زاد عدد مرات تدوير القرص إلى 400 مرة، فماذا تتوقع عن فرص وقوف المؤشر على اللون الأصفر؟

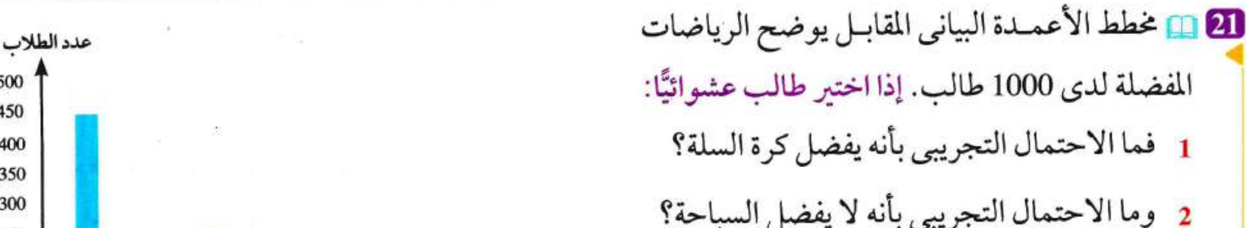
اللون	عدد المرات
أحمر	15
أزرق	3
أصفر	12
أخضر	4
بنفسجى	6

20 في تجربة اختبار لاعبين لضم أحدهم للعبة كرة السلة بأحد الأندية، قام اللاعب الأول برمى الكرة 15 مرة فسجل منها 6 رميات، وقام الثانى برمى الكرة 20 مرة فسجل منها 9 رميات.

حدد: أى من اللاعبين يختاره المدرب بالفريق، ولماذا؟

---

21 مخطط الأعمدة البيانى المقابل يوضح الرياضات المفضلة لدى 1000 طالب. **إذا اختير طالب عشوائيًا:**



1 فما الاحتمال التجريبى بأنه يفضل كرة السلة؟

2 وما الاحتمال التجريبى بأنه لا يفضل السباحة؟

3 وما الاحتمال التجريبى بأنه يفضل كرة القدم؟

(**إرشاد**: التجربة هى تكرار سؤال 1000 طالب عن نوع الرياضات التى يفضلونها من الأربع رياضات المعطاة)

---

22 يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل عدد الساعات التى يقضيها 30 طالبًا فى استذكار دروسهم أسبوعيًا. فإذا اختير منهم طالب عشوائيًا:

الساق	الأوراق
0	1 4 5 6 8 8 9
1	0 0 1 1 1 6 7 8
2	0 1 2 2 3 4 5 5
3	0 1 3 4 5 6 6

المفتاح | 6 | 1 يعنى 16

1 **أوجد** احتمال أن الطالب المختار يقضى أكثر من 32 ساعة فى المذاكرة.

2 **أوجد** احتمال أن الطالب المختار يقضى أقل من 27 ساعة فى المذاكرة.

3 **أوجد** احتمال أن الطالب المختار يقضى أكثر من 16 ساعة وأقل من 40 ساعة فى المذاكرة.

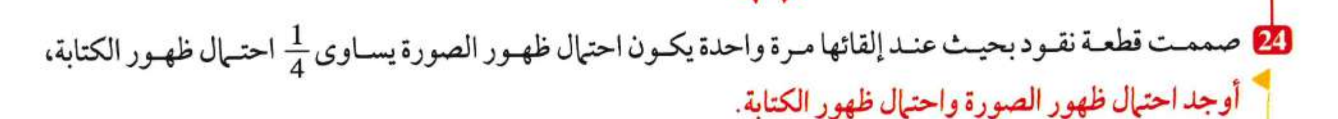
---

23 ألقى حجر نرد 100 مرة، ويمثل الجدول التالى الأرقام الستة ومرات ظهور كل رقم منها:

الرقم	1	2	3	4	5	6
مرات الظهور	15	16	19	18	16	16

احسب الاحتمال التجريبى لكل من الأحداث التالية:

(أ) حدث ظهور الرقم 3 (ب) حدث ظهور الرقم 5 (جـ) حدث ظهور عدد زوجى



24 صممت قطعة نقود بحيث عند إلقائها مرة واحدة يكون احتمال ظهور الصورة يساوى $\frac{1}{4}$ احتمال ظهور الكتابة، **أوجد احتمال ظهور الصورة واحتمال ظهور الكتابة.**

---

25 إذا سحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 1 إلى 100، **فأوجد احتمال أن تحمل البطاقة:**

1 عددًا يقبل القسمة على 7. 2 عددًا أوليًا.

3 عددًا مربعًا كاملًا. 4 عددًا مكعبًا كاملًا ويقبل القسمة على 3.

مجاب عنه

أولًا قياس المفاهيم:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 الحدث .... فضاء العينة.

(أ) ينتمى إلى (ب) لا ينتمى إلى (جـ) مجموعة جزئية من (د) ليس مجموعة جزئية من

2 الحدث الأولى (البسيط) هو مجموعة جزئية من فضاء العينة تشتمل على ....

(أ) عنصر واحد (ب) عنصرين على الأقل

(جـ) 3 عناصر فقط (د) كل عناصر فضاء العينة

3 احتمال وقوع الحدث المؤكد .... احتمال وقوع الحدث المستحيل.

(أ) $=$ (ب) $<$ (جـ) $>$ (د) $\geq$

4 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال الحصول على العدد 5 يساوى ....

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{5}{6}$ (جـ) 0.5 (د) $\frac{1}{5}$

5 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال الحصول على الحدث {3 , 1} يساوى ....

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{1}{6}$ (د) 0

6 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال الحصول على عدد زوجى يساوى ....

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{2}{6}$ (جـ) $\frac{1}{3}$ (د) 50%

7 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال ظهور عدد أقل من 5 يساوى ....

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $66\frac{2}{3}\%$ (د) $\frac{1}{6}$

8 فى تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوى، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوى ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 8

9 فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، وملاحظة الوجه العلوى، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوى ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 8 (د) 16

10 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوى ....

(أ) 6 (ب) 12 (جـ) 24 (د) 36

11 صندوق به 35 كرة متماثلة منها 7 كرات بيضاء والباقى أحمر اللون وأسود اللون، فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست بيضاء يساوى ....

(أ) $\frac{1}{35}$ (ب) $\frac{1}{5}$ (جـ) $\frac{4}{5}$ (د) $\frac{34}{35}$

12 إذا سـحبت بطاقـة مـن مجموعـة بطاقـات متماثلة مكتـوب على كل بطاقـة منها حـرف من حروف كلمـة (مصر)، فإن احتـمال أن يكون هذا الحـرف (مـ) يسـاوى ....

(أ) 1 (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) 0 (د) 0.1

13 إذا سـحبت بطاقـة مـن مجموعة بطاقـات متماثلة مكتوب عـلى كل بطاقة منها حـرف من حروف كلمـة (برقوق)، فـإن احتمال أن يكـون هذا الحرف (ق) يسـاوى ....

(أ) 5 (ب) 0.5 (جـ) $\frac{2}{5}$ (د) $\frac{1}{5}$

14 إذا سـحبت بطاقـة مـن مجموعـة بطاقـات مكتـوب عليها رقم مـن أرقـام العـدد (203478)، فـإن احتمال أن يكـون هذا الرقـم (6) يسـاوى ....

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) 0 (د) $\frac{2}{3}$

2 أكمل ما يأتى:

1 تجربة سحب كارت يحمل الحرف S من مجموعة كروت متماثلة تحتوى جميعها على الحرف S هى تجربة ....

2 الحدث البسيط هو مجموعة جزئية من فضاء العينة تحتوى على ....

3 الحدث المؤكد هو حدث .... عند إجراء التجربة العشوائية.

4 الحدث المستحيل هو حدث .... عند إجراء التجربة العشوائية.

5 فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة هو ....

6 فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة هو ....

7 فضاء العينة لتوقع نتيجة مباراة كرة قدم بين فريقين هو ....

8 أسرة لديها طفل، فإن فضاء العينة المرتبط بنوع الطفل هو ....

9 أسرة لديها طفلان، فإن فضاء العينة المرتبط بنوع الطفل هو ....

10 أسرة لديها 3 أطفال، فإن عدد عناصر فضاء العينة المرتبط بنوع الطفل هو ....

11 عدد عناصر فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين هو ....

12 احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوى ....

13 احتمال وقوع الحدث المستحيل يساوى ....

14 فى تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة، فإن احتمال ظهور كتابة يساوى ....

15 فى التجربة العشوائية يكون: $\frac{\text{عدد نواتج الحدث A}}{\text{العدد الكلى للنواتج}}$ = ...

16 عند رمى حجر نرد منتظم 40 مرة متتالية، فإذا ظهر العدد 3 سبع مرات على الوجه العلوى للنرد، فإن الاحتمال التجريبى لظهور العدد 3 يساوى ....

17 عند سحب بطاقة من مجموعة من البطاقات المتماثلة والمرقمة من 1 إلى 30 فإن حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 4 على البطاقة المسحوبة هو ....

18 عند سحب بطاقة من بين مجموعة البطاقات المتماثلة والمرقمة من 25 إلى 34، فإن حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 3 على البطاقة المسحوبة هو .... ، واحتماله هو ....

19 صُمم مكعب بحيث يحمل كل وجهين متقابلين فيه أحد الأرقام التالية 2 ، 4 ، 6 ألقى المكعب مرة واحدة، ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى، فإن احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوى أوليًّا هو ....

20 فصل دراسى يحتوى على 50 طالبًا، حضر منهم 45 طالبًا، فإذا تم اختيار طالب من القائمة عشوائيًّا، فإن احتمال أن يكون الطالب غائبًا يساوى ....

21 صندوق يحتوى على 48 برتقالة منها 6 برتقالات تالفة، فإذا سُحبت من الصندوق برتقالة عشوائيًّا فإن احتمال أن تكون هذه البرتقالة غير تالفة يساوى............

22 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى، فإن حدث أن يكون مجموع العددين 5 هو ....

23 كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة اقتربت قيمة الاحتمال التجريبى من قيمة الاحتمال ....

ثانيًا تطبيق المفاهيم العلمية:

3 سحبت بطاقة عشوائيًّا من مجموعة بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 8، **احسب احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة:**

1 «A» عددًا فرديًّا.
2 «B» عددًا أكبر من أو يساوى 6
3 «C» عددًا يقبل القسمة على 3
4 «D» عددًا مربعًا كاملًا.
5 «E» عددًا يحقق المتباينة $x \leq 8$
6 «F» عددًا يحقق المتباينة $x > 1$
7 «G» عددًا يحقق المتباينة $x < 4$
8 «H» عددًا يحقق المتباينة $x < 1$

---

4 مجموعة مكونة من 40 تلميذًا نجح منهم 35 تلميذًا فى الرياضيات، 30 تلميذًا فى العلوم، اختير تلميذ عشوائيًّا.

أوجد احتمال وقوع كل من الأحداث التالية:

1 «A» حدث أن يكون التلميذ المختار ناجحًا فى الرياضيات.
2 «B» حدث أن يكون التلميذ المختار ناجحًا فى العلوم.
3 «C» حدث أن يكون التلميذ المختار راسبًا فى العلوم.

---

5 من مجموعة الأرقام: {3 , 2 , 1} كون عددًا من رقمين، **ما احتمال وقوع كل من الأحداث الآتية:**

1 «A» مجموع الرقمين يساوى 5
2 «B» رقم الآحاد = رقم العشرات

---

6 من مجموعة الأرقام: {1 , 2 , 3 , 4} كون عددًا من رقمين مختلفين، **ما احتمال وقوع كل من الأحداث الآتية:**

1 «A» حدث أن يكون رقم الآحاد زوجيًّا.
2 «B» حدث أن يكون كلا الرقمين فرديًّا.

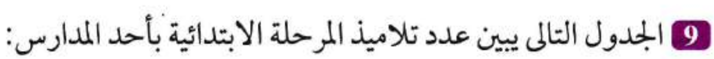
---

7 فى عينة عشوائية تمثل 30 مشجعًا كرويًّا، وجد أن 14 يشجعون النادى الأهلى، 11 يشجعون نادى الزمالك، 5 يشجعون نادى غزل المحلة، فإذا تم اختيار مشجع عشوائيًّا، **فما احتمال أن يكون المشجع منتميًا للنادى:**

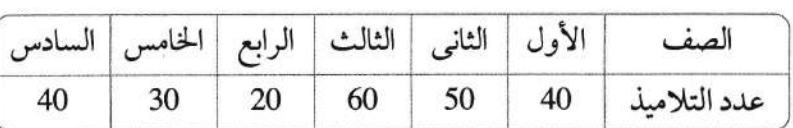
1 «A» الأهلى
2 «B» الزمالك
3 «C» غزل المحلة
4 «D» الإسماعيلى

---

8 فصل دراسى به 32 تلميذًا منهم 12 ولدًا، إذا تم اختيار تلميذ عشوائيًّا من الفصل، **فما احتمال أن يكون التلميذ بنتًا.**



9 الجدول التالى يبين عدد تلاميذ المرحلة الابتدائية بأحد المدارس:



الصف	الأول	الثانى	الثالث	الرابع	الخامس	السادس
عدد التلاميذ	40	50	60	20	30	40

إذا تم اختيار طالب عشوائيًّا، **فما احتمال أن يكون الطالب فى الصف:**

1 «A» الثالث

2 «B» السادس أو الثانى

10 إذا سحبت بطاقة عشوائيًّا من مجموعة من البطاقات المتماثلة مكتوب على كل منها حرف من حروف كلمة (رياضة)، **فاحسب احتمال أن البطاقة المسحوبة تحمل حرف:**

1 «A» الألف　　2 «B» الياء　　3 «C» الراء　　4 «D» الميم

11 كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها 6 كرات سوداء، 4 كرات بيضاء، 10 كرات حمراء، إذا اختيرت كرة عشوائيًّا **فما احتمال أن تكون الكرة المختارة:**

1 «A» سوداء　　2 «B» بيضاء　　3 «C» حمراء　　4 «D» ليست بيضاء

5 «E» بيضاء أو حمراء　　6 «F» خضراء

12 صندوق به عدة أقلام متماثلة ، 8 أقلام حبر أحمر، 5 أقلام حبر أزرق، 2 قلم حبر أسود، إذا تم اختيار قلم عشوائيًّا **فأوجد احتمال أن يكون القلم المختار:**

1 «A» قلم حبر أحمر　　2 «B» ليس قلم حبر أسود　　3 «C» قلم حبر أخضر

13 كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة، منها 9 كرات خضراء والباقى من اللون الأبيض، فإذا كان احتمال سحب كرة بيضاء يساوى $\frac{2}{5}$ ، **فأوجد عدد الكرات البيضاء.**

ثالثًا التحليل وتكامل المواد:

14 إذا كان A حدثًا من تجربة عشوائية ذات فرص متساوية فى الظهور، وكان احتمال الحدث A يساوى $\frac{2}{7}$ ، وعدد عناصر فضاء العينة 21 عنصرًا، **فأوجد عدد عناصر الحدث A.**

15 إذا سحبت بطاقة عشوائيًّا من بطاقات متماثلة مرقمة من 1 إلى 20، **فأوجد احتمال أن تحمل البطاقة عددًا:**

1 «A» زوجيًّا وأكبر من 9　　2 «B» أوليًّا　　3 «C» مربعًا كاملًا

16 إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة 80 مرة، فظهرت الصورة 44 مرة منها، **فأوجد الاحتمال التجريبى لظهور:**

1 الصورة (H)　　2 الكتابة (T)

17 ألقى حجر نرد منتظم 60 مرة، فظهر رقم 2 على الوجه العلوى 25 مرة منها، **أوجد الاحتمال التجريبى لظهور الرقم 2 على الوجه العلوى.**

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 سحب كرة من كيس يحتوى على كرة صفراء وكرة خضراء وكرة سوداء جميعها متماثلة يعبر عن ....

(ا) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (جـ) حدث مستحيل (د) حدث مؤكد

2 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن حدث ظهور عدد أولى فردى يعتبر حدثًا ....

(ا) مؤكدًا (ب) ممكنًا (جـ) مستحيلًا (د) بسيطًا

3 إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال ظهور عدد زوجى أولى يساوى ....

(ا) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{6}$ (جـ) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{2}{3}$

4 مجموع احتمالات جميع الأحداث الأولية لأى تجربة عشوائية يساوى ....

(ا) 0 (ب) -1 (جـ) 1 (د) $\frac{1}{2}$

5 فصل دراسى به 45 طالبًا وطالبة، وكان عدد الأولاد 25 ولدًا، فإن احتمال اختيار بنت يساوى ....

(ا) $\frac{5}{9}$ (ب) $\frac{4}{9}$ (جـ) $\frac{3}{9}$ (د) $\frac{7}{9}$

2 أكمل ما يأتى:

1 احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

2 إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة، فإن احتمال ظهور كتابة = ...

3 15 بطاقة متماثلة مرقمة من 1 إلى 15 فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا فإن احتمال أن تحمل البطاقة عددًا أوليًا ....

3 فى تجربة اختيار عدد صحيح من 2 إلى 11 **اكتب** فضاء العينة، **ثم أوجد** كل من الأحداث الآتية **مبينًا** أى منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل وأيها ممكن؟

1 «A» حدث ظهور عدد فردى.

2 «B» حدث ظهور عدد أقل من 16.

3 «C» حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى 4.

4 «D» حدث ظهور العدد 6.

5 «E» حدث ظهور عدد زوجى يقبل القسمة على 9.

6 «F» حدث ظهور عدد مربع كامل.

4 عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات، **أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:**

1 «A» حدث الحصول على صورة فى الرمية الثانية.

2 «B» حدث الحصول على كتابة واحدة على الأكثر.

3 «C» حدث الحصول على نفس الشىء فى الرميتين.

5 كيس به 5 كرات صفراء، 4 كرات خضراء، 6 كرات زرقاء جميعها متماثلة، عند سحب كرة عشوائيًا من الكيس وملاحظة لونها، **فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة..؟**

1 صفراء 2 زرقاء 3 بيضاء 4 ليست صفراء 5 صفراء أو خضراء

6 قرص دوار يحمل الأرقام من 1 إلى 8 تم تدوير القرص 80 مرة، فتوقف مؤشر القرص عند الرقم 4 على القرص 20 مرة، **أوجد الاحتمال التجريبى لتوقف مؤشر القرص عند الرقم 4**

تابع مستواك

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 فى تجربة تكوين عدد من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {7 , 3 , 2}، فإن حدث ظهور عدد مجموع رقميه أكبر من 10 يعتبر حدثًا ....

(ا) مؤكدًا (ب) بسيطًا (جـ) ممكنًا (د) مستحيلًا

2 سحب بطاقة من 5 بطاقات متماثلة جميعها مكتوب عليها العدد 3 يعتبر ....

(ا) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائيًا (جـ) حدثًا مستحيلًا (د) حدثًا مؤكدًا

3 كيس يحتوى على 5 كرات بيضاء، 3 كرات خضراء، كرة حمراء، فإذا سُحبت كرة عشوائيًا من الكيس، فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست خضراء يساوى ....

(ا) $\frac{5}{9}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{1}{9}$

4 سُحبت بطاقة عشوائيًا من 50 بطاقة مرقمة من 1 إلى 50، فإن احتمال أن تحمل البطاقة عددًا مربعًا كاملًا يساوى ....

(ا) $\frac{9}{50}$ (ب) 0.2 (جـ) $\frac{2}{25}$ (د) 14%

5 فى تجربة إلقاء قطعة نقود خمس مرات متتالية وملاحظة الوجه العلوى، فما عدد عناصر فضاء العينة؟

(ا) 4 (ب) 8 (جـ) 16 (د) 32

2 أكمل ما يأتى:

1 احتمال الحدث المؤكد يساوى ....

2 إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد 726453 فإن احتمال أن يكون الرقم المختار فرديًا يساوى ....

3 فضاء العينة لنواتج التجربة العشوائية «اختيار حرف من حروف كلمة (بورسعيد)» هو ....

3 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، اكتب الأحداث الآتية مبينًا أى منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل وأيها ممكن:

1 الحدث «A» هو حدث «ظهور عددين أحدهما ضعف الآخر».

2 الحدث «B» هو حدث «ظهور عددين مجموعهما أكبر من 12».

3 الحدث «C» هو حدث «ظهور عددين حاصل ضربهما 36».

4 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {6 , 5 , 3} **ما احتمال كل من الأحداث الآتية:**

1 «A» حدث أن يكون مجموع الرقمين عددًا زوجيًا؟

2 «B» حدث أن يكون رقم الآحاد زوجيًا؟

3 «C» حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين من مضاعفات العدد 3؟

5 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، **أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:**

1 «A» حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 3.

2 «B» حدث ظهور عدد أكبر من 2.

3 «C» حدث ظهور أحد عوامل العدد 6.

4 «D» حدث ظهور عدد يحقق المتباينة: «$x \leq 6$»

5 «E» حدث ظهور عدد يحقق المعادلة: «$x - 3 = 2$»

6 إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة 40 مرة فظهرت الكتابة 30 مرة منها، **فأوجد الاحتمال التجريبى لظهور الصورة.**

تابع مستواك

أقل من 50%	50 : 64%	65 : 84%	85 : 100%
ذاكر شرح الدرس مرة أخرى	حل تدريبات أكثر	حل امتحانات أكثر	ابحث و ابتكر

أنشطة الوحدات والمعلومات الإثرائية

معلومات إثرائية

1 تحتوى المجموعة الشمسية على ثمانية كواكب أكبرها فى الكتلة هو كوكب المشترى، وأصغرها هو كوكب عطارد.

2 استخدم شبكة الإنترنت لمعرفة كتل كواكب المجموعة الشمسية، واكتبها بالصيغة العلمية، ثم رتبها جميعًا من الأصغر إلى الأكبر.

3 يقال إن الشكل يتمتع بتماثل دورانى حول مركزه، إذا كان من الممكن تدويره بزاوية قياسها أقل من 360 درجة حول مركزه ليصبح نفس الشكل الذى كان عليه فى وضعه الأصلى.
فمثلًا: نجم البحر هو مثال رائع لحيوان يظهر تماثلًا دورانيًا؛ حيث يتمتع نجم البحر «المثالى» بتماثل دورانى قدره 72 درجة.

نشاط الوحدة الأولى (1) كواكب المجموعة الشمسية

• الهدف من النشاط: استخدام تقنية الذكاء الاصطناعى للمساعدة فى صياغة مسألة على مفهوم الصيغة العلمية للأعداد وحلها.

• خطوات التنفيذ: بالتعاون مع أحد أصدقائك حاول القيام بالآتى:



1 استخدم أحد تطبيقات الذكاء الاصطناعى للمساعدة فى صياغة مسألة رياضية مرتبطة بإحدى المعلومات التالية:
(سرعة الضوء - كتلة الكوكب - بعد الكوكب عن الشمس).

2 أعد صياغة المسألة بأسلوبك.

3 اجمع البيانات المرتبطة بالمسألة ونظمها فى جدول لتوضيح البيان الخاص بكل كوكب من كواكب المجموعة الشمسية.

4 وضح خطوات حل المسألة مع التأكيد على كيفية الاستفادة من الصيغة العلمية للأعداد.

مثال لصياغة المسألة: إذا علمت أن .... فأوجد ....

نشاط الوحدة الثانية (2) المعادلات الخطية فى حياتنا اليومية

• الهدف من النشاط:

البحث عبر المواقع الإلكترونية لتنمية مهارات التعلم التعاونى باستخدام التكنولوجيا الرقمية لمعرفة أحد أساليب ضرب المقادير الجبرية (FOIL Method).

• خطوات التنفيذ:



1 تشكيل فرق العمل المكونة من (2-4) طلاب للبدء فى تنفيذ النشاط.

2 تحديد ما تشير إليه حروف كلمة (FOIL) والخاصة بالمقادير الجبرية.

3 وصف أوجه التشابه بين هذه الطريقة والطريقة المعروضة فى الكتاب المدرسى.

4 جمع بيانات عن أهم علماء الرياضيات الذين لهم إسهامات فى تطوير وتوضيح الحدود الجبرية والمقادير الجبرية.

نشاط الوحدة الثالثة 3 الإنشاءات الهندسية والديكور

• الهدف من النشاط:

تعميق فهم وتنمية مهارات الطلاب للإنشاءات الهندسية وتوظيفها فى المواقف الحياتية والخاصة بديكور إحدى الحجرات.

• خطوات التنفيذ بالتعاون مع اثنين من زملائك:



1 حدد المكان المناسب لتعليق لوحة على حائط بعداه (4 أمتار، 3.5 متر) فى حجرة، بحيث تكون اللوحة فى منتصف الحائط وعلى ارتفاع (2 متر) من الأرض.
2 حدد الإنشاء الهندسى المناسب لتحديد مكان المسمار على ارتفاع 2 متر من الأرض وفى منتصف الحائط.
3 استخدم مقياس رسم مناسبًا فى رسم مستطيل يمثل الحائط، ثم وضح هندسيًا خطوات تحديد موضع المسمار باستخدام الإنشاء الهندسى الذى اخترته.
4 اذكر الخطوات المتبعة لتحديد موضع المسمار.

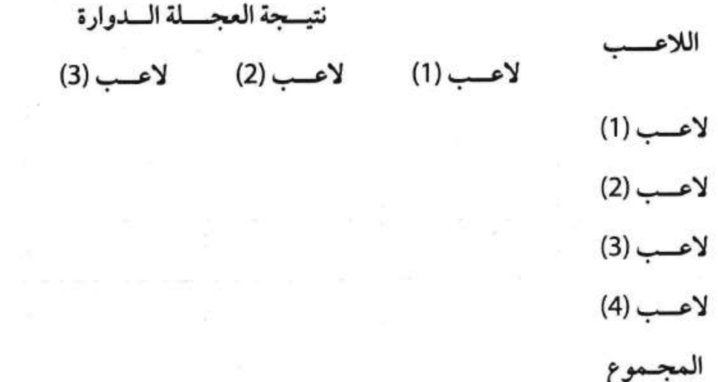
نشاط الوحدة الرابعة 4 من الفائز المحتمل؟

• الهدف من النشاط:

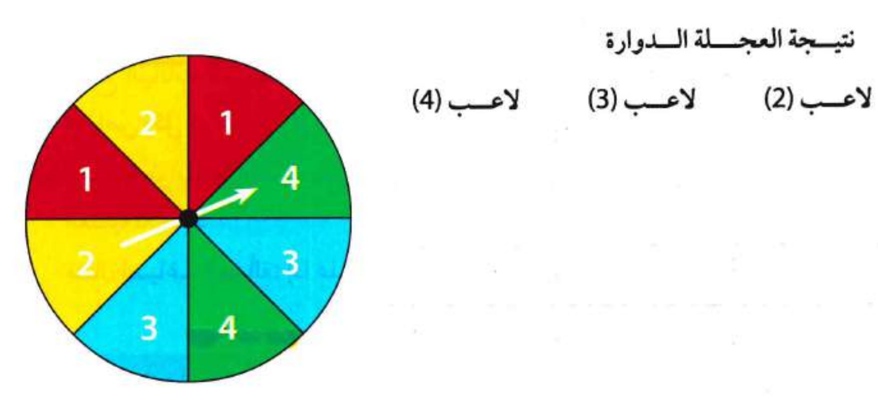
تنمية مزيد من الفهم لدى الطلاب لمفهومى الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبى بطريقة عملية من خلال لعبة العجلة الدوارة..

• خطوات التنفيذ:

بالتعاون مع (3) من زملائك، نفذ خطوات اللعبة التالية وأكمل الجدول التالى لمحاولة تحديد الفائز باللعبة:



اللاعب	نتيجة العجلة الدوارة			
	لاعب (1)	لاعب (2)	لاعب (3)	لاعب (4)
لاعب (1)				
لاعب (2)				
لاعب (3)				
لاعب (4)				
المجموع				



1 يقوم كل فرد بتدوير العجلة الدوارة عدد (5 مرات) وتحديد رقم اللاعب الذى يقف عنده المؤشر.
2 استخدم العلامات التكرارية لتسجيل النتيجة بالنسبة لرقم اللاعب الناتج فى كل محاولة.
3 بالتعاون مع زملائك أجب عن الأسئلة التالية:
– ما إجمالى عدد المحاولات التى تم تنفيذها؟
– ما نوع الاحتمال الذى تمثله هذه اللعبة؟ **الاحتمال النظرى** ☐ **الاحتمال التجريبى** ☐
– ما احتمال توقف المؤشر عند رقم كل لاعب بناءً على النتائج المسجلة بالجدول؟
4 وفقًا لشكل العجلة الدوارة والنتائج التى تم تسجيلها فى الجدول، هل كان لأعضاء الفريق الأربعة فرص متساوية فى الفوز؟
نعم ☐ **لا** ☐
المبرر: ....


المراجعة النهائية
• ملخص الوحدات. • التقييمات النهائية. • الإجابات النموذجية.

ملخص الوحدات

الوحدة الأولى القوى والأسس والجذور

1 القوى والأسس:

• لأى عدد نسبى a ولأى عددين صحيحين m ، n يكون:

الشـــرح	المثال	القانون
عند ضرب القوى التى لها نفس الأساسات نحتفظ بالأساس ونجمع الأسس.	$4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$	$a^m \times a^n = a^{m+n}$
عند قسمة القوى التى لها نفس الأساسات نحتفظ بالأساس ونطرح الأسس.	$\frac{3^6}{3^2} = 3^{6-2} = 3^4$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ، $a \neq 0$
أى عدد لا يساوى صفرًا مرفوعًا للأس صفر يساوى الواحد الصحيح.	$(-3)^0 = 1$	$a^0 = 1$ ، $a \neq 0$
أى عدد لا يساوى صفرًا مرفوعًا للأس (n−) يساوى المعكوس الضربى للعدد نفسه مرفوعًا للأس n .	$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ، $a \neq 0$

2 الصيغة العلمية:

• يكتب العدد على الصيغة العلمية بالصورة: $a \times 10^n$ حيث: $1 \leqslant |a| < 10$ ، $n \in Z$

3 الجذور التربيعية والجذور التكعيبية:

• الجذر التربيعى للعدد المربع الكامل (a) هو العدد الذى مربعه يساوى (a) .

• العدد المربع الكامل له جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب، وكل منهما معكوس جمعى للآخر، وحاصل جمعهما يساوى صفرًا.

• الرمز « $\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذر التربيعى الموجب.

• الرمز « $-\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذر التربيعى السالب.

• الرمز « $\pm\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذرين التربيعيين الموجب والسالب.

$\sqrt{0} = 0$ ، (حيث n عدد صحيح) $\sqrt{x^{2n}} = |x^n|$ ، $\sqrt{x^2} = |x|$

• الجذر التكعيبى للعدد المكعب الكامل (a) هو العدد الذى مكعبه يساوى (a) ، الجذر التكعيبى لعدد مكعب كامل له نفس إشارة العدد.

• الرمز « $\sqrt[3]{\quad}$ » يدل على الجذر التكعيبى.

$\sqrt[3]{0} = 0$ ، (حيث n عدد صحيح) $\sqrt[3]{a^{3n}} = a^n$ ، $\sqrt[3]{x^3} = x$

الوحدة الثانية الجبر

1 المتباينــات:

- المتباينـة تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما واحدة من علامات التباين: ($<$ أو $>$ أو $\leqslant$ أو $\geqslant$)
- **خواص التباين:** A ، B ، C ثلاثـة أعداد، إذا كان $A > B$ فإن:

أولًا:

1 $A + C > B + C$ ، $A - C > B - C$

2 $AC > BC$ ، $\frac{A}{C} > \frac{B}{C}$ ، $C > 0$

3 $AC < BC$ ، $\frac{A}{C} < \frac{B}{C}$ ، $C < 0$



ثانيًا: إذا كان $A > B$ فإن: $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ حيث A , B موجبان معًا أو سالبان معًا.

2 ضرب حد جبرى فى حد جبرى أو مقدار جبرى:

- ضرب حد جبرى فى حد جبرى آخر:

$$a x^{m} \times b x^{n} = a \times b x^{m+n}$$

- ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى ذى حدين أو أكثر نستخدم خاصية التوزيع:

$a(b + c) = ab + ac$ ، $a(b - c) = ab - ac$

$a(x + y + z) = ax + ay + az$

3 ضرب المقادير الجبرية:

- ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى آخر ذى حدين:

$(x + a)(y + b) = xy + xb + ay + ab$

- الضرب بمجرد النظر:

$(ax + c)(bx + d) = abx^2 + (ad + cb)x + cd$

- مفكوك مربع مقدار جبرى ذى حدين:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- حاصل ضرب مجموع حدين فى الفرق بينهما:

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

4 قسمة حد جبرى أو مقدار جبرى على حد جبرى:

- عند قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر نقسم المعاملات ونطرح أسس المتغيرات التى لها نفس الأساسات:

فمثلًا: $8x^6 \div 2x^4 = \frac{8}{2} x^{6-4} = 4x^2$

- قسمة مقدار جبرى على حد جبرى: **(نستخدم طريقة قسمة الكسور الاعتيادية)**

$\frac{a + b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ ، $\frac{a - b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$

5 قسمة المقادير الجبرية:

- عند قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر لا يساوى الصفر، نستخدم طريقة القسمة المطولة،

علمًا بأن: **المقسوم = المقسوم عليه × خارج القسمة.**

الوحدة الثالثة الهندسة والقياس

1 المساحات:

الاسم	الشكل	المحيط	المساحة
المربع	S S	$P = 4S$	$A = S^2$ ، $A = \frac{1}{2}d^2$
المستطيل	W ℓ	$P = 2\,(W + \ell)$	$A = W \times \ell$
متوازى الأضلاع	h_1 h_2 b_2 b_1	$P = 2\,(b_1 + b_2)$	$A = b_1 \times h_1 = b_2 \times h_2$
المعين	h S d_2 d_1	$P = 4S$	$A = Sh$ $A = \frac{1}{2}d_1 \times d_2$
شبه المنحرف	b_1 ℓ_1 h ℓ_2 b_2	$P = b_1 + b_2 + \ell_1 + \ell_2$	$A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$ ∵ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{1}{2}(b_1 + b_2)$ ∴ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

2 التحويلات الهندسية:

أولًا الانعكاس فى محورى الإحداثيات:

النقطة وصورتها بالانعكاس فى محورى الإحداثيات Y, X تكونان على بعدين متساويين من هذين المحورين والذى يسمى كل منهما محور الانعكاس.

$$A(x, y) \xrightarrow[\text{فى محور } Y]{\text{الانعكاس}} \grave{A}(-x, y)$$

$$A(x, y) \xrightarrow[\text{فى محور } X]{\text{الانعكاس}} \grave{A}(x, -y)$$

ثانيًا الانتقال:

- يتحدد الانتقال (a, b) فى المستوى الإحداثى عن طريق الإزاحة الأفقية ومقدارها $|a|$ وإزاحة رأسية ومقدارها $|b|$
- إذا كانت a موجبة فإنها تعنى إزاحة إلى اليمين وإذا كانت سالبة فإنها تعنى إزاحة إلى اليسار.
- إذا كانت B موجبة فإنها تعنى إزاحة إلى أعلى وإذا كانت سالبة فإنها تعنى إزاحة إلى أسفل.

$$A(x, y) \xrightarrow[(a, b)]{\text{بانتقال}} \grave{A}(x + a, y + b)$$

ثالثًا الدوران:

- يتحدد الدوران بمعرفة العناصر التالية: 1 مركز الدوران. 2 قياس زاوية الدوران. 3 اتجاه الدوران.
- إذا كان قياس زاوية الدوران موجبًا فإن الدوران يكون ضد اتجاه حركة عقارب الساعة.
- إذا كان قياس زاوية الدوران سالبًا فإن الدوران يكون مع اتجاه حركة عقارب الساعة.

- $A(x, y) \xrightarrow[R(O, -270°)]{R(O, 90°)} A`(-y, x)$
- $A(x, y) \xrightarrow[R(O, 270°)]{R(O, -90°)} A`(y, -x)$
- $A(x, y) \xrightarrow{R(O, \pm 180°)} A`(-x, -y)$
- $A(x, y) \xrightarrow{R(O, \pm 360°)} A`(x, y)$ [يسمى الدوران المحايد]

- **خواص الانعكاس والانتقال والدوران:**

كل من الانعكاس فى مستقيم، والانتقال، والدوران حول نقطة فى المستوى يحافظ على:

1 أطوال القطع المستقيمة. 2 قياسات الزوايا. 3 التوازى. 4 البينية.

3 تركيب التحويلات الهندسية:

1 تركيب [انعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y] يكافئ دوران $R(O, \pm 180°)$

2 تركيب [انتقال (a, b) متبوعًا بالانتقال (c, d)] يكافئ انتقالًا $(a + c, b + d)$

3 تركيب [دوران $R(O, \theta_1)$ متبوعًا بالدوران $R(O, \theta_2)$] يكافئ دوران $R(O, \theta_1 + \theta_2)$

الوحدة الرابعة الاحتمالات

أولًا التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث:

- كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها، ولكن لا نستطيع أن نحدد أيًا من هذه النواتج سوف يتحقق فعلًا عند إجرائها.



- **فضاء العينة:** هو مجموعة كل النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية ما، ويرمز لها بالرمز S ، ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز $n(S)$
- **الحدث:** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.
- **وقوع الحدث:** يقال إن الحدث قد وقع إذا ظهر أى عنصر من عناصره عند إجراء التجربة.
- **الحدث المؤكد** (S) : هو حدث لابد أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.
- **الحدث المستحيل** (Ø): هو حدث لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.
- **الحدث البسيط (الأولى):** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ويحتوى على عنصر واحد فقط.
- **الحدث الممكن:** هو مجموعة جزئية فعلية من فضاء العينة.

ثانيًا الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبى:

- احتمال الحدث المستحيل يساوى صفرًا. $P(\varnothing) = 0$
- احتمال الحدث المؤكد يساوى واحدًا. $P(S) = 1$
- احتمال الحدث الممكن يقع بين صفر والواحد.
- **الاحتمال النظرى:** احتمال وقوع أى حدث = $\frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{العدد الكلى للنواتج}}$
- لأى حدث A يكون:

$P(A) + P(\text{ليس } A) = 1$

$\therefore P(\text{ليس } A) = 1 - P(A)$

- مجموع احتمالات جميع الأحداث الأولية لأى تجربة عشوائية = 1
- **الاحتمال التجريبى:** الاحتمال التجريبى للحدث = $\frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}}$

التقييمات النهائية

تقييم نهائى 1

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، ما عدد مرات ظهور نفس العدد فى الرميتين؟

(أ) 36 (ب) 16 (جـ) 6 (د) 0

2 إذا كان: $-x > 3$ فإن: x ....

(أ) > 3 (ب) > -3 (جـ) < 3 (د) < -3

3 شبه منحرف ارتفاعه 8 سم وطولا قاعدتيه المتوازيتين 7 سم، 10 سم،

فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 136 (ب) 68 (جـ) 25 (د) 560

4 إذا كان: $3.4 \times 10^{n} = 0.0034$، فما قيمة n ؟

(أ) 4 (ب) -4 (جـ) -3 (د) 3

5 صورة النقطة $(1, -1)$ بالدوران $R(O, 90^{\circ})$ متبوعًا بالدوران $R(O, -90^{\circ})$ هى ....

(أ) $(-1, -1)$ (ب) $(1, 1)$ (جـ) $(1, -1)$ (د) $(-1, 1)$

6 الأس المفقود فى المعادلة: $\frac{x^{\cdots}}{x^{-5}} = x^{2}$ حيث $(x \neq 0)$ هو ....

(أ) 5 (ب) 4 (جـ) 3 (د) -3

7 إذا كان: $x^{3} - 5 = -32$، فما قيمة $2x$ ؟

(أ) 3 (ب) -3 (جـ) -6 (د) 6

8 ما صورة النقطة $(1, -6)$ بالانعكاس فى محور Y متبوعًا بالانعكاس فى محور X ؟

(أ) $(-1, -6)$ (ب) $(-1, 6)$ (جـ) $(1, -6)$ (د) $(6, 1)$

9 معين مساحته 35 بوصة مربعة، وطول أحد قطريه 10 بوصات، فإن طول قطره الآخر يساوى .... بوصة.

(أ) 3.5 (ب) 7 (جـ) 350 (د) 45



المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 ارسم قطعة مستقيمة طولها 9 سم، ثم نصِّفها باستخدام المسطرة والفرجار.

2 اختصر لأبسط صورة: $1 - \sqrt[3]{\frac{27}{125}} + \sqrt{\frac{49}{25}}$

3 **أوجد** خارج قسمة $(x^{2} - x - 20)$ على $(x + 4)$ (حيث $x \neq -4$)

4 **اختصر لأبسط صورة:** $(3n-2)^2-(3n+2)(3n-2)-(2-n)$ ، ثم **أوجد** القيمة العددية للمقدار الناتج عندما $n = -2$.

5 **ارسم** على الشبكة التربيعية المثلث ABC الذى فيه $A(2, 0)$ ، $B(-1,6)$ ، $C(-3, 4)$، ثم **أوجد** صورته بالانعكاس فى محور X .

6 **أوجد مجموعة حل المتباينة:** $5x + 1 \leqslant 16$ فى N

7 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، **ما احتمال الحصول على:** عدد أولى فردى.

تقييم نهائى 2

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 أى مما يأتى يساوى -2^6 ؟

(أ) -12	(ب) 12	(جـ) 64	(د) -64

2 أى مما يلى يعبر عن العدد 000 000 73 بالصيغة العلمية؟

(أ) 73×10^6	(ب) 0.73×10^8	(جـ) 7.3×10^7	(د) 3.7×10^7

3 معين طولا قطريه 10 أمتار، 14 مترًا فإن مساحته تساوى .... مترًا مربعًا.

(أ) 140	(ب) 70	(جـ) 35	(د) 280

4 المعكوس الضربى للعدد 5^{-3} هو ....

(أ) (-5^3)	(ب) (-5^{-3})	(جـ) 5^3	(د) 5^{-3}

5 $24a^3b^2c \div$ .... $= -6a^2b$

(أ) $6a^2b$	(ب) $4abc$	(جـ) $-4abc$	(د) $-4ab$

6 مربع طول قطره 8 سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 28	(ب) 16	(جـ) 64	(د) 32

7 شبه منحرف مساحته 120 سنتيمترًا مربعًا وارتفاعه 10 سم، وطول أحد قاعدتيه المتوازيتين 14 سم، فإن طول القاعدة الأخرى يساوى .... سم.

(أ) 14	(ب) 10	(جـ) 7	(د) 5

8 ما صورة النقطة $(-3, 4)$ بالدوران $R(O, 90^\circ)$؟

(أ) $(3, 4)$	(ب) $(4, -3)$	(جـ) $(-4, 3)$	(د) $(-4, -3)$

9 سحب بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة مرقمة دون معرفة الأرقام المكتوبة على البطاقات.

(أ) تجربة عشوائية	(ب) ليست تجربة عشوائية	(جـ) حدث مستحيل	(د) حدث مؤكد

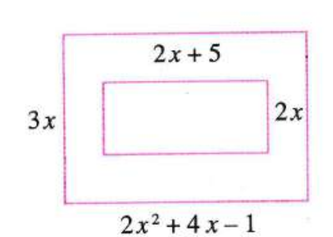
المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 **أوجد** فى أبسط صورة: $\frac{a^2 \times a^5}{a^4 \times a^6}$ (حيث $a \neq 0$)، ثم **أوجد** قيمة الناتج عندما $a = -2$

2 ما مجموعة حل المتباينة: $2x - 3 \leqslant 5x + 12$ فى Z

3 فى الشكل المقابل:



أوجد فى أبسط صورة المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الجزء المظلل.

4 **أوجد** قيمة b التى تجعل المقدار $(x^2 + 9x + b)$ يقبل القسمة على $(x + 4)$. (حيث $x \neq -4$)

5 **ارسم** زاوية قياسها 120°، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.

6 **ارسم** على الشبكة التربيعية المعين ABCD الذى فيه A (1, 0) ، B (-1,-3) ، C (-3, 0) ، D (-1, 3) ، ثم **أوجد** صورته بانتقال (3, 4).

7 إذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 18 إلى 27 ، **فما احتمال** أن تحمل البطاقة عددًا يقبل القسمة على 5 ؟



تقييم نهائى 3

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 أى مما يأتى يساوى خُمس العدد 5^x ؟

(أ) 1^x (ب) $\left(\frac{1}{5}\right)^x$ (جـ) 5^{x+1} (د) 5^{x-1}

2 أى من المتباينات الآتية تعبر عن الموقف التالى: «يحتاج هانى 3 ساعات على الأقل لحل الواجب»؟

(أ) $x < 3$ (ب) $x \leqslant 3$ (جـ) $x \geqslant 3$ (د) $x > 3$

3 صورة النقطة (2, -9)، بالدوران R (O,180°) هى ....

(أ) (2, 9) (ب) (-2, 9) (جـ) (-2, -9) (د) (2, -9)

4 $3^{-4} =$ ....

(أ) $\frac{-1}{81}$ (ب) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$ (جـ) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$ (د) $\frac{1}{8}$

5 فى الشكل المقابل:

ما طول $\overline{AB}$ بالسنتيمتر:

(أ) 36 (ب) 24

(جـ) 12 (د) 18

6 .... = $\sqrt{4} - \sqrt[3]{-8}$

(أ) 0 (ب) 4 (جـ) 2 (د) 8

7 ما صورة النقطة $(5- ,2)$ ، بالانتقال $(2 ,4-)$ متبوعًا بالانتقال $(0, 3)$؟

(أ) $(0,0)$ (ب) $(2,0)$ (جـ) $(-2,0)$ (د) $(0,-2)$

8 فى تجربة تكوين عدد من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام $\{2, 4, 5\}$ ، ما عدد عناصر فضاء العينة؟

(أ) 9 (ب) 8 (جـ) 6 (د) 4

9 إذا كانت `A صورة النقطة A بالانعكاس فى محور Y ، وكانت النقطة A تقع فى الرُّبع الثانى، فما الرُّبع الذى تقع فيه النقطة `A ؟

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 **أوجد** فى أبسط صورة: $\left(\frac{3^7 \times 3^{-3}}{3^3}\right)^{-1}$

2 **أوجد مجموعة حل المتباينة التالية :** $4x + 5 \geqslant 1$ فى N

3 إذا كان عدد طلاب إحدى المدارس يساوى $(15x^4 + 25x^3 + 10x^2)$، وكان عدد طلاب كل فصل يساوى $5x^2$،

فما عدد فصول المدرسة بدلالة x ؟

4 مستطيل مساحته $(x^2 + 6x - 27)$ وحدة مربعة، وعرضه $(x - 3)$ وحدة طول، **أوجد** طوله عند $x = 7$.

5 **باستخدام الأدوات الهندسية: ارسم** المثلث ABC الذى فيه: طول $\overline{AB}$ يساوى 5 سم، طول $\overline{AC}$ يساوى 6 سم، m

$(\angle A) = 70^\circ$ ، ثم **حدد** بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

6 **ارسم** المثلث ABC حيث $A(-2, 5)$ ، $B(1, 3)$ ، $C(-4, 4)$ ، ثم **أوجد** صورته بالدوران $R(O, -90^\circ)$.

7 كيس يحتوى على 30 كرة متماثلة حمراء وخضراء، وكان احتمال سحب كرة خضراء $\frac{2}{5}$ ،

فأوجد عدد الكرات الحمراء فى الكيس.

تقييم نهائى 4

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 $a \div a^{-2} =$ .... (حيث $a \neq 0$)

(أ) a^{-2} (ب) a^2 (جـ) $\frac{1}{a^3}$ (د) a^3

2 أى مما يأتى يساوى 0.00000029 ؟

(أ) 2.9×10^6 (ب) 29×10^7 (جـ) 2.9×10^{-7} (د) 2.9×10^7

3 كيس به ٥ كرات خضراء، 4 كرات حمراء ، 3 كرات بيضاء جميعها متماثلة، إذا سُحبت كرة عشوائيًا من الكيس وملاحظة لونها، فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة خضراء أو بيضاء = ...

(أ) $\frac{7}{12}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{2}{3}$ (د) 1

4 $\frac{2^5 \times 2^{-3}}{2^2} =$ ....

(أ) 1 (ب) 2 (جـ) 2^2 (د) 2^3

5 $x(x-1)+x =$ ....

(أ) x^2+x (ب) x^2 (جـ) x^2-1 (د) x

6 شبه منحرف ارتفاعه 6 سم، طولا كلٍّ من قاعدتيه المتوازيتين 6سم، 12سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 24 (ب) 27 (جـ) 54 (د) 108

7 معين مساحته 50 وحدة مربعة، فما حاصل ضرب طولى قطرية؟

(أ) 50 (ب) 25 (جـ) 200 (د) 100

8 إذا كانت النقطة $A'(5, -3)$ هى صورة النقطة A بانتقال (2, 2)، فإن النقطة A هى ....

(أ) (7, 1) (ب) (3, -5) (جـ) (1, 7) (د) (-3, 5)

9 ما صورة النقطة (2, 3) بدوران $R(O, -90^\circ)$ ، متبوعًا بدوران $R(O, 180^\circ)$ ؟

(أ) (3, -2) (ب) (-3, -2) (جـ) (-3, 2) (د) (2, 3)

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 أوجد فى أبسط صورة: $\sqrt{\frac{144}{49}} \times \sqrt[3]{\frac{27}{216}} \times \left(\frac{-3}{7}\right)^{-1}$

2 أوجد مجموعة حل المتباينة التالية : $3x+2>7$ فى Z

3 أوجد مفكوك: $(5x-7)^2$

4 **اختصر لأبسط صورة:** $\frac{2x(4x^2-6x-10)}{4x}$ ، **ثم أوجد** القيمة العددية للناتج عندما $x = -1$.

5 باستخدام الأدوات الهندسية **ارسم** المثلث ABC الذى فيه: طول $\overline{AC}$ يساوى 7 سم، $m(\angle A) = 40°$ ، $m(\angle C) = 70°$ ،
ثم **حدد** بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

6 **ارسم** على الشبكة التربيعية متوازى الأضلاع ABCD الذى فيه A (1, 1) ، B (5, 1) ، C (7, 4) ، D (3, 4)
ثم **أوجد** صورته بالدوران R (O, 180°).

7 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {3, 4, 7} **ما احتمال** اختيار عدد مجموع رقميه عدد فردى.

تقييم نهائى 5

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 أى مما يأتى يساوى $3^a + 3^a + 3^a$ ؟

(أ) 9^{3a} (ب) 3^a (جـ) 3^{3a} (د) 3^{a+1}

2 $\sqrt{36+64} = 6 + \dots\dots$

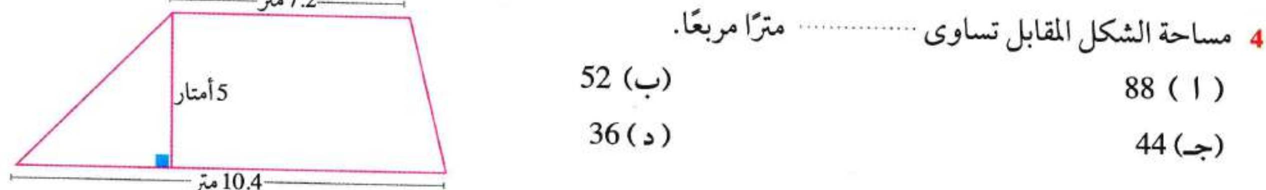
(أ) 8 (ب) 10 (جـ) 4 (د) 6

3 إذا كان: $(x+y)^2 = 18$ ، $x^2 + y^2 = 10$ فما قيمة $x\,y$ ؟

(أ) 8 (ب) 2 (جـ) 4 (د) 10

4 مساحة الشكل المقابل تساوى .... مترًا مربعًا.

(أ) 88 (ب) 52
(جـ) 44 (د) 36



5 صورة النقطة (1, 2) بالانتقال (3, 4) هى ....

(أ) (4, 6) (ب) (6, 4) (جـ) (-4, -6) (د) (2, 2)

6 إذا كان العدد: $a \times 10^{-8}$ مكتوبًا بالصيغة العلمية فإن قيمة a يجب أن تساوى ....

(أ) 0.3 (ب) 3 (جـ) 30 (د) 300

7 معين طول قطره الأكبر (4K) وحدة طول، وكان طول قطره الأكبر ضعف طول قطره الأصغر فإن مساحته تساوى .... وحدة مساحة.

(أ) $2K^2$ (ب) $3K^2$ (جـ) $4K^2$ (د) K^2

8 ما صورة النقطة (2, -7) بالدوران R (O, 180°) ؟

(أ) (-7, -2) (ب) (-2, -7) (جـ) (-2, 7) (د) (-7, 2)

9 عند رمى حجر نرد منتظم 15 مرة متتالية، إذا ظهر العدد 3 مرتين على الوجه العلوى للنرد، فما الاحتمال التجريبى لعدم ظهور العدد 3 ؟

(أ) $\frac{2}{15}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{13}{15}$ (د) $\frac{1}{5}$

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 **اختصر لأبسط صورة:** $\frac{12x^6 + 8x^4 + 4x^2}{2x^2}$

2 **اكتب** ناتج ما يأتى بالصيغة العلمية: $(6.4 \times 10^5) + (10.8 \times 10^4)$

3 **اختصر لأبسط صورة:** $3x(2x-1) - 2x(3x+5)$ ، ثم **أوجد** القيمة العددية للمقدار الناتج عندما: $x = 1$

4 **أوجد** مجموعة حل المتباينة الآتية: $1 - 2x \geqslant 7$ فى N

5 باستخدام الأدوات الهندسية **ارسم** المثلث ABC الذى فيه: AB = 8 سم، BC = 5 سم ، AC = 4 سم، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

6 **ارسم** فى المستوى الإحداثى المثلث ABC حيث A (1, 3) ، B (4, 5) ، C (-2, 2) ، ثم **ارسم** صورته بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y.

7 فى تجربة رمى قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين، وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات، **أوجد** احتمال ظهور صورة فى الرميتين.

تقييم نهائى 6

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، احتمال ظهور العدد 5 يساوى ....

(أ) $\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{1}{6}$ (جـ) $\frac{5}{6}$ (د) 1

2 $\sqrt{\left(\frac{-3}{7}\right)^2} =$ ....

(أ) $\frac{-3}{7}$ (ب) $\frac{3}{7}$ (جـ) $\frac{9}{49}$ (د) $\frac{-9}{49}$

3 مربع طول قطره 6 سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 9 (ب) 12 (جـ) 18 (د) 36

4 العدد 29×10^5 على الصيغة العلمية هو ....

(أ) 2.9×10^4 (ب) 2.9×10^6 (جـ) 0.29×10^7 (د) 0.029×10^8

5 $a \neq 0, b \neq 0$, ... $= (10\, a^8 b^6) \div (2a^2 b^2)$

(أ) $5\, a^4 b^3$ (ب) $5\, a^{10} b^8$ (جـ) $5\, a^6 b^4$ (د) $8\, a^6 b^4$

6 صورة النقطة (8, 3) بالانعكاس فى محور X هى ....

(أ) (8, 3) (ب) (-8, 3) (جـ) (8, -3) (د) (-8, -3)

7 $\sqrt{\sqrt{16}} =$ ....

(أ) 2 (ب) -2 (جـ) ± 4 (د) 4

8 صورة النقطة (4 ,2) بالدوران (R (O, 90° هى ....

(أ) (4, 2) (ب) (4, 2-) (جـ) (2- ,4) (د) (2- ,4-)

9 شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين 8 بوصات، 6 بوصات وارتفاعه 4 بوصات، فإن مساحته تساوى ...... بوصة مربعة.

(أ) 56 (ب) 28 (جـ) 14 (د) 30

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 ارسم $\angle ABC$ قياسها $120°$ ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنصف $\overrightarrow{BD}$. (لا تمسح الأقواس)

2 اختصر لأبسط صورة: $\sqrt{\frac{25}{49}} - \sqrt[3]{\frac{125}{343}} + \left(\frac{5}{7}\right)^0$

3 أوجد خارج قسمة: $(x - x^3 + x^2) \div (-x)$ (حيث $x \neq 0$)

4 اختصر لأبسط صورة المقدار: $(a + b)^2 + (2a - b)(3a - 4b)$

5 كيس يحتوى على 3 كرات حمراء، 7 كرات بيضاء، 5 كرات سوداء، فإذا تم سحب كرة واحدة عشوائيًّا، فأوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.

6 أوجد مجموعة حل المتباينة: $7x - 1 < 13$ فى N .

7 معين طولا قطريه 8 سم، 14 سم، وشبه منحرف ارتفاعه 10 سم، وطولا قاعدتيه المتوازيتين 7 سم، 3سم، احسب مجموع مساحتيهما.

تقييم نهائى 7

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 $\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \sqrt{\frac{1}{81}} + \left(\frac{2}{5}\right)^0 =$ ....

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 2 (د) 3

2 فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوى ....

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 8 (د) 16

3 $(2\ a^2b^2) \times (3\ a^3b^3) =$ ....

(أ) $5\ a^5b^5$ (ب) $6\ a^5b^5$ (جـ) $5\ a^6b^3$ (د) a^6b^6

4 معين طول ضلعه 7 سم وارتفاعه 4 سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 14 (ب) 28 (جـ) 56 (د) 11

5 صورة النقطة (9 ,2-) بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (9 ,2) (ب) (9 ,2-) (جـ) (9- ,2) (د) (9- ,2-)

6 صورة النقطة (1 ,3) بالانتقال (1 ,2) متبوعًا بالانتقال (5- ,1) هى ....

(أ) (4 ,3) (ب) (2- ,2) (جـ) (4- ,3) (د) (1- ,4)

7 $\frac{a^{-3}}{a^{-5}}$ فى أبسط صورة = ... $(a \neq 0)$

(أ) a^{-8} (ب) a^{-2} (جـ) a^{2} (د) a^{8}

8 أى الأعداد التالية ليس على الصيغة العلمية ....

(أ) 1×10^{5} (ب) -2.4×10^{7} (جـ) 3×10^{-4} (د) 3×2^{10}

9 شبه منحرف مساحته 48 سنتيمترًا مربعًا وارتفاعه 8سم، فإن مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين = ... سم.

(أ) 6 (ب) 12 (جـ) 16 (د) 10

المجموعة الثانية:

1 **اختصر** لأبسط صورة: $(10\, a^{8}\, b^{6}) \div (2\, a^{2} b^{2})$ (حيث المقام $\neq 0$)

2 من مجموعة الأرقام {1, 2, 3, 4} كون عددًا من رقمين مختلفين، اكتب فضاء العينة لتجربة اختيار عدد من مجموعة الأعداد الناتجة، ثم **أوجد** احتمال أن يكون مجموع رقمى العدد المختار 5.

3 إذا كانت $a = 2$ ، $b = -3$ ، $c = 5$ **فأوجد** القيمة العددية للمقدار: $16a^{-3} + b^{3} + c^{2}$

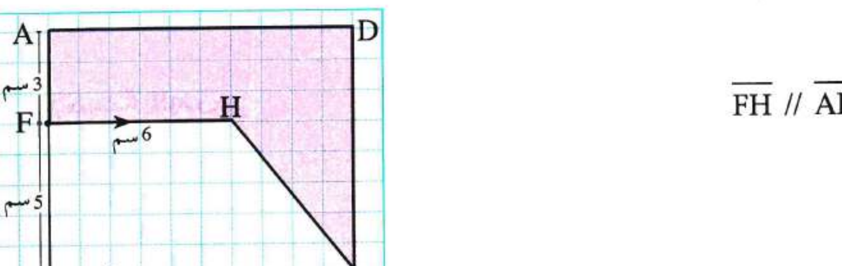
4 **أوجد** خارج قسمة: $(x^{3} + 8)$ على $(x + 2)$ حيث $x \neq -2$ ، ثم **احسب** قيمة خارج القسمة عند $x = -1$

5 **ارسم** على الشبكة التربيعية $\overline{AB}$ حيث $A\,(2, 3)$ ، $B\,(5, 1)$، ثم **أوجد** صورتها بالدوران $R\,(O, 90^\circ)$.

6 فى الشكل المقابل:

ABCD مستطيل ، $F \in \overline{AB}$ ، $\overline{FH} \parallel \overline{AD}$

احسب مساحة المنطقة المظللة.



7 **أوجد مجموعة حل المتباينة:** $2x + 7 \leqslant 1$ فى Z.

تقييم نهائى 8

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 احتمال الحدث المستحيل = ...

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 0.1 (د) 0.5

2 إذا كان: $\left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \times b = 1$ فإن قيمة b = ...

(أ) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$ (ب) 5^{-4} (جـ) 5^{4} (د) $\frac{1}{5}$

3 $\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt[3]{\frac{1}{27}} - \left(\frac{2}{5}\right)^0 =$ ....

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 2 (د) 3

4 صورة النقطة (6, 4) ، بالدوران $R(O, 270^\circ)$ هى ....

(أ) (4, 6) (ب) (-4, 6) (جـ) (4, -6) (د) (-6, 4)

5 صورة النقطة (8, 3) ، بالانتقال $(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$ هى ....

(أ) (7, 1) (ب) (7, 5) (جـ) (-9, 1) (د) (9, 1)

6 معين مساحته 60 سنتيمترًا مربعًا وطول أحد قطريه 12 سم فإن طول القطر الآخر = ... سم.

(أ) 5 (ب) 8 (جـ) 10 (د) 6

7 أى مما يأتى يساوى 0.000077 ؟

(أ) 7.7×10^{-5} (ب) 7.7×10^{5} (جـ) 7.7×10^{6} (د) 7.7×10^{-6}

8 شبه منحرف ارتفاعه 9 أمتار وطول قاعدته المتوسطة 8 أمتار، فإن مساحته = ... مترًا مربعًا.

(أ) 18 (ب) 24 (جـ) 36 (د) 72

9 حيث $a \neq 0$ ، $\frac{a^{10} + a^6}{a^2} =$ ....



(أ) $a^5 + a^3$ (ب) $a^8 + a^4$ (جـ) a^8 (د) a^{14}

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:



1 **أوجد** فى أبسط صورة ناتج: $\frac{7^8 \times 7^3 \times 7}{7^{10}}$

2 إذا سحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 1 إلى 20 ،

فأوجد احتمال أن تحمل البطاقة عددًا يقبل القسمة على 3 .

3 **أوجد** خارج قسمة: $x^2 + 9x + 18$ على $x + 3$ (حيث $x \neq -3$)

4 **أوجد مجموعة حل المتباينة:** $5x - 2 < 3$ فى N

5 **أيهما أكبر فى المساحة:** مربع طول قطره 14 بوصة، أم معين طولا قطريه 10 بوصات، 8 بوصات؟

6 **ارسم** فى المستوى الإحداثى المستطيل ABCD حيث A (-3, 1) ، B (1, 1)، C (1, 4) ، D (-3, 4) ،

ثم أوجد صورته بالانتقال (3- ,2).

7 **اختصر لأبسط صورة:** $\frac{x^4 + 7x^3 + x^2}{x^2} - (x + 5)(x + 2)$ (حيث $x \neq 0$).



مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 احتمال الحدث المؤكد = ...

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 0.1 (د) 0.5

2 $\sqrt[3]{0.125} + \sqrt{0.25} =$ ....

(أ) 0 (ب) 1 (جـ) 0.1 (د) 0.01

3 $\frac{10x^2 - 13x - 3}{5x+1} =$ ....

(أ) $2x + 3$ (ب) $2x - 3$ (جـ) $2x - 1$ (د) $2x + 1$

4 صورة النقطة (7- ,3) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (3, 7) (ب) (-3, 7) (جـ) (3, -7) (د) (-3, -7)

5 أىُّ الدورانات الآتية يجعل النقطة (4, 3) هى صورة النقطة (-3, 4) ....

(أ) R (O, 90°) (ب) R (O, 180°) (جـ) R (O, -90°) (د) R (O, 360°)

6 معين طول ضلعه 10 سم، وارتفاعه 9.6 سم وطول أحد قطريه 12 سم، فإن طول القطر الآخر = ... سم.

(أ) 4 (ب) 8 (جـ) 16 (د) 10

7 مربع مساحته 112.5 سنتيمتر مربع فإن طول قطره = ... سم.

(أ) 10.6 (ب) 15 (جـ) 10 (د) 12

8 $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$ ....

(أ) 8 (ب) ± 8 (جـ) 2 (د) 4

9 $2^{30} + 2^{30} =$ ....

(أ) 2^{60} (ب) 4^{30} (جـ) 4^{60} (د) 2^{31}

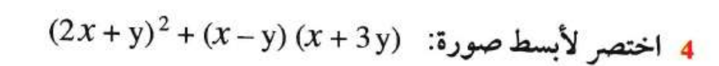
المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 **اختصر:** $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

2 **أوجد مجموعة حل المتباينة:** $1 - 2x \geqslant 5$ فى Z.

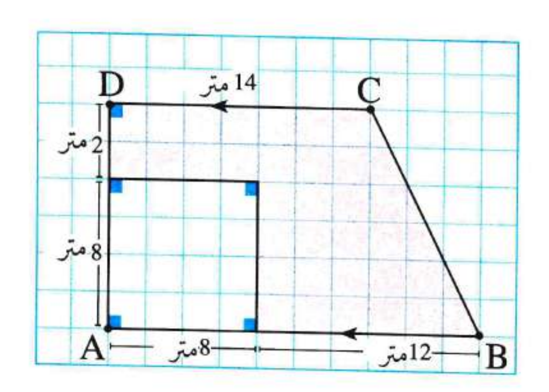
3 فى المستوى الإحداثى **ارسم** المثلث ABC الذى فيه A(0, 1) ، B (4, 0) ، C (2, -4) ،
ثم **أوجد** صورته بالانتقال (1 ,3-).



4 **اختصر لأبسط صورة:** $(2x + y)^2 + (x - y)(x + 3y)$



5 **الشكل المقابل:**



يمثل شبه منحرف ABCD ،

احسب مساحة المنطقة المظللة.

6 تعرض السينما مجموعة من الأفلام كالتالى: 5 أفلام كوميدى، 2 فيلم كارتون، 4 أفلام رعب، إذا تم اختيار فيلم عشوائيًا، فما احتمال أن يكون الفيلم المختار فيلم رعب؟

7 **أوجد** خارج قسمة: $\frac{48a^2b^3 - 24a^2b^2 + 12ab^2}{-12ab^2}$ (حيث المقام $\neq 0$) ،

ثم أوجد قيمة الناتج عندما $a = 1$ ، $b = -1$

تقييم نهائى 10

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 إذا كانت $a = -\frac{1}{3}$ ، فإن $a^{-2} = $ ....

(أ) $\frac{1}{9}$ (ب) $-\frac{1}{9}$ (جـ) 9 (د) -9

2 العدد 77 مليونًا بالصيغة العلمية هو ....

(أ) 77×10^6 (ب) 7.7×10^6 (جـ) 7.7×10^5 (د) 7.7×10^7

3 شبه منحرف مساحته 50 سنتيمترًا مربعًا وطولا قاعدتيه المتوازيتين 12 سم ، 8 سم، فإن ارتفاعه = ... سم.

(أ) 10 (ب) 5 (جـ) 7.5 (د) 9

4 $(-4a^3) \times (5a^5) = $ ....

(أ) $-20a^8$ (ب) $-20a^{15}$ (جـ) $-20a^2$ (د) $-20a^{-2}$

5 $2^y + 2^y = $ ....

(أ) 4^y (ب) 2^{y+1} (جـ) 2^{2y} (د) 4^{y-1}

6 مساحة المعين الذى طولا قطريه 14 مترًا، 10 أمتار تساوى .... مترًا مربعًا.

(أ) 280 (ب) 140 (جـ) 70 (د) 35

7 صورة النقطة (4- ,3-) بالانعكاس فى محور X هى ....

(أ) (4- ,3) (ب) (4 ,3-) (جـ) (4- ,3-) (د) (4 ,3)

8 صورة النقطة (2 ,5) بالدوران $R(O, 180^\circ)$ متبوعًا بالدوران $R(O, 90^\circ)$ هى ....

(أ) (5 ,2) (ب) (5 ,2-) (جـ) (5- ,2) (د) (5- ,2-)

9 أىٌّ مما يلى يمكن أن يمثل احتمالًا لحدث ما؟

(أ) 0.2- (ب) 1.2 (جـ) 20% (د) 200%

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 **أوجد فى أبسط صورة:** $\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3}$ حيث $a \neq 0$ ، ثم **احسب** قيمة المقدار عندما $a = 2$

2 **إذا كان:** $(x - 2)$ أحد عاملى المقدار $x^2 - 7x + 10$ **أوجد** العامل الآخر.

3 **أوجد** فى Z مجموعة حل المتباينة: $2(2x + 3) \leqslant 5x + 2$

4 **أوجد فى أبسط صورة:** $(4a - 3b)^2 - (4a - 3b)(4a + 3b)$

5 **أوجد** مجموع مساحتى شبه المنحرف الذى ارتفاعه 6 بوصات، طولا قاعدتيه المتوازيتين 13 بوصة، 11 بوصة، ومربع طول قطره 20 بوصة.

6 **ارسم** على الشبكة التربيعية المثلث ABC الذى فيه A (5, 1) ، B (5, -3)، C (1, -3) ، ثم **أوجد** صورته بالانتقال (3- ,4-).

7 إذا سحبت بطاقة عشوائيًّا من بطاقات متماثلة مرقمة من 1 إلى 30 ، **فأوجد** احتمال أن تحمل البطاقة: عددًا مربعًا كاملًا.

تقييم نهائى 11

مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 $\sqrt[3]{a^{12}} = \sqrt{\ldots\ldots}$

(أ) a^4 (ب) a^2 (جـ) a^8 (د) a^6

2 أى مما يأتى يساوى 0.0000201 ؟

(أ) 201×10^4 (ب) 2.01×10^5 (جـ) 2.01×10^{-5} (د) 2.01×10^4

3 ما المتباينة التى تعبر عن أن درجة الطالب x فى أحد الاختبارات لا تقل عن 15؟

(أ) $x < 15$ (ب) $x \leqslant 15$ (جـ) $x > 15$ (د) $x \geqslant 15$

4 المقدار $\frac{m^{-4}}{m^{-6}}$ فى أبسط صورة = ...

(أ) m^4 (ب) $\frac{1}{m^{-2}}$ (جـ) $\left(\frac{1}{m}\right)^3$ (د) m^6

5 معين محيطه 12 سم وارتفاعه 5 سم ، فإن مساحته = ... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 60 (ب) 30 (جـ) 15 (د) 20

6 شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين 6 بوصات، 10 بوصات ، فإن طول قاعدته المتوسطة = ... بوصة.

(أ) 16 (ب) 8 (جـ) 10 (د) 12

7 صورة النقطة .... هى نفسها بالانعكاس فى محور X

(أ) (4, -4) (ب) (-4, 4) (جـ) (4, 0) (د) (0, 4)

8 انتقال النقطة (-3, -7) وحدتين لأعلى فتصبح صورتها هى النقطة ....

(أ) (-1, -7) (ب) (-3, 5) (جـ) (-1, -5) (د) (-3, -5)

9 أى مما يلى يصلح أن يكون احتمالًا لحدث ما؟

(أ) $\frac{-1}{3}$ (ب) 1.2 (جـ) 75% (د) $\frac{4}{3}$

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 **أوجد قيمة ما يلى فى أبسط صورة:** $\frac{2^{-1} \times 5^3 \times 10^5}{2 \times 10^3 \times 5^4}$

2 **اختصر لأبسط صورة:** $(x-3)^2 + (x-2)(x+7)$ ، ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما $x = 1$

3 **اختصر لأبسط صورة:** $\frac{20x^3 - 30x}{5x} + \frac{10x^2 - 25x}{-5x}$

4 إذا كان $(2x - 5)$ أحد عاملى المقدار $(6x^2 - 11x - 10)$ **فأوجد** العامل الآخر.

5 **ارسم** زاوية قياسها 75° ثم نصفها مستخدمًا المسطرة والفرجار، تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

6 **ارسم** فى المستوى الإحداثى المثلث ABC حيث A (2, 2) ، B (5, 1) ، C (4, 4) ، ثم **ارسم** صورته بالدوران R(O, 180°) متبوعًا بالدوران R(O, -90°).

7 ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين مع ملاحظة تتابع الصور والكتابات، **اكتب** فضاء العينة، ثم **أوجد** احتمال ظهور صورة واحدة على الأكثر.

تقييم نهائى 12

راجع إجابتك فى (100% إجابات)

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 المعكوس الضربى للعدد 3^{-2} هو ....

(أ) -6 (ب) $\frac{-1}{6}$ (جـ) $\frac{1}{9}$ (د) 9

2 مجموعة حل المعادلة: $3x^2 - 1 = 47$ فى N تساوى ....

(أ) {4 ، -4} (ب) {-4} (جـ) {4} (د) {2}

3 $2x(3x-1) =$ ....

(أ) $3x(2x-1)$ (ب) $6x(x-\frac{1}{3})$ (جـ) $2x(1-3x)$ (د) $6x^2-2$

4 إذا كان: $\frac{7x^3}{a} = -1$ فإن: a = ...

(أ) 1 (ب) -1 (جـ) $7x^3$ (د) $-7x^3$

5 شبه منحرف مساحته 32 سنتيمترًا مربعًا وطول قاعدته المتوسطة 8 سم، فإن ارتفاعه = ... سم.

(أ) 8 (ب) 4 (جـ) 6 (د) 2

6 معين مساحته 14 بوصة مربعة وطول أحد قطريه 4 بوصات فإن طول القطر الآخر = ... سم.

(أ) 7 (ب) 17.15 (جـ) 17.78 (د) 8.89

7 ما الانتقال الذى يجعل النقطة À (8, -1) صورة النقطة A (5, 2) ؟

(أ) (-3, 3) (ب) (3, -3) (جـ) (3, 3) (د) (-3, -3)

8 صورة النقطة (4, -2) بالدوران R (O, -90°) متبوعًا بالدوران R (O, 90°) هى ....

(أ) (-2, 4) (ب) (2, -4) (جـ) (4, -2) (د) (-4, 2)

9 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 4 ؟

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{1}{6}$

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 **اكتب ناتج ما يأتى بالصيغة العلمية:** $(0.096 \times 10^8) \div (0.12 \times 10^5)$

2 **أوجد فى N مجموعة الحل للمتباينة:** $3x + 9 < 6$

3 **اختصر لأبسط صورة:** $(2x-9)^2 + (x-9)(x+9)$

4 **اقسم:** $(x^3 - x^2 - 10x + 12)$ على $(x-3)$ ، ثم **أوجد** القيمة العددية لخارج القسمة عندما $x = 2$

5 **ارسم** المثلث ABC الذى فيه: AB = 4 سم، AC = 6 سم، BC = 8 سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

6 **ارسم** المضلع ABCD حيث A (1, 1) ، B (1, 4)، C (3, 3) ، D (4, 1) ، ثم **ارسم** صورته بالانعكاس فى محور Y.

7 فى تجربة تكوين عدد من رقمين من مجموعة الأرقام {3, 5, 6} ، اكتب فضاء العينة، ثم أوجد احتمال أن يكون العدد يقبل القسمة على 3.

تقييم نهائى 13

راجع إجابتك فى (100% إجابات)

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 مربع مساحته 121 مترًا مربعًا، فإن محيطه = ... مترًا.

(أ) 11 (ب) 22 (جـ) 44 (د) 40

2 أى مما يلى يعبر عن العدد (رُبع مليار) بالصيغة العلمية؟

(أ) 250 000 000 (ب) 25×10^7 (جـ) 2.5×10^8 (د) 2.5×10^{-8}

3 أى المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى Z هو $x = -7$ ؟

(أ) $x > -6$ (ب) $x < -6$ (جـ) $x > -7$ (د) $x < -7$

4 إذا كان x, y هما الجذرين التربيعيين للعدد Z ، فإن .... = $x + y$

(أ) 4 (ب) Z (جـ) 0 (د) 2

5 مربع مساحته تساوى مساحة مستطيل طوله 9 سم، وعرضه 2 سم، فإن طول قطره = ... سم.

(أ) 18 (ب) 22 (جـ) 6 (د) 9

6 شبه منحرف طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 7 سم، وارتفاعه 5 سم، ومساحته تساوى 50 سنتيمترًا مربعًا فإن طول قاعدته الأخرى = ... سم.

(أ) 12 (ب) 13 (جـ) 14 (د) 10

7 صورة النقطة A (...... , ...) بالدوران R (O, -90°) هى A` (5, -2) ؟

(أ) (-2, -5) (ب) (-5, 2) (جـ) (5, 2) (د) (2, 5)

8 صورة النقطة (2- ,5) بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y هى ....

(أ) (-5, 2) (ب) (5, -2) (جـ) (5,2) (د) (-5, -2)

9 كيس به 5 كرات زرقاء و3 كرات صفراء و4 كرات حمراء، جميعها متماثلة، عند سحب كرة عشوائيًا من الكيس وملاحظة لونها، ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة صفراء؟

(أ) $\frac{3}{10}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (جـ) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{4}$

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 إذا كان: $y = \frac{1}{2}$ ، $x = \frac{3}{4}$ ، فأوجد قيمة: $(y - x)^{-2}$

2 اختصر لأبسط صورة: $3x(4x - 2) + 2x(3 - 4x)$ ، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عند $x = -1$

3 أوجد فى Q مجموعة الحل للمعادلة الآتية: $(x - 2)(x + 2) = 21$

4 أوجد خارج قسمة: $\frac{8x - 16x^2 - 24x^3}{-4x}$ (حيث المقام ≠ 0)

5 ارسم المثلث ABC الذى فيه: AB = 6 سم، BC = 8 سم، $m(\angle B) = 90^\circ$ ، ثم نصف $\overline{AC}$ فى نقطة D.
قس كلًّا من $\overline{AC}$ ، $\overline{BD}$ هل $BD = \frac{1}{2}AC$؟

6 ارسم المثلث ABC الذى رءوسه A (-3, 2) ، B (1, 5)، C (3, 3) ، ثم ارسم صورته بالانتقال (3, 2).

7 من مجموعة الأرقام {2, 4, 5, 7} ، كون عددًا مكونًا من رقمين مختلفين، فإذا اختير أحد هذه الأعداد عشوائيًّا، فما احتمال أن يكون هذا العدد رقم آحاده أكبر من عشراته.

تقييم نهائى 14

راجع إجابتك فى (100% إجابات)

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 رُبع العدد 2^8 يساوى ....

(أ) 2^2 (ب) 2^6 (جـ) 2^4 (د) 2^7

2 إذا كان: $(3x + 2)^3 + 4 = -60$ فإن: $x =$ ....

(أ) -4 (ب) -6 (جـ) -2 (د) 2

3 إذا كان: $(4x - 3)^2 = ax^2 + bx + c$ ، فإن قيمة: $(a - c) - b =$ ....

(أ) -17 (ب) 31 (جـ) 17 (د) -31

4 9 ملايين بالصيغة العلمية = ...

(أ) 0.9×10^7 (ب) 90×10^5 (جـ) 9×10^6 (د) 900×10^4

5 مساحة مربع طول قطره 7 سم .... مساحة معين طولا قطريه 7 سم، 14 سم.

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) غير ذلك

6 شبه منحرف طول قاعدته الكبرى 12 سم، وطول القاعدة الصُّغرى نصف طول القاعدة الكبرى، والارتفاع نصف طول القاعدة الصُّغرى، فإن مساحة شبه المنحرف = ... سنتيمترًا مربعًا.

(أ) 216 (ب) 27 (جـ) 54 (د) 60

7 الدوران حول نقطة الأصل الذى يحول النقطة (-9, 0) إلى النقطة (0, 9) تكون زاويته قياسها ....

(أ) 360° (ب) 180° (جـ) 270° (د) 90°

8 إذا كانت `A هى صورة النقطة A بالانعكاس فى محور Y ، وكانت النقطة A تقع فى الربع الرابع، فما الربع الذى تقع فيه النقطة `A ؟

(ا) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

9 احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوى ....

(ا) 0 (ب) -1 (جـ) 1 (د) $\frac{1}{2}$

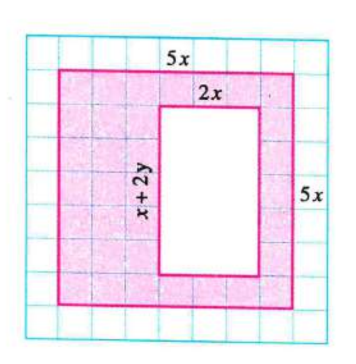
المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 **اكتب ناتج ما يأتى بالصيغة العلمية:** $(12.3 \times 10^{-4}) - (1.9 \times 10^{-5})$

2 **أوجد فى Z مجموعة حل المتباينة الآتية:** $3x - 7 \geqslant 5x - 11$

3 **أوجد فى أبسط صورة:** المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الجزء المظلل فى الشكل المقابل:



4 **أوجد قيمة:** b التى تجعل $7x - 5x^2 + 2x^3 + b$ يقبل القسمة على $(2x - 3)$ (حيث $x \neq \frac{3}{2}$)

5 **ارسم** المثلث XYZ الذى فيه: $XY = 7$ سم، $m(\angle X) = 80°$ ، $m(\angle Z) = 65°$ ، ثم نصف$(\angle X)$.

6 **ارسم** فى المستوى الإحداثى المستطيل ABCD حيث $A(-1, 0)$ ، $B(2, 0)$ ، $C(2, 4)$ ، $D(-1, 4)$ ، ثم ارسم صورته بالانتقال $(x, y) \to (x + 2, y + 3)$ متبوعًا بالانتقال $(-4, 0)$

7 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة: ما احتمال الحصول على عدد يحقق المتباينة: $2x - 1 \geqslant 3$



مجاب عنه

المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين، ما عدد مرات ظهور صورة على الأقل؟

(ا) 1 (ب) 2 (جـ) 3 (د) 4

2 $\frac{1}{4}$ العدد 4^8 هو ....

(ا) 4^2 (ب) 4^4 (جـ) 4^6 (د) 4^7

3 شبه منحرف ارتفاعه 5.4 سم وطولا قاعدتيه المتوازيتين 8 سم، 10 سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(ا) 48.6 (ب) 54 (جـ) 97.2 (د) 432

4 إذا كان : $7.5 \times 10^{n} = 0.000075$ فما قيمة n ؟

(ا) -5 (ب) -4 (جـ) 4 (د) 5

5 .... $= (x^3 + x^2 + x) \div x$

(ا) $x^3 + x^2$ (ب) $x^2 + x$ (جـ) $x^2 + x + 1$ (د) صفر

6 ما صورة النقطة (3, 4) بالانتقال $(x, y) \rightarrow (x - 4, y - 2)$ ؟

(ا) (2, 1) (ب) (1 ,-2) (جـ) (-1, 2) (د) (-1, -2)

7 إذا كان: $x^3 + 124 = -1$ فما قيمة x ؟

(ا) -5 (ب) -4 (جـ) 4 (د) 5

8 ما صورة النقطة (-2, 4) بالانعكاس فى محور X ؟

(ا) (-2, -4) (ب) (2 , 4) (جـ) (-4, 2) (د) (4, 2)

9 معين طولا قطريه 10 سم ، 15 سم، فإن مساحته تساوى .... سنتيمترًا مربعًا.

(ا) 37.5 (ب) 75 (جـ) 150 (د) 300

المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 **ارسم** قطعة مستقيمة طولها 4.5 سم، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.

2 **اختصر لأبسط صورة:** $\left(\frac{14}{15}\right)^0 - \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt[3]{\frac{64}{125}}$

3 إذا كان خارج قسمة المقدار: $(x^3 - 25x)$ على $(x + 5)$ ، هو $x^2 + a\,x$، فما قيمة a ؟

4 **اختصر لأبسط صورة المقدار:** $(4n - 3)^2 - (4n - 3)(4n + 3)$ ثم **أوجد** القيمة العددية للمقدار عند $n = -1$

5 **ارسم** على الشبكة التربيعية المستطيل ABCD الذى فيه: A (1, 1) ، B (3, 1)، C (3, 6) ، D (1, 6) ،

ثم **أوجد** صورته بالدوران R (O, 90°).

6 **ما مجموعة حل المتباينة:** $3x - 2 \leq 4$ فى N ؟

7 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على:

(ا) عدد أكبر من 2 ؟ (ب) عدد أولى أقل من 4 ؟

الإجابات النموذجية

الوحدة الأولى

الدرس الأول

س سؤال الدرس 1

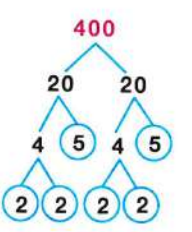
1

1 (أ) ► $(-5)\times(-5)\times(-5)=(-5)^3$

(ب) ► $3\times x\times x\times 3\times x=3^2\times x^3$

2 (أ) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

(ب)



► $400=2\times2\times5\times2\times2\times5=2^4\times5^2$

3 (أ) ► $x^y=(-2)^3=-8$

(ب) ► $(x+y)^3=(-2+3)^3=(1)^3=1$

(جـ) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2

1 (أ) ► $7^{-2}=\frac{1}{7^2}=\frac{1}{49}$

(ب) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 (أ) ► $\frac{x^4\times x^7}{x^5\times x^2}=\frac{x^{11}}{x^7}=x^4$

(ب) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

3 (1) 5^{x-1} (2) 2

تدرب على الدرس 1

1

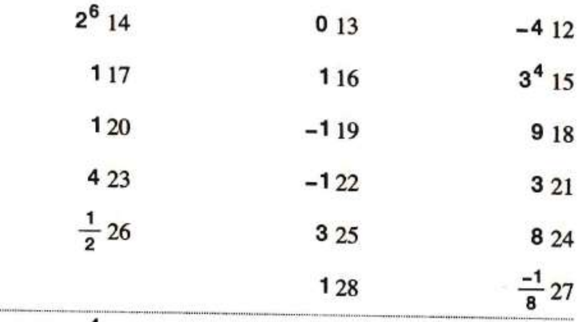
1 5^4	2 -64	3 10^3
4 $\left(\frac{5}{2}\right)^2$	5 -81	6 -1 أو 0
7 $\frac{9}{16}$	8 2^3	9 $\frac{1}{8}$
10 2^8	11 4	12 2^{14}
13 $\frac{4}{49}$	14 2^{16}	15 -1
16 $\frac{5}{3}$	17 $\frac{1}{16}$	18 2^5
19 $(-4)^{-3}$	20 4	21 -2
22 3^{x-1}	23 0	

2

1 7	2 3	3 3
4 $\left(\frac{1}{2}\right)^5$	5 3، 7	6 5
7 3	8 8^2 أو $(-2)^6$ أو 4^3	

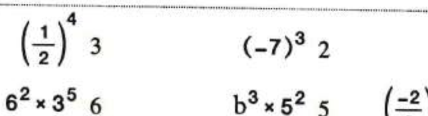
◄ تراعى الإجابات الصحيحة الأخرى.

9 $\frac{-16}{81}$	10 -125	11 2



12 -4	13 0	14 2^6
15 3^4	16 1	17 1
18 9	19 -1	20 1
21 3	22 -1	23 4
24 8	25 3	26 $\frac{1}{2}$
27 $\frac{-1}{8}$	28 1	

3



1 6^5	2 $(-7)^3$	3 $\left(\frac{1}{2}\right)^4$
4 $\left(\frac{-2}{3}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2$	5 $b^3\times5^2$	6 $6^2\times3^5$

4

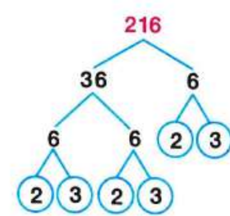
1

► $81=3\times3\times3\times3$

$=3^4$

2 ، 3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4



► $216=2\times3\times2\times3\times2\times3$

$=2^3\times3^3$

5 ، 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5

1 $>$	2 $<$	3 $>$
4 $=$	5 $<$	6 $<$
7 $>$	8 $>$	9 $<$
10 $=$	11 $=$	

6

1 ► $x^y=(-3)^4=3^4=81$

2 ► $-y^2=-(4)^2=-16$

3 ► $(-x)^3=(3)^3=27$

4 ، 5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

7

1 2	2 7	3 3	4 -4

8

1 $\frac{5}{x^2}$	2 $\frac{1}{a^3b^5}$	3 $\frac{b^5}{a^2}$
4 a^2	5 $\frac{a^3}{b^2}$	

9

1 ► $\left(\frac{-2}{5}\right)^4=\left(\frac{2}{5}\right)^4=\frac{16}{625}$

2 ► $-\left(\frac{5}{7}\right)^2=\frac{-25}{49}$

3 ► $-\left(\frac{2}{3}\right)^0=-1$

4 $\left(\frac{-1}{7}\right)^3 = \frac{-1}{343}$

من 5 إلى 10 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

11 $\frac{a^3 b^4 c^5}{a^2 b c^2} = a^{3-2} \times b^{4-1} \times c^{5-2} = ab^3c^3$

12 $\frac{2^5 \times 7^7 \times 10^7}{2^3 \times 10^5 \times 7^3} = 2^2 \times 7^4 \times 10^2$

13 $\frac{(-4)^2 \times (-4)^8}{(-4) \times (-4)^6} = (-4)^{2+8-1-6} = (-4)^3 = -64$

من 14 إلى 19 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

20 $\left(\frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^2}\right)^{-1} = (3^{5-2-2})^{-1} = (3^1)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

21 $\frac{-3 \times 5^{-3} \times 2^5}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-4}} = -3^2 \times 5 \times 2^2 = -180$

---

10 1 $a^2 \times b^{-2} = (5)^2 \times (-3)^{-2} = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$

2 $(x-y)^{-2} = (5-3)^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

من 3 إلى 5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

تحد نفسك على الدرس 1

11 ترتيب القيم تصاعديًا: 2^{-4} ، 2^{-3} ، 2^{-1} ، 2^0 ، 2^3

الوسيط هو: $2^{-1} = \frac{1}{2}$

---

12 كتلة الشمس بالكيلوجرام = $10^{27} \times 1000$

$= 10^{27} \times 10^3$

$= 10^{30}$ كيلوجرام

13

	2		0
3		×	2
9	×	1	= 9

---

14 $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$x = 3$

---

15 ليتساوى العددان فإن: $x^2 = x^3$

وهذا لا يتحقق إلا عندما: 1 أو 0 = x

اختبر نفسك على الدرس 1

1 1 9 | 2 $\frac{-27}{8}$ | 3 a^2 | 4 1 | 5 2^{a+1}

2 1 0 | 2 5 | 3 3^2 | 4 $\frac{7}{a}$ | 5 2^4

3 1 (أ) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$ (ب) $(-3)^2 = 3^2 = 9$

(جـ) $8^3 = 512$ (د) x^2

2 $x^{-2} - y^2 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$

الدرس الثانى

س سؤال الدرس 2

1 1 العدد 5 مليارات غير مكتوب بالصيغة العلمية.

السبب: لأن هذا العدد لا يتكون من حاصل ضرب عاملين

ولا يحقق المتباينة $1 \le |a| < 10$

2 العدد 0.08- غير مكتوب بالصيغة العلمية.

السبب: لأن هذا العدد لا يتكون من حاصل ضرب عاملين

ولا يحقق المتباينة $1 \le |a| < 10$

3 العدد 7×10^{-2} مكتوب بالصيغة العلمية.

السبب: لأن $1 \le |7| < 10$

يحقق المتباينة $1 \le |a| < 10$

من 4 إلى 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

---

2 1 (أ) $2.4 \times 10^4 = 24,000$

(ب) $5 \times 10^3 = 5,000$

(جـ)، (د) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 (أ) $0.000000009150 = 9.150 \times 10^{-9}$

(ب) $-4,500,000 = -4.5 \times 10^6$

(جـ) $162.9 = 1.629 \times 10^2$

---

3 1 (أ) $\frac{1}{2}$ مليار $= 50\,000\,0000 = 5 \times 10^8$

(ب) $-33 \times 10^6 = -3.3 \times 10 \times 10^6$

$= -3.3 \times 10^7$

(جـ)، (د) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 (أ) -4 (ب) 0

(جـ) -9.87 (د) -4

---

4 1 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 الترتيب التنازلى هو:

1.66×10^{-10} ، 1.54×10^{-10} ، 1.52×10^{-10} ، 1.06×10^{-10}

أى أن: ترتيب أطوال أقطار الذرات تنازليًا كالآتى:

ذرة الذهب ، ذرة الكربون ، ذرة الأكسجين ، ذرة الهيدروجين

---

5 1 $(2.5 \times 10^6) \times (6 \times 10^{12})$

$= (2.5 \times 6) \times (10^6 \times 10^{12})$

$= 15 \times 10^{18} = 1.5 \times 10^{19}$

2 $(1.5 \times 10^{-7}) \div (0.5 \times 10^{-5})$

$= (1.5 \div 0.5) \times (10^{-7} \div 10^{-5})$

$= 3 \times 10^{-2}$

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

تدرب على الدرس 2

1
1) 1×10^{15} 2) 3.15×10^{5} 3) 0.2×10^{7} 4) 23.5×10^{6}
5) 7×10^{3} 6) 8×10^{6} 7) 5×10^{9} 8) 2.9×10^{-4}
9) 7.3×10^{-5} 10) -3 11) -4 12) 5
13) 6 14) 2.45 15) 3.9 16) 3×10^{8}

2
1) 1.977×10^{6} 2) 2.45×10^{-5}
3) 2.98×10^{-5} 4) 1.9×10^{-8}
5) 2.025×10^{4} 6) 8.4×10^{8}
7) 1.2×10^{7} 8) 1.92×10^{8}
9) 1.64×10^{-6} 10) 58000
11) 0.00072

3
1) 2.12×10^{8} 2) -2.98×10^{7}
3) 7.8×10^{-4} 4) 4.7×10^{7}
5) 3.45×10^{8}

من 6 إلى 11 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

4
1) 360,000 2) 0.00567 3) 1,234,000
4) 5,400 5) 0.0432 6) 537,000

5
1) $(5.2 \times 10^{5}) \times (5 \times 10^{7})$
$= (5.2 \times 5) \times (10^{5} \times 10^{7})$
$= 26 \times 10^{12} = 2.6 \times 10^{13}$

2) $(4.5 \times 10^{11}) \div (9 \times 10^{8})$
$= \left(\frac{4.5}{9}\right) \times \left(\frac{10^{11}}{10^{8}}\right)$
$= 0.5 \times 10^{3} = 5 \times 10^{2}$

3) $(9.7 \times 10^{-5}) + (1.27 \times 10^{-4})$
$= (0.97 \times 10^{-4}) + (1.27 \times 10^{-4})$
$= (0.97 + 1.27) \times 10^{-4}$
$= 2.24 \times 10^{-4}$

4) $(1.4 \times 10^{18}) - (10.4 \times 10^{18})$
$= (1.4 - 10.4) \times 10^{18}$
$= -9 \times 10^{18}$

من 5 إلى 7 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

6
1) ◄ 12.3×10^{20} ، 12.3×10^{23} ، 12.3×10^{24}

2) نعيد كتابة الأعداد على الصيغة العلمية كالتالى:
◄ 4.56×10^{19} ، 4.56×10^{18} ، 4.56×10^{17}

الترتيب التصاعدى:
◄ 0.456×10^{18} ، 456×10^{16} ، 4.56×10^{19}

3 ، 4 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

7 الترتيب التنازلى:
المحيط الهادى 1.69×10^{8} ، المحيط الأطلسى 8.6×10^{7}
المحيط الهندى 7.3×10^{7} ، المحيط المتجمد الجنوبى 2.1×10^{7}
المحيط المتجمد الشمالى 1.4×10^{7}

8 ، **9** راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

10 كجم $180 \times 10^{3} = 1.8 \times 10^{5}$

11 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

12 10 دقائق = 10 × 60 = 600 ثانية
عدد رفرفات جناح نحلة العسل فى 10 دقائق
$= 230 \times 600$
$= 138,000$
$= 1.38 \times 10^{5}$

13 (أ) 1.67×10^{-24} (ب) 7.36×10^{25}

تحد نفسك على الدرس 2

14 1.6×10^{4} ، 1.5×10^{4} ، 1.7×10^{4} ، 1.3×10^{4} ، 1.4×10^{4}
◄ تراعى الإجابات الصحيحة الأخرى.

15 جم $0.0003 = 3 \times 10^{-4}$

16
◄ $x = 2^{4} \times 2^{13} \times 5^{13}$
$= 2^{4} \times (2 \times 5)^{13}$
$= 16 \times 10^{13} = 1.6 \times 10^{14}$

اختبر نفسك حتى الدرس 2

1
1) 5×10^{-4} 2) $-(2)^{4}$ 3) 8.4×10^{-2}
4) 2.4×10^{4} 5) 4

2
1) 1.984×10^{9} 2) $\frac{3}{2}$ 3) 2.345×10^{-5}
4) 1.7×10^{7} 5) 2 350 000 000

3
1) ◄ $(4.5 \times 4) \times (10^{7} \times 10^{8})$
$= 18 \times 10^{15}$
$= 1.8 \times 10^{16}$

2) ◄ 3.3×10^{23} ، 6.4×10^{23} ، 4.87×10^{24} ، 5.97×10^{24}

3) ◄ $123 \times 10^{8} = 1.23 \times 10^{10}$
◄ $0.00045 \times 10^{-6} = 4.5 \times 10^{-10}$

4) ◄ $(3.2 \times 10^{4}) + (45 \times 10^{4})$
$= (3.2 + 45) \times 10^{4}$
$= 48.2 \times 10^{4}$
$= 4.82 \times 10^{5}$

5) (أ) $\frac{b^2}{a^2}$ (ب) 625

الدرس الثالث

س سؤال الدرس 3

1 1 (أ) $\sqrt{(-3)^2}=3$ (ب) $-\sqrt{25\%}=-0.5$

(جـ) $\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$ (د) $-\sqrt{11\frac{1}{9}}=-\sqrt{\frac{100}{9}}=-\frac{10}{3}$

2 (أ) $\because 1.21x^2=1$

$\therefore x^2=\frac{1}{1.21}$

$\therefore x=\pm\sqrt{\frac{1}{1.21}}=\pm\frac{1}{1.1}=\pm\frac{10}{11}\notin Z$

مجموعة الحل = $\varnothing$

(ب) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

(جـ) $\because 4x^2-1=3x^2+8$

$\therefore 4x^2-3x^2=8+1$

$\therefore x^2=9$

$\therefore x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

مجموعة الحل = $\{3, -3\}$

(د) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

---

2 نفرض أن طول سور الحديقة a متر

$\therefore$ مساحة الحديقة = a^2

$\therefore a^2=400$

$\therefore a=\pm\sqrt{400}=\pm 20$

السالب مرفوض.

أى أن: طول سور الحديقة هو 20 مترًا.

---

3 1 $\sqrt[3]{216}=6$

2 $\sqrt[3]{\frac{-27}{125}}=\frac{-3}{5}$

3 $\sqrt[3]{0.001}=0.1$

من 4 إلى 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

---

4 1 (أ) $\sqrt[3]{\frac{729}{64}}\times\sqrt{\frac{64}{9}}\times\left(\frac{-8}{3}\right)^0$

$=\frac{9}{4}\times\frac{8}{3}\times 1=3\times 2=6$

(ب) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 (أ) $\because x^3=-216$

$\therefore x=\sqrt[3]{-216}=-6$

(ب) $\because x^3+3=30$

$\therefore x^3=30-3=27$

$\therefore x=\sqrt[3]{27}=3$

(جـ) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

(د) $\because \sqrt[3]{x}=-4$

$\therefore x=(-4)^3=-64$

(هـ) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

(و) $\because (5x-2)^3+10=18$

$\therefore (5x-2)^3=18-10=8$

$\therefore 5x-2=\sqrt[3]{8}=2$

$\therefore 5x=2+2=4$

$\therefore x=\frac{4}{5}$

3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

---

5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

تدرب على الدرس 3

1

1 -7
2 $\left|\frac{-2}{3}\right|$
3 25
4 2
5 ± 10
6 $\frac{-1}{2}$
7 $3x^2$
8 $\pm\frac{216}{125}$
9 24
10 $\frac{2}{3}$
11 0
12 -3
13 5
14 -512
15 y^4
16 3
17 49
18 -27

2

1 $\frac{5}{3}$
2 2
3 5
4 4
5 2
6 36
7 2.5
8 -2
9 2
10 125
11 1
12 $1,000$
13 $\frac{3}{2}$
14 8
15 25

---

3 1

576	2
288	2
144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$576=2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 3\times 3$

(2, 2, 2, 3)

$\pm\sqrt{576}=\pm 2\times 2\times 2\times 3=\pm 24$

2 $\sqrt{\left(\frac{-5}{8}\right)^2}=\left|\frac{-5}{8}\right|=\frac{5}{8}$

3 $-\sqrt{0.81}=-\sqrt{\frac{81}{100}}=-\frac{9}{10}=-0.9$

من 4 إلى 8 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

9 $-\sqrt{100a^4b^2}=-10a^2|b|$

10 $\sqrt{\frac{16a^8}{25b^6}}=\frac{4a^4}{5|b^3|}$ أو $\frac{4a^4}{5b^2|b|}$

11 $\sqrt{\frac{a^2}{b^{-2}}}=\sqrt{a^2b^2}=|a|\times|b|$

12 ، 18 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

19 $\sqrt[3]{64\times 2^3}=4\times 2=8$

20 $\sqrt[3]{343-7^3}=\sqrt[3]{343-343}=\sqrt[3]{0}=0$

21 $\sqrt{4}-\sqrt[3]{-8}=2-(-2)=2+2=4$

22 $\sqrt[3]{x^9}=x^3$

23 $\sqrt[3]{\frac{8x^3}{125y^6}}=\frac{2x}{5y^2}$

---

4 1 $\frac{4}{9}\times\frac{9}{4}\times 1=1$

2 $\frac{7}{8}\times\frac{8}{27}\times\frac{9}{7}=\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 $\frac{5}{3} \times \frac{9}{5} \times 1 = 3$

6 $-3 + \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = 1$

7 ، 8 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 1 $\because x^2 = 16$

$\therefore x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

مجموعة الحل = {4 ، -4}

2 $\because x^2 - 1 = 8$

$\therefore x^2 = 8 + 1 = 9$

$\therefore x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

مجموعة الحل = {3 ، -3}

3 $\because 3x^2 - 5 = 43$

$\therefore 3x^2 = 43 + 5 = 48$

$\therefore x^2 = \frac{48}{3} = 16$

$\therefore x^2 = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

مجموعة الحل = {4 ، -4}

من 4 إلى 9 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

10 $\because x^3 + 26 = -1$

$\therefore x^3 = -1 - 26 = -27$

$\therefore x = \sqrt[3]{-27} = -3$

مجموعة الحل = {-3}

11 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

12 $\because 3x^3 - 4 = 2x^3 + 4$

$\therefore 3x^3 - 2x^3 = 4 + 4$

$\therefore x^3 = 8$

$\therefore x = \sqrt[3]{8} = 2$

مجموعة الحل = {2}

13 $\because (x-1)^3 + 2 = -6$

$\therefore (x-1)^3 = -6 - 2 = -8$

$\therefore x - 1 = \sqrt[3]{-8} = -2$

$\therefore x = -2 + 1 = -1$

مجموعة الحل = {-1}

14 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

15 $\because 10x^3 = 0.27$

$\therefore x^3 = \frac{0.27}{10}$

$\therefore x^3 = \frac{27}{1000}$

$\therefore x = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \frac{3}{10} = 0.3 \notin Z$

مجموعة الحل = $\varnothing$

6 نفرض أن طول ضلع المربع ℓ سم، فتكون مساحته ℓ^2 سم^2

$\therefore \ell^2 = 100$

$\therefore \ell = \sqrt{100} = 10$

∴ طول ضلع المربع يساوى 10 سنتيمترات، وحيث إن محيط المربع (p)

$\therefore p = 4 \times 10 = 40$

أى أن: محيط المربع = 40 سنتيمترًا.

7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

8 مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

($\frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36$)

∵ مساحة المربع = مساحة المثلث

∴ مساحة المربع = 36 سم^2

طول ضلع المربع = 6 سم

(لأن: $\sqrt{36} = 6$)

9 نفرض أن طول ضلع المربع x

∴ مساحة المربع = x^2

$\therefore \frac{3}{4}x^2 = 1\frac{11}{64}$

$\therefore x^2 = \frac{75}{64} \times \frac{4}{3} = \frac{25}{16}$

$\therefore x = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$

∴ طول ضلع المربع = $\frac{5}{4}$ متر

10 ، 11 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

12 طول حرف المكعب x^2

(لأن: $\sqrt[3]{x^6} = x^2$)

عندما $x = 10$

طول حرف المكعب $x^2 = 100$

مجموع أطوال أحرفه = 1200 وحدة طول

(لأن: $100 \times 12 = 1200$)

تحد نفسك على الدرس 3

13 72 سم (لأن: $12 \times 6 = 72$)

14 81 سم^2

إجابة بنك أسئلة الوحدة الأولى

• أولًا: قياس المفاهيم:

1

1 7^3	2 625	3 -64
4 $(-8)^2$	5 $\left(\frac{-5}{2}\right)^3$	6 -1
7 9	8 4^3	9 3^3
10 5×5^2	11 $\frac{-9}{4}$	12 $\frac{1}{9}$
13 5^{-2}	14 -3	15 2^{x+1}
16 7×10^9	17 10.1×10^5	18 4

من 19 إلى 36 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2

1 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	2 $\left(\frac{-2}{3}\right)^3$	3 2
4 2	5 4	6 -1
7 a^3	8 -7	9 35
10 $\frac{-3}{2}$	11 1	12 $\frac{7}{3}$
13 3×5^2 أو 75	14 -3	15 2
16 -2	17 3	18 1.723×10^5
19 3.14×10^{-4}	20 2.3×10^{-5}	21 6.29×10^8
22 1.29×10^{11}	23 8.3×10^8	24 1.89×10^{-5}
25 $720,000$		

من 26 إلى 40 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

• ثانيًا: تطبيق المفاهيم العلمية:

3

1 $>$	2 $>$	3 $=$
4 $>$	5 $<$	6 $<$

من 7 إلى 14 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4

1 2^5	2 $2^2 \times 5^2$
3 7^3	4 5^4

5

1 9.4×10^7	2 9.5×10^{-6}

من 3 إلى 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6

1 $2,400$	2 0.0194
3 $20,010$	4 0.000062

7

1 $(-2)^{3+2} = (-2)^5 = -32$

2 $\left(\frac{2}{7}\right)^{-7+9} = \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{4}{49}$

3 $5^{3+5-1-6} = 5^1 = 5$

4 $a^{7-5} b^{4-6} = a^2 b^{-2} = \frac{a^2}{b^2}$

5 $(-6)^{3-2+4-3} = (-6)^2 = 6^2 = 36$

6 $a^{2-7+3-5} = a^{-7} = \frac{1}{a^7}$

من 7 إلى 14 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

15 $\frac{4}{5} + \frac{1}{5} - 1 = 1 - 1 = 0$

16 $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} \times 1 = 1$

17 $-5 + 5 - 5 = -5$

18 $\frac{1}{2} - \left(\frac{-1}{2}\right) - 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 = 0$

8

1 $(6.2 \times 4.8) \times (10^4 \times 10^3)$

$= 29.76 \times 10^7 = 2.976 \times 10^8$

2 $\frac{6.3 \times 10^3}{0.9 \times 10^{-2}} = \left(\frac{6.3}{0.9}\right) \times \left(\frac{10^3}{10^{-2}}\right)$

$= 7 \times 10^5$

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

9

1 $62.3 \times 10^5 = 6.23 \times 10^6$

$0.623 \times 10^9 = 6.23 \times 10^8$

6.23×10^7

الترتيب التنازلى هو:

0.623×10^9 ، 6.23×10^7 ، 62.3×10^5

2 $0.923 \times 10^{11} = 9.23 \times 10^{10}$

$923,000,000 = 9.23 \times 10^8$

$92.3 \times 10^{12} = 9.23 \times 10^{13}$

الترتيب التنازلى هو:

92.3×10^{12} ، 0.923×10^{11} ، $923,000,000$

3 $73.4 \times 10^{-6} = 7.34 \times 10^{-5}$

$0.0734 \times 10^{-5} = 7.34 \times 10^{-7}$

7.34×10^{-8}

الترتيب التنازلى هو:

73.4×10^{-6} ، 0.734×10^{-5} ، 7.34×10^{-8}

10

1 $\because x^2 = 36$

$\therefore x = \pm\sqrt{36} = \pm 6$

∴ مجموعة الحل = $\{6, -6\}$

2 $\because x^2 - 5 = 44$

$\therefore x^2 = 44 + 5 = 49$

$\therefore x = \pm\sqrt{49} = \pm 7$

∴ مجموعة الحل = $\{7, -7\}$

3 $\because 2x^2 + 3 = 53$

$\therefore 2x^2 = 53 - 3 = 50$

$\therefore x^2 = \frac{50}{2} = 25$

$\therefore x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

∴ مجموعة الحل = $\{5, -5\}$

4

$\because 3x^2 - 1 = 146$

$\therefore 3x^2 = 146 + 1 = 147$

$\therefore x^2 = \frac{147}{3} = 49$

$\therefore x = \pm\sqrt{49} = \pm 7$

∴ مجموعة الحل = $\{7 , -7\}$

من 5 إلى 9 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

10

$\because 5x^3 + 9 = 3x^3 + 11$

$\therefore 5x^3 - 3x^3 = 11 - 9$

$\therefore 2x^3 = 2$

$\therefore x^3 = \frac{2}{2} = 1$

$\therefore x = \sqrt[3]{1} = 1$

∴ مجموعة الحل = $\{1\}$

11 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

• ثالثًا: التحليل وتكامل المواد:

11

1 $(-b)^a = (7)^3 = 343$

2 $a^2 \times b^{-3} = (4)^2 \times (2)^{-3} = \frac{16}{8} = 2$

3 $(a-b)^{-4} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-4} = \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{256}{81}$

12

$160 \times 1,000 = 160,000$

$= 1.6 \times 10^5$

∴ كتلة الحمولة = 1.6×10^5 كجم

13

$0.0009109 \times 10^{-27} \times 1,000$

$= 9.109 \times 10^{-28}$

∴ وزن الإلكترون = 9.109×10^{-28} جرام

14

$xz = \sqrt{144} = 12$

$yz = \sqrt{49} = 7$

∴ طول $\overline{xy} = xz + yz$

$= 7 + 12 = 19$ سم

من **15** إلى **17** راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

اختبارات الأضواء على الوحدة الأولى

إجابة اختبار الأضواء 1

1 1 -64 2 8×10^9 3 6

2 1 0 2 $\frac{5}{3}$ 3 5

3 من 1 إلى 3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4 $\frac{a^{-1}}{b^2}\left(\frac{a^{-1}}{2b^2}\right)^{-1} = \frac{a^{-1}}{b^2} \times \frac{2b^2}{a^{-1}} = 2$

5 $\sqrt{\frac{64}{81}} - \sqrt[3]{\frac{-1}{729}} + \left(\frac{-3}{7}\right)^0 = \frac{8}{9} + \frac{1}{9} + 1$

$= 1 + 1 = 2$

6 $\frac{a^7 \times a^8 \times a^2}{a^3 \times a^9 \times a^5} = \frac{a^{17}}{a^{17}} = 1$

4 1

$\because x^3 + 1 = 0$

$\therefore x^3 = -1$

$\therefore x = \sqrt[3]{-1} = -1$

2

$\because x^2 = 16$

$\therefore x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

من 3 إلى 5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6

$\because x^2 = \sqrt[3]{\sqrt{8^4}}$

$\therefore x^2 = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$

$\therefore x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

5 1

$\frac{1}{4}$ مليار $= 250,000,000$

$= 2.5 \times 10^8$

2 ، 3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6

$a^{-2} - b^2 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$

7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

8 طول حرف المكعب = 5 سم

إجابة اختبار الأضواء 2

1 1 5^2 2 x^4 3 0.002

2 1 $\frac{3}{2}$ 2 1 3 -1

3 1 $n = -5$ 2 $n = 8.5$

4 1

$\frac{8^{10} \times 8^{-2}}{8^5 \times 8} = \frac{8^8}{8^6} = 8^2 = 64$

2 ، 3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4

$\sqrt{\frac{81}{49}} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 + \sqrt[3]{\frac{125}{343}}$

$= \frac{9}{7} + 1 + \frac{5}{7} = \frac{14}{7} + 1$

$= 2 + 1 = 3$

الوحدة الثانية

الدرس الأول

س سؤال الدرس 1

1 1 $x \geq 16$ 2 $x \leq 30°$ 3 $x \geq 160$

---

2 1 (أ) > (ب) >

(جـ) < (د) >

2 (أ) ، (ب) ، (جـ) ، (د) ، (هـ) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

(و) $\frac{4x-6}{2} < \frac{5(x-1)}{3}$

$3(4x-6) < 10(x-1)$

$12x - 18 < 10x - 10$

$\therefore 12x - 10x < -10 + 18$

$2x < 8$

$\therefore x < 4$

∴ مجموعة الحل فى N هى = $\{0, 1, 2, 3\}$

∴ مجموعة الحل فى Z هى = $\{3, 2, 1, 0, -1, -2, ...\}$

∴ مجموعة الحل فى Q هى = $\{x : x \in Q, x < 4\}$

تدرب على الدرس 1

1 1 $x > 7$ 2 $x < 50°$ 3 $3x \geq 4$

4 $2x < 5$ 5 $x \geq 30$ 6 $x \geq 3$

7 $x \leq 6$ 8 4 9 7

10 $x < -3$ 11 $-x \geq -7$ 12 $-x < 4$

13 $x + 2 > -3$ 14 $-x < 2$

---

2 1 $x > 4000$ 2 $x \leq 80$ 3 $x \geq 17$

4 $2x - 5 < 7$ 5 $5x - 17 \leq 8$ 6 $3x + 2 > 5$

7 $\frac{1}{2}x + 7 \geq 3$ 8 $\varnothing$ 9 $\{0\}$

10 $7x + 32 \leq 200$ ، 24

---

3 1 $x + 3 \geq 5$

$x \geq 5 - 3$

$x \geq 2$

مجموعة الحل = $\{2, 3, 4, ...\}$

2 $x - 2 > 1$

$x > 1 + 2$

$x > 3$

مجموعة الحل = $\{4, 5, 6, ...\}$

من 3 إلى 5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6 $-2x \leq 0$ $\div (-2)$

$x \geq 0$

مجموعة الحل = $\{0, 1, 2, 3, ...\}$

5 1 (أ) $\because \frac{1}{2}x^2 = 32$

$\therefore x^2 = 32 \times 2 = 64$

$\therefore x = \pm\sqrt{64} = \pm 8$

(ب) $\because x^3 - 1 = 999$

$\therefore x^3 = 999 + 1 = 1000$

$\therefore x = \sqrt[3]{1000} = 10$

(جـ) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 (أ) ، (ب) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

(جـ) $\because (5x-2)^2 + 10 = 19$

$\therefore (5x-2)^2 = 19 - 10 = 9$

$\therefore 5x - 2 = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

$5x - 2 = -3$	$\therefore 5x - 2 = 3$
$5x = -3 + 2 = -1$	$5x = 3 + 2 = 5$
$x = \frac{-1}{5}$ (مرفوض) $\notin Z$	$x = 1$

مجموعة الحل = $\{1\}$

---

6 1 $6{,}000 \times 500 = 3{,}000{,}000 = 3 \times 10^6$

2 مليون $\frac{1}{2} \div 0.0025 = 5 \times 10^5 \div 2.5 \times 10^{-3}$

$= \frac{5}{2.5} \times \frac{10^5}{10^{-3}} = 2 \times 10^8$

3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4 $(5.2 \times 10^9) - (8.5 \times 10^8) = (52 - 8.5) \times 10^8$

$= 43.5 \times 10^8$

$= 4.35 \times 10^9$

---

7 نفرض أن طول ضلع المربع = ℓ سم

∵ مساحة المثلث = مساحة المربع

$\therefore \ell^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 8$

$\therefore \ell^2 = 36$

$\therefore \ell = \sqrt{36} = 6$

أى أن: طول ضلع المربع = 6 سم

---

8 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

7

$2-3x<5$

$-3x<5-2$

$-3x<3$

$x>\frac{3}{(-3)}$

$x>-1$

مجموعة الحل = $\{0 , 1 , 2 , 3 , ...\}$

8 ، 9 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

4 1

$x+5>2$

$x>2-5$

$x>-3$

مجموعة الحل = $\{-2 , -1 , 0 , 1 , ...\}$

2

$\frac{1}{2}x+7<6$

$\frac{1}{2}x<6-7$

$\frac{1}{2}x<-1$

$x<-2$

مجموعة الحل = $\{-3 , -4 , -5 , ...\}$

3

$\frac{3}{4}x+8>2$

$\frac{3}{4}x>2-8$

$\frac{3}{4}x>-6$

$x>-6 \div \frac{3}{4}$

$x>-8$

مجموعة الحل = $\{-7 , -6 , -5 , ...\}$

من 4 إلى 6 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

5 1

$2(x+5)-3<12$

$2x+10<12+3$

$2x+10<15$

$2x<15-10$

$2x<5$

$x<\frac{5}{2}$

مجموعة الحل = $\{x : x \in Q , x<\frac{5}{2}\}$

من 2 إلى 4 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

6 نفرض أن سعر البيتزا هو x

$3x+40\le 400$

$3x\le 400-40$

$3x\le 360$

$x\le\frac{360}{3}$

$x\le 120$

أى أن: أقصى سعر للبيتزا الواحدة هو 120 جنيهًا.

---

7 1 حل أحمد هو الحل الخاطئ، بينما حل إيهاب هو الحل الصحيح؛ وذلك **لأنه** عند القسمة على عدد سالب نقوم بتغيير اتجاه علامة التباين.

2 الحل (1) هو الخطأ. **لأن** عند ضرب $\left(\frac{-x}{0.8}\right)$ فى (-0.4)

تكون الإجابة: $\frac{x}{2}$ وليس $2x$

من 8 إلى 10 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

11 نفرض أن عدد الأسابيع هو x

$200x+1000\ge 4000$

$200x\ge 4000-1000$

$200x\ge 3000$

$x\ge\frac{3000}{200}$

$x\ge 15$

أى أن: أقل عدد من الأسابيع سيحتاجها فادى لتوفير المال لشراء الهاتف هو 15 أسبوعًا.

12

$x+225\le 300$

$x\le 75$

أقصى قيمة لـ x هى 75 كجم.

---

13 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

14 نفرض أن عدد القمصان هو x

$240x-400\le 3200$

$240x\le 3200+400$

$240x\le 3600$

$x\le 3600 \div 240$

$x\le 15$

أى أن: أقصى عدد من القمصان يمكن شراؤه هو 15

---

15 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

16 نفرض أن الأعداد هى $x , x+1 , x+2$

$x+x+1+x+2>100$

$3x+3>100$

$3x>97$

$x>\frac{97}{3} \Rightarrow x>32\frac{1}{3}$

أى أن: الأعداد هى 33 , 34 , 35

تحد نفسك على الدرس 1

17 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

18 **درسنا من الترم الأول أن:**

الفرق بين الضلعين < طول أى ضلع < مجموع الضلعين الآخرين

$2x-4<8+6$ و $2x-4>8-6$

$2x<14+4$ و $2x>2+4$

$2x<18$ و $2x>6$

$x<9$ و $x>3$

$x=4 , 5 , 6 , 7 , 8$

---

19 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

اختبر نفسك على الدرس 1

1 1 $x < -1$ 2 $\{0\}$ 3 $x \geq 3$
4 -4 5 $\varnothing$

2 1 $x \leq 7$ 2 $4x - 7 < 5$ 3 $2x + 5 \geq 11$
4 $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ 5 $\{-3, -2, -1, ...\}$

3 1
$5x + 7 \leq 2$
$5x \leq 2 - 7$
$5x \leq -5 \quad \div (5)$
$x \leq -1$

مجموعة الحل فى $N = \varnothing$

2 ، 3 **راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)**

4 الحل (2) هو الحل الخطأ؛ لأن عند القسمة أو الضرب فى عدد سالب نقوم بتغيير اتجاه علامة التباين.

الدرس الثانى

س سؤال الدرس 2

1 1 $(3a^2)(8b) = 24a^2b$

2 $\left(\frac{-3}{4}\ell^2m\right)\left(\frac{-4}{3}\ell m^2\right)$
$= \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-4}{3}\right)\ell^3m^3 = \ell^3m^3$

3 $(5r^3s^2t)(-rt^4) = -5r^4s^2t^5$

2 1 (أ) $(7xy) \times (4xy) = 28x^2y^2$
(ب) $(3a)(a) + (2a)(2a) + (3a)(a)$
$= 3a^2 + 4a^2 + 3a^2 = 10a^2$

2 (أ) $2(\ell^2 + 2\ell) = 2\ell^2 + 4\ell$
(ب) $-2mn(m^2n + 5n)$
$= -2m^3n^2 - 10mn^2$
(جـ) ، (د) **راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)**

3 1 (أ) $3(x + 2y) + 4x = 3x + 6y + 4x$
$= 7x + 6y$
(ب) $5(a + 3b) - (2a + b)$
$= 5a + 15b - 2a - b$
$= 3a + 14b$
(جـ) ، (د) **راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)**

2 $3(1 - 2a) - (a^2 - 5a + 3) + 2a(a + 3)$
$= 3 - 6a - a^2 + 5a - 3 + 2a^2 + 6a$
$= a^2 + 5a$

القيمة العددية للمقدار الناتج عندما $a = -2$
$(-2)^2 + 5(-2) = 4 - 10 = -6$

4 1 (أ) مساحة المنطقة المظللة تساوى
$b(3a + 2) + (2a)(b)$
$= 3ab + 2b + 2ab = 5ab + 2b$
(ب) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 مساحة ملعب كرة القدم قبل زيادة عرضه تساوى
$3x(2x^2 + x - 1) = 6x^3 + 3x^2 - 3x$ (متر مربع)
مساحة ملعب كرة القدم بعد زيادة عرضه تساوى
$4x(2x^2 + x - 1) = 8x^3 + 4x^2 - 4x$ (متر مربع)
مقدار الزيادة فى مساحة الملعب تساوى
$(8x^3 + 4x^2 - 4x) - (6x^3 + 3x^2 - 3x)$ (متر مربع)
$= (2x^3 + x^2 - x)$ (متر مربع)

5 1 (أ)
$\because 2x(x + 1) - 2(x + 1) = 0$
$\therefore 2x^2 + 2x - 2x - 2 = 0$
$\therefore 2x^2 - 2 = 0$
$\therefore 2x^2 = 2$
$\therefore x^2 = \frac{2}{2} = 1$
$\therefore x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$
$\therefore$ مجموعة الحل = $\{-1, 1\}$
(ب) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 $\because$ حجم الماء المتسرب = حجم الخزان - حجم المياه المتبقية فى الخزان
$\therefore (x)(x)(2x + 3) - (x)(x)(x + 3) = 27$
$\therefore x^2(2x + 3) - x^2(x + 3) = 27$
$\therefore 2x^3 + 3x^2 - x^3 - 3x^2 = 27$
$\therefore x^3 = 27$
$\therefore x = \sqrt[3]{27} = 3$ متر

تدرب على الدرس 2

1 1 $6x^2$ 2 $8t^3$ 3 $-21x^2$
4 $20x^5$ 5 $-6x^4$ 6 $15x^6$
7 8 8 $-12x^5$ 9 $10a^7b^7$
10 $2x + 6$ 11 x^2

2 1 $18x^7$ 2 $-24x^4$ 3 $-3t^2$
4 $24x^9$ 5 21 6 $10a^2b^2$
7 $35a^5b^5c$ 8 $4a^2bc^5$ 9 $5a^3b^4c^5$
10 $-8a^7$ 11 $18x^3y^6$

من 12 إلى 20 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

3 1 $54x^5y^9$
2 $-15x^3y^3$
3 $24m^6$
4 $5ab^3c^2$
5 $4a^6b^6$
6 $-7t^4r^3$
7 $-28p^5s^2r^2$
8 $21a^2 + 15ab$

من 9 إلى 14 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4 1

$12x^3 + 8x^2 + 28x - 8x^2$

$= 12x^3 + 28x$

2

$15x^2 + 9x - 6 - 15x^2$

$= 9x - 6$

3 ، 4 **راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)**

5

$x^3 - x^2 - x + 3x^2 + 3x + 3$

$= x^3 + 2x^2 + 2x + 3$

6

$x^3 - 2x^2 + 4x + x^3 + 2x^2$

$= 2x^3 + 4x$

5

$6x^2 - 2x + 3x^2 + 6x$

$= 9x^2 + 4x$

عند $x = 1$

$= 9(1)^2 + 4(1) = 13$

من 6 إلى 8 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

---

9 يتم تقسيم قطعة الورق إلى مستطيلين

مساحة قطعة الورق = مساحة المستطيل الأول + مساحة المستطيل الثانى

$x(3x + 3) + x(4x)$

$= 3x^2 + 3x + 4x^2$

$= 7x^2 + 3x$ (وحدة مساحة)

---

10 مساحة الشكل = مساحة المربع + مساحة المستطيل

$x(x) + x(5x)$

$= x^2 + 5x^2$

$= 6x^2$ (وحدة مساحة)

---

11 ، **12** **راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)**

---

13 حجم المكعب = طول الحرف × نفسه × نفسه

$(x)(x)(x) = x^3$ (وحدة حجم)

---

14 صافى الربح = إجمالى الإيرادات - إجمالى المصروفات

$5n^2(3n^2 + 4n + 20) - 10n(3n^2 + 4n + 20)$

$= 15n^4 + 20n^3 + 100n^2 - (30n^3 + 40n^2 + 200n)$

$= 15n^4 + 20n^3 + 100n^2 - 30n^3 - 40n^2 - 200n$

$= 15n^4 - 10n^3 + 60n^2 - 200n$

---

15 ، **16** **راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)**

---

17 (أ) مساحة الجزء المظلل

$x(2x + y)$

$= 2x^2 + xy$ (وحدة مساحة)

(ب) مساحة الجزء المظلل

$2x(x + 6) - 2(x)$

$= 2x^2 + 12x - 2x$

$= 2x^2 + 10x$ (وحدة مساحة)

(جـ) مساحة الجزء المظلل

$5x(2x^2 + 3x + 5) - 2x(3x + 4)$

$= 10x^3 + 15x^2 + 25x - 6x^2 - 8x$

$= 10x^3 + 9x^2 + 17x$ (وحدة مساحة)

(د)

مساحة الجزء المظلل =

$3x(x^2 + 3x + 9) - 2x(2x + 3)$

$= 3x^3 + 9x^2 + 27x - 4x^2 - 6x$

$= 3x^3 + 5x^2 + 21x$ (وحدة مساحة)

---

18 مساحة الحديقة =

$7x(3x + 2) - 3x(2x)$

$= 21x^2 + 14x - 6x^2$

$= 15x^2 + 14x$ (وحدة مساحة)

---

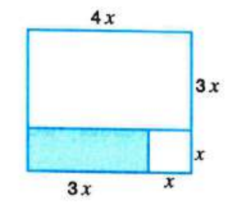
19 **(الطريقة الأولى):** مساحة الجزء المظلل =

$4x(4x) - x(x)$

$= 16x^2 - x^2$

$= 15x^2$ (وحدة مساحة)

(الطريقة الثانية):



مساحة الجزء المظلل = $4x(3x) + x(3x)$

$= 12x^2 + 3x^2$

$= 15x^2$ (وحدة مساحة)

من 20 إلى 22 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

تحد نفسك على الدرس 2

23 نفرض أن: مساحة الحديقة = A م^2

مساحة الحديقة = الطول × العرض

$A = 50(x)$ ⇐ (1)

مساحة الحديقة بعد أن زاد طولها بمقدار x م، وزادت مساحتها بمقدار 100 م^2

$A + 100 = x(50 + x)$

من (1)

$50x + 100 = 50x + x^2$

$x^2 = 100$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{100}$

$x = 10$ أو $x = -10$ (مرفوض)

∴ قيمة x = 10 أمتار

---

24 ∵ الشكل قياسات زواياه الأربع قوائم؛ فهو مستطيل.

∴ مساحة الجزء المظلل = مساحة المستطيل - مساحة المثلث

∴ مساحة الجزء المظلل تساوى

$2x(3x + 2) - \frac{1}{2}(2x)(x + 1)$

$= 6x^2 + 4x - x^2 - x$

$= (5x^2 + 3x)$ (سنتيمتر مربع)

اختبر نفسك حتى الدرس 2

1 1 $5x^2$ 2 $14x^3y^2$ 3 $-24a^2bc^2$ 4 $15a^2b^2$ 5 $5x+10$

2 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

3 1 $2x(3x+y)+y(-2x+1)$
$=6x^2+2xy-2xy+y$
$=6x^2+y$

2 $-hg(3h^2g-4hg^2+2hg)$
$=-3h^3g^2+4h^2g^3-2h^2g^2$

4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 ∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض
∴ مساحة المستطيل تساوى
$5x(x^2+3x+4)=5x^3+15x^2+20x$ (وحدة مساحة)
عندما $x=2$
$5(2)^3+15(2)^2+20(2)$
$=5(8)+15(4)+40$
$=40+60+40=140$ (وحدة مساحة)

6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

الدرس الثالث

س سؤال الدرس 3

1 1 $ab+2a+5b+10$
2 $x^2+4x+x+4=x^2+5x+4$
3 $6x^2+5x-4$

2 1 $8x^2-18x-35$
2 $6a^2-32a+42$

3 1 $4x^2-12x+9$
2 $16a^2+40a+25$

4 1 $x^2+14x+49-[x^2-49]$
$=x^2+14x+49-x^2+49$
$=14x+98$
2 $a^2+8a+16-a^2$
$=8a+16$
3 $x^2+2xy+y^2-x^2+y^2$
$=2xy+2y^2$
4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 1 $4a^3-6a^2+14a-2a^2+3a-7$
$=4a^3-8a^2+17a-7$
2 $3m^3+18m^2-36m+4m^2+24m-48$
$=3m^3+22m^2-12m-48$

تدرب على الدرس 3

1 1 b^2 2 0 3 4 4 -9 5 20 6 $4xy$ 7 -1 8 9 9 $7y$ 10 2 11 36 12 1 13 3 14 11 15 49 16 $-4ab$ 17 104 18 -3

2 1 x^2 2 x 3 28 4 $3x^2, 4x$ 5 $2x, 3$ 6 $7x$ 7 x^2-16 8 $a^2-9a+14$
9 $(x+5)^2=x^2+10x+25$
10 $(a-2b)^2=a^2-4ab+4b^2$
11 $(x+4)(x+3)=x^2+7x+12$
12 $-49 ، 0$ 13 4 14 $-1 ، -6$ 15 10 16 100 17 5 18 17 19 1 20 10 21 16 22 2

3 1 $a^2+4a+3a+12$
$=a^2+7a+12$
2 $(x+3)(-x+5)=-x^2+5x-3x+15$
$=-x^2+2x+15$
3 $x^2-4x+5x-20$
$=x^2+x-20$
4 $2x^2+xy-2xy-y^2$
$=2x^2-xy-y^2$
من 5 إلى 9 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4 1 $15x^2-4x-3$
2 $30x^2-7x-2$
3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)
4 $6a^2-11ab+4b^2$
5 $24x^2-62x+14$
6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 1 $x^2+14x+49$
2 $x^2-12x+36$
3 $4x^2+20xy+25y^2$
4 $16a^2-56a+49$
5 $4a^2+4ab+b^2$
6 $(x+3)(x^2+4x+4)$
$=x^3+4x^2+4x+3x^2+12x+12$
$=x^3+7x^2+16x+12$

6 1 x^2-4
من 2 إلى 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)
5 $49-9x^2$
6 $(x^2-4)(x^2+4)=x^4-16$

7

$9x^2 - 4 + 7$

$= 9x^2 + 3$

القيمة العددية عندما: $x = 1$

$9(1)^2 + 3 = 12$

8 ، 9 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

10

$4n^2 - 4n + 1 - [4n^2 - 1]$

$= 4n^2 - 4n + 1 - 4n^2 + 1$

$= -4n + 2$

القيمة العددية عندما: $n = -3$

$-4(-3) + 2 = 14$

11

$x^2 - 10x + 25 - [x^2 + 6x + 9]$

$= x^2 - 10x + 25 - x^2 - 6x - 9$

$-16x + 16$

القيمة العددية عندما: $x = 2$

$= -16(2) + 16 = -16$

12 1 $x^2 + 3x + 2$

2 $4x^2 + 12x + 9$

3 $6x^2 + 17x + 5$

نموذج مساحة المستطيل راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

13 1 $(3x+5)(5x+4) - (3x-1)(x)$

$= 15x^2 + 37x + 20 - 3x^2 + x$

$= 12x^2 + 38x + 20$

2 $\frac{1}{2}[(2x+3)(3x+2)]$

$= \frac{1}{2}[6x^2 + 13x + 6]$

$= 3x^2 + \frac{13}{2}x + 3$

3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

14 1 $x^2 - 9 = 7$

$x^2 = 16$

$x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

مجموعة الحل فى Q = $\{-4, 4\}$

2 $x^3 + 3x^2 + 9x - 3x^2 - 9x - 27 = 0$

$x^3 - 27 = 0$

$x^3 = 27$

$x = \sqrt[3]{27} = 3$

مجموعة الحل فى Q = $\{3\}$

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

15 حل عاصم صحيح

لأنه: $(2x+3)^2 = (2x+3)(2x+3) = 4x^2 + 12x + 9$

لأنه: كتب الحد الأوسط (مجموع ضرب الطرفين والوسطين)

أما يونس فلم يكتب ذلك.

16 مساحة المربع بدلالة x

$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

القيمة العددية للمساحة عند: $x = 7$

$(7)^2 + 6(7) + 9 = 100$ (وحدة مربعة)

17 الشكل الناتج مستطيل طوله $x + 2$ ، عرضه $x - 3$

مساحة المستطيل

$(x+2)(x-3)$

$= x^2 - x - 6$

18 عرض المستطيل

$2x + 5 - 4 \Rightarrow 2x + 1$

مساحة المستطيل بدلالة x

$(2x+5)(2x+1) = 4x^2 + 12x + 5$

القيمة العددية للمساحة عند: $x = 13$

$4(13)^2 + 12(13) + 5 = 837$ (وحدة مربعة)

19 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

20 مساحة الجزء غير المزروع

$(3x+12)(x+12) - 144$

$= 3x^2 + 48x + 144 - 144$

$= 3x^2 + 48x$ (مترًا مربعًا)

القيمة العددية لمساحة الجزء غير المزروع عند $x = 5$

$3(5)^2 + 48(5) = 315$ (مترًا مربعًا)

تحد نفسك على الدرس 3

21 نفرض أن طول ضلع المربع x

المساحة قبل النقصان − المساحة بعد النقصان = 36

$x^2 - (x-2)^2 = 36$

$x^2 - x^2 + 4x - 4 = 36$

$4x = 40$

$x = 10$

طول ضلع المربع قبل النقصان = 10 سم.

22 حجم الجزء الفارغ = 15 م^3

$(x+2)(x-2)(3) = 15 \quad (\div 3)$

$x^2 - 4 = 5$

$x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

قيمة x هى 3 أمتار

اختبر نفسك حتى الدرس 3

1 1 2   2 20   3 −5

4 0   5 4

2 1 −5   2 $8x$ ، 3   3 −5 ، 5

4 $6x^2 - 11xy + 4y^2$ 5 5

3 (أ) (1) $3x^2 + 19x - 14$

(2) $-2m^2 + 11m - 12$

(3) $4\ell^2 - 25$

(4) $\frac{1}{9}a^2 - 4b^2$

(ب) (1) $x^2 - 6x + 9$

(2) $4x^2 - 36x + 81$

(3) $x^2 - 4xy + 4y^2$

(4) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

(جـ) ، (د) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

الدرس الرابع

س سؤال الدرس 4

1
1. $-5xy$
2. $3a^2$
3. $-5a^2b^2c^2$

2
1. $\frac{4x^3y^3}{-2x^2y^3}+\frac{-8x^4y^5}{-2x^2y^3}=-2x+4x^2y^2$
2. $\frac{4a^4b^3}{2a^2b^2}-\frac{8a^3b^4}{2a^2b^2}=2a^2b-4ab^2$
3. $\left[\frac{2x^2}{2x}+\frac{6x}{2x}\right]+\left[\frac{5x^3}{5x^2}-\frac{10x^2}{5x^2}\right]$
$=x+3+x-2=2x+1$

تدرب على الدرس 4

1 1) $3x$ 2) xy 3) $8x^2$ 4) $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$ 5) $-24x^3y^3$ 6) $5x^2$ 7) $x+1$

2 1) $-2x$ 2) $3y^4$ 3) $2xy$ 4) $3x^2y^6$ 5) $4x$ 6) 2 7) x^2+1 8) $-5x^2+4x$

3 1) $3x^2$ 2) $-2y^3$ 3) $2xy^2$ 4) $-9y^2$ 5) $-2yz^2$ 6) $4ab^3$ 7) $2ab$ 8) 4 9) $4y^2$

4 1) $8x$ 2) $-3x^2$ 3) $3xy$ 4) $-2y^4$ 5) $-3a^2b^2c$ 6) $6a^2b^3$ 7) $3n$ 8) 5 9) $3a^2b$ 10) $-4x^2m$

5 1) $6x^3+2x$ 2) $-9a^2-16a$ 3) $6x^2-10x$ 4) $x+2$ 5) $-4x^3+6x-9$ 6) $4x^2y-3xy^2$ 7) $-3a^2b^3-7a$ 8) $2ab^3-3b^2+6b$

6 1) $6x-2$ 2) $-5y^2-4y$

من 3 إلى 8 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

7
1. $2x^2+3x-2$
2. $-4x-4$
3. $3x^2-x+4$
4. $2x^3-4x^2-6x$

من 5 إلى 8 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

8 1) $m=6$ ، $n=3$ 2) $m=3$ ، $n=4$ 3) $m=6$ ، $n=2$ 4) $m=15$ ، $n=-10$

9 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

تحد نفسك على الدرس 4

10 ارتفاع متوازى المستطيلات = $\frac{\text{حجم متوازى المستطيلات}}{\text{مساحة القاعدة}}$

$\frac{15x^5y^4+18x^4y^5}{(xy)(3x^2y)}=\frac{15x^5y^4+18x^4y^5}{3x^3y^2}$

$=5x^2y^2+6xy^3$ (وحدة طول)

11 $n=3$ ، $m=3$

$\therefore m+n=3+3=6$

اختبر نفسك حتى الدرس 4

1 1) $x+2<5$ 2) $-5x$ 3) $6x^2$ 4) $-6x^3$ 5) $4x$

2 1) $6x^5$ 2) $x>5$ 3) $2y^3$ 4) $2x-x^2$ 5) $x+2$

3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

الدرس الخامس

س سؤال الدرس 5

1 1) $x-4$ 2) $x^2-4x+16$

2 1) $x+6$ 2) $x-5y$

3 1) $x+7$ 2) $a=13$

تدرب على الدرس 5

1 1) $(x+3)$ 2) $(x-5)$ 3) $x+7$ 4) $2x+5$ 5) $a=2$ 6) $x-5$ 7) -1 8) 6 9) -5 10) -7 11) $x-6$ 12) $2(x-7)$ 13) $2x-6$

2
1.
$$\begin{array}{r|l} & x+5 \\ x+4 & x^2+9x+20 \\ & \ominus x^2 \ominus 4x \\ \hline & 5x+20 \\ & \ominus 5x \ominus 20 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

2) $x+3$ 3) $x-5$ 4) $x-7$ 5) $x+1$ 6) $2y-1$ 7) $x+1$ 8) $x+3$ 9) $3x+2$ 10) $x+2$ 11) $2x+3$ 12) $x-3$

3

1 $x+y$

2 $x-y$

3 $x+5y$

4 $x+2y$

5 x^2-x+2

6 x^2+4x+3

7 x^2+2x-1

8 $9x^2-6x+4$

9 x^2+2x+3

10 x^2-3x+1

11

$$\begin{array}{r|l} & x^2+5x+5 \\ \hline x-1 & x^3+4x^2 \qquad -5 \\ & \ominus x^3 \oplus - x^2 \\ \hline & 5x^2 \qquad -5 \\ & \ominus 5x^2 \oplus - 5x \\ \hline & 5x - 5 \\ & \ominus 5x \oplus - 5 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

12 x^2-3x+9

13 x^2-1

14 x^2-2x

4

1 $x-1$

2 $x+2$

3

$$\begin{array}{r|l} & x^2-x-3 \\ \hline x-2 & x^3-3x^2-x+6 \\ & \ominus x^3 \oplus - 2x^2 \\ \hline & -x^2-x+6 \\ & \oplus -x^2 \ominus + 2x \\ \hline & -3x+6 \\ & \oplus -3x \ominus + 6 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

∴ خارج القسمة هو x^2-x-3

القيمة العددية لخارج القسمة عند $(x=3)$ هو 3

لأن: $3^2-3-3=3$

4 خارج القسمة هو x^2+2x+1

القيمة العددية لخارج القسمة عند $(x=5)$ هو 36

5 $b=-15$

6 $c=4$

7 $c=6$ ، $a=-3$ ، $a+c=3$

8 $c=21$ ، $a=3$ ، $a+c=24$

5 1 ∵ ارتفاع متوازى المستطيلات = مساحة متوازى الأضلاع ÷ طول القاعدة

$$\begin{array}{r|l} & 3x+1 \\ \hline 2x+7 & 6x^2+23x+7 \\ & \ominus 6x^2 \ominus + 21x \\ \hline & 2x+7 \\ & \ominus 2x \ominus + 7 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

∴ الارتفاع هو $(3x+1)$ سم

2 طول الأرضية = $(x+4)$ متر

3 مساحة الحائط = $(x+3)$ متر مربع

4 عرض المستطيل = $(2x+5)$ سم

5 الزمن الذى تستغرقه السيارة = (x^2+2x) ساعة

6 كتلة الفاكهة فى الكيس = (y^2-2y+2) كجم

تحد نفسك على الدرس 5

6 طول العمود الساقط من c على $\overline{AB}$ هو $(6x+4y)$ متر

القيمة العددية لطول العمود عند $(x=2$ ، $y=3)$ هى 24 مترًا.

---

7 $c=-6$

---

8 ∵ مساحة قاعدة متوازى المستطيلات = الطول × العرض

$=(x+1)(x+2)$

$=x^2+3x+2$

ارتفاع متوازى المستطيلات = $\frac{\text{حجم متوازى المستطيلات}}{\text{مساحة القاعدة}}$

$$\begin{array}{r|l} & x+3 \\ \hline x^2+3x+2 & x^3+6x^2+11x+6 \\ & \ominus x^3 \ominus + 3x^2 \ominus + 2x \\ \hline & 3x^2+9x+6 \\ & \ominus 3x^2 \ominus + 9x \ominus + 6 \\ \hline & 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

∴ ارتفاع متوازى المستطيلات = $(x+3)$ وحدة طول

إجابة بنك الأسئلة على الوحدة الثانية

• أولًا: قياس المفاهيم:

1
1 $x \le 15$ 2 $x > 6$ 3 $3y > 12$
4 $2x - 1 > 5$ 5 5 6 $<$
7 0 8 $6y^3$ 9 $-x^3$
10 $20a^6$ 11 $8x$ 12 b^2

من 13 إلى 26 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2
1 $x < 10$ 2 $b > 500$ 3 $\le$
4 -8 5 $\{0\}$ 6 $6ab^2$
7 $-25x^3$ 8 $-3xy^4$ 9 $-3S$
10 L^2 11 m^2

من 12 إلى 24 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

• ثانيًا: تطبيق المفاهيم العلمية:

3
1 $x \ge 18$ 2 $x \le 10$ 3 $x \ge 3$
4 $x \le 5000$ 5 $x \ge 8000$

4
1
$x + 1 > 1$
$x > 1 - 1$
$x > 0$
مجموعة الحل = $\{1, 2, 3, ..\}$

2
$-x + 4 \le -2$
$-x \le -2 - 4$
$-x \le -6$
$x \ge 6$
مجموعة الحل = $\{6, 7, 8, 9, ..\}$

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5
1
$4x + 5 \ge 17$
$4x \ge 17 - 5$
$4x \ge 12 \quad \div (4)$
$x \ge 3$
مجموعة الحل = $\{3, 4, 5, ..\}$

2
$3x - 2 < 7$
$3x < 7 + 2$
$3x < 9 \quad \div (3)$
$x < 3$
مجموعة الحل = $\{2, 1, 0, -1, ..\}$

من 3 إلى 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6
1
$5(x - 2) \le 15$
$x - 2 \le 15 \div 5$
$x - 2 \le 3$
$x \le 3 + 2$
$x \le 5$
مجموعة الحل = $\{x : x \in Q, x \le 5\}$

2 ، 3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4
$2c + 6 \le 3 - c$
$2c + c \le 3 - 6$
$3c \le -3$
$c \le -3 \div 3$
$c \le -1$
مجموعة الحل = $\{c : c \in Q, c \le -1\}$

من 5 إلى 7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

8
$10 - 3(x + 2) > 5$
$10 - 3x - 6 > 5$
$-3x + 4 > 5$
$-3x > 5 - 4$
$-3x > 1$
$x < 1 \div (-3)$
$x < \frac{-1}{3}$
مجموعة الحل = $\left\{x : x \in Q, x < \frac{-1}{3}\right\}$

9 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

7
1 $10x^5y^6$ 2 $12a^3b^4$ 3 $30m^4n^5$
4 $6x^3 - 15x^2 + 12x$ 5 $-5b^6 + 10b^4 - 15b^2$
6 $2x^3 - 3x^2 + 4x$ 7 $x^2 + 5x + 6$ 8 $4n^2 - 9$

من 9 إلى 15 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

8
1 $(12x^3) \div (3x) = 4x^2$
2 $(-15y^5) \div (-5y^2) = 3y^3$
3 $(36x^5y^4) \div (-9x^3y^2) = -4x^2y^2$
4 $\frac{9x^2 + 6x^3}{3x} = \frac{9x^2}{3x} + \frac{6x^3}{3x} = 3x + 2x^2$
5 $\frac{-15a^3 + 10a^4}{-5a} = \frac{-15a^3}{-5a} + \frac{10a^4}{-5a} = 3a^2 - 2a^3$
6 $\frac{18a^3b^2c + (-12a^2bc^2)}{-6abc} = \frac{18a^3b^2c}{-6abc} + \frac{-12a^2bc^2}{-6abc} = -3a^2b + 2ac$

من 7 إلى 12 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

9
1
$(x + 2)^2 - 4(x + 1)$
$= x^2 + 4x + 4 - 4x - 4 = x^2$

2
$(2n - 5)(2n + 5) + 25$
$= 4n^2 - 25 + 25 = 4n^2$

من 3 إلى 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

10

$(x-3)(2x^2-x+4)$

$= 2x^3 - x^2 + 4x - 6x^2 + 3x - 12$

$= 2x^3 - 7x^2 + 7x - 12$

القيمة العددية للناتج عندما $x = -1$

$2(-1)^3 - 7(-1)^2 + 7(-1) - 12$

$= -2 - 7 - 7 - 12 = -28$

11 ، 12 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

13

$\frac{-2x^2y + 4xy^2 - 6xy}{-2xy} = x - 2y + 3$

14

$$\begin{array}{r|l} & x^2 - 2x - 7 \\ \hline x^2+2x-7 & x^4 \quad - 18x^2 \quad + 49 \\ & \ominus x^4 \ominus + 2x^3 \oplus - 7x^2 \\ \hline & -2x^3 - 11x^2 + 49 \\ & \oplus - 2x^3 \oplus - 4x^2 \ominus + 14x \\ \hline & -7x^2 - 14x + 49 \\ & \oplus - 7x^2 \oplus - 14x \ominus + 49 \\ \hline & 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

∴ العامل الآخر هو: $x^2 - 2x - 7$

15 ، 16 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

17 1

$\because (x-6)(x+6) = 64$

$\therefore x^2 - 36 = 64$

$\therefore x^2 = 64 + 36 = 100$

$\therefore x = \pm\sqrt{100} = \pm 10$

مجموعة الحل = $\{10, -10\}$

2

$\because (x+7)(x^2 - 7x + 49) = 0$

$\therefore x^3 + 343 = 0$

$\therefore x^3 = -343$

$\therefore x = -\sqrt[3]{343} = -7$

مجموعة الحل = $\{-7\}$

3

$\because x^2(x-1) - (x^3 - 1) = 0$

$\therefore x^3 - x^2 - x^3 + 1 = 0$

$\therefore -x^2 + 1 = 0$

$\therefore x^2 = 1$

$\therefore x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

مجموعة الحل = $\{1, -1\}$

4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

18 ، 19 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

20

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 4xy + y^2 \\ \ominus 4x^2 \ominus + 4xy \ominus + y^2 \\ \hline -8xy \end{array}$$

• ثالثًا: التحليل وتكامل المواد:

21 1 مساحة الجزء المظلل

$= a(2b-3) + a(a+1)$

$= 2ab - 3a + a^2 + a$

$= 2ab - 2a + a^2$ (وحدة مساحة)

2 مساحة الجزء المظلل

$= (3x+2y)(2x+y) - (x+y)(x-y)$

$= 6x^2 + 7xy + 2y^2 - x^2 + y^2$

$= 5x^2 + 7xy + 3y^2$ (وحدة مساحة)

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

22 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

23 ∵ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

∴ طول ضلعه = مساحة المعين ÷ ارتفاعه

∴ طول الضلع = $(2x^2 + 15x + 18)$ على $(2x + 3)$

$$\begin{array}{r|l} & x + 6 \\ \hline 2x+3 & 2x^2 + 15x + 18 \\ & \ominus 2x^2 \ominus + 3x \\ \hline & 12x + 18 \\ & \ominus 12x \ominus + 18 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

طول الضلع = $(x+6)$ وحدة طول

محيط المعين = طول الضلع × 4

$4(x+6)$

$= 4x + 24$

عندما: $x = 4$

$4(4) + 24$

$= 40$ وحدة طول

اختبارات الأضواء على الوحدة الثانية

إجابة اختبار الأضواء 1

1

1 $k < -10$	2 $2xy$	3 -30
4 $5xy - 2x + 1$	5 -1	

2

1 $<$	2 $10a^3b^5$	3 $(x-5)$

3 1

$3x - 1 \leq 5$

$3x \leq 5 + 1$

$3x \leq 6$

$x \leq 6 \div 3$

$x \leq 2$

مجموعة الحل فى N هى: $\{0, 1, 2\}$

مجموعة الحل فى Z هى: $\{2, 1, 0, -1, \ldots\}$

مجموعة الحل فى Q: $\{x : x \in Q, x \leq 2\}$

2 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

3 (أ) $(-8a^3b^2)(5a^2b^2)$

$= -40a^5b^4$

(ب) $2c^3d^3$

(جـ) $-6a^2b + 9a^2$

(د) $2a^2b^2 - 5a^3b - 3a^4$

4 $(2x-1)^2 - (x-3)(x+3)$

$= 4x^2 - 4x + 1 - [x^2 - 9]$

$= 4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 9$

$= 3x^2 - 4x + 10$

عندما $x = 1$

$3(1)^2 - 4(1) + 10 = 9$

5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6

$$\begin{array}{r|l} & x - 2 \\ \hline x - 3 & x^2 - 5x + 6 \\ & \ominus x^2 \oplus \\ & x^2 - 3x \\ \hline & -2x + 6 \\ & \oplus \quad \ominus \\ & -2x + 6 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة هو $x - 2$

إجابة اختبار الأضواء 2

1

1 $x \geq 50$	2 $-3\ell m^2$	3 0
4 $-3ab^3c^2$	5 $x + 3$	

2

1 a	2 $-10a^5b^4$	3 28

3 1 (أ)

$5x - 2 \geq 8$

$5x \geq 8 + 2$

$5x \geq 10$

$x \geq \frac{10}{5}$

$x \geq 2$

مجموعة الحل = $\{2, 3, 4, 5, \ldots\}$

(ب) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

(جـ) $1 - \frac{1}{2}x > 7$

$-\frac{1}{2}x > 7 - 1$

$-\frac{1}{2}x > 6$

$x < 6 \div \left(-\frac{1}{2}\right)$

$x < -12$

مجموعة الحل = $\{-13, -14, -15, \ldots\}$

(د) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

3 (أ) $(x-2)(2x+5)$

$= 2x^2 + 5x - 4x - 10$

$= 2x^2 + x - 10$

(ب) ، (جـ) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5

$$\begin{array}{r|l} & 7x + 4 \\ \hline 2x + 1 & 14x^2 + 15x + K \\ & \ominus \quad \ominus \\ & 14x^2 + 7x \\ \hline & 8x + K \\ & \ominus \quad \ominus \\ & 8x + 4 \\ \hline & K - 4 \end{array}$$

$\therefore k - 4 = 0$

$\therefore k = 4$

الوحدة الثالثة

الدرس الأول

س سؤال الدرس 1

1 1

$P = 7 \times 4 = 28$

∴ المحيط = 28 سم

$A = 7 \times 7 = 49$

∴ المساحة = 49 سنتيمترًا مربعًا

2

$h = 30 \div 6 = 5$

∴ الارتفاع = 5 سم

2

$A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$\frac{1}{2} \times 8 \times d_2 = 36 \Rightarrow d_2 = 9$

∴ طول القطر الآخر = 9 أقدام

---

3 1

$\frac{1}{2} d^2 = 32 \Rightarrow d^2 = 64$

$d = \sqrt{64} = 8$

∴ طول القطر = 8 سم

2

$A_1 = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

∴ مساحة المربع = 32 سنتيمترًا مربعًا

$A_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

∴ مساحة المعين = 30 سنتيمترًا مربعًا

∴ المربع مساحته أكبر من مساحة المعين.

3 مساحة المعين

$A = \frac{1}{2} \times 4 \times 16 = 32$

∵ مساحة المربع = مساحة المعين

$\frac{1}{2} d^2 = 32 \Rightarrow d^2 = 64 \Rightarrow d = \sqrt{64}$

∴ طول قطر المربع = 8 أمتار

---

4 1 مساحة المثلث AFD

$A = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

∴ المساحة = 24 سنتيمترًا مربعًا

2 مساحة المثلث ABC

$A = \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36$

∴ المساحة = 36 سنتيمترًا مربعًا

3 مساحة متوازي الأضلاع ABCD

$A = 8 \times 9 = 72$

∴ مساحة متوازي الأضلاع = 72 سنتيمترًا مربعًا

4 مساحة شبه المنحرف

$A = \frac{1}{2} \times (9 + 15) \times 8$

∴ مساحة شبه المنحرف = 96 سنتيمترًا مربعًا

تدرب على الدرس 1

1

1 16	2 25	3 30	4 40
5 48	6 40	7 المعين	8 32
9 6	10 322.58	11 12.5	12 48
13 60	14 120	15 60	16 200
17 30	18 40	19 70	20 34.29
21 2 A	22 8 A		

2

1 8 سنتيمترات مربعة	2 27 سنتيمترًا مربعًا	3 240 بوصة مربعة
4 20 سم	5 5 أقدام	6 16 سم
7 8 سم	8 70 سنتيمترًا مربعًا	9 8 سم
10 180 سنتيمترًا مربعًا	11 8 سم	12 25.4
13 6	14 24	15 12
16 5280	17 1760	

---

3 مساحة المربع الأول تساوى

$A = 8 \times 8 = 64$

∴ مساحة المربع الأول = 64 سنتيمترًا مربعًا

مساحة المربع الثانى تساوى

$A = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$

∴ مساحة المربع الثانى = 50 سنتيمترًا مربعًا

∴ المربع الأول مساحته أكبر من مساحة المربع الثانى

---

4 مساحة المعين تساوى

$A = 14 \times 12 = 168$

∴ مساحة المعين = 168 سنتيمترًا مربعًا

مساحة المربع تساوى

$A = \frac{1}{2} \times 20 \times 20 = 200$

∴ مساحة المربع = 200 سنتيمترًا مربعًا

∴ المربع مساحته أكبر من مساحة المعين

---

5 مساحة المربع تساوى

$A = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$

∴ مساحة المربع = 72 سنتيمترًا مربعًا

مساحة شبه المنحرف تساوى

$A = \frac{1}{2} \times (4 + 6) \times 8 = 40$

∴ مساحة شبه المنحرف = 40 سنتيمترًا مربعًا

∴ مساحة المربع أكبر من مساحة شبه المنحرف

---

6 1

$A = \frac{1}{2} \times 21.6 \times 14.7 = 158.76$

∴ مساحة المعين = 158.76 سنتيمتر مربع

2

$A = \frac{1}{2} \times (7.6 + 12) \times 6.5 = 63.7$

∴ مساحة شبه المنحرف = 63.7 متر مربع

3

$A = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$

∴ مساحة المربع = 72 قدمًا مربعة

7 1 مساحة المربع تساوى

$A = \frac{1}{2}(3x+2)(3x+2)$

$A = \frac{1}{2}(9x^2+12x+4)$

عند $x = 4$

$A = \frac{1}{2}[9(4)^2+12(4)+4] = 98$

∴ المساحة = 98 وحدة مساحة

2 مساحة شبه المنحرف تساوى

$A = \frac{1}{2} \times (5x+11x+6) \times (5x)$

$A = \frac{1}{2}(16x+6)(5x)$

$A = \frac{1}{2}[80x^2+30x] = 40x^2+15x$

عند $x = 4$

$A = \frac{1}{2}[80(4)^2+30(4)]$

∴ المساحة = 700 وحدة مساحة

---

8 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

9 مساحة المربع تساوى

$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$

∴ مساحة المربع = 32 سنتيمترًا مربعًا

∵ مساحة المربع = مساحة المعين

$A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$\frac{1}{2} \times 16 \times d_2 = 32$

$8 \times d_2 = 32 \Rightarrow d_2 = 4$

∴ طول القطر الآخر للمعين = 4 سم

---

10 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

11 نفرض أن طول قاعدته الكبرى هو k

مساحة شبه المنحرف تساوى

$\frac{1}{2} \times (7+k) \times 5 = 50$

$\frac{5}{2}(7+k) = 50$

$7+k = 50 \div \frac{5}{2}$

$7+k = 20$

$k = 20-7$

$k = 13$

∴ طول قاعدته الكبرى = 13 سم

---

12 نفرض أن طول القاعدة الأخرى هو k

مساحة شبه المنحرف تساوى

$\frac{1}{2} \times (k+23) \times 7.5 = 225$

$\frac{15}{4}(k+23) = 225$

$k+23 = 225 \div \frac{15}{4}$

$k+23 = 60$

$k = 60-23$

$k = 37$ بوصة

∴ طول القاعدة الأخرى = 37 × 2.54

∴ طول القاعدة الأخرى = 93.98 سم

---

13 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

14 مساحة شبه المنحرف تساوى

$A = \frac{1}{2} \times (15+5) \times 10 = 100$

∴ مساحة شبه المنحرف = 100 سنتيمتر مربع

---

15 مساحة شبه المنحرف تساوى

$A = \frac{1}{2} \times (5+18) \times 4 = 46$

∴ مساحة شبه المنحرف = 46 سنتيمترًا مربعًا

---

16 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

17 ∵ مساحة المربع تساوى

$A = \frac{1}{2} \times 40 \times 40$

$A = 800$

∴ مساحة المربع = 800 متر مربع

∴ مساحة شبه المنحرف = 800 متر مربع

نفرض أن طول القاعدة المتوسطة هو k

$k \times 10 = 800 \Rightarrow k = 80$

∴ طول القاعدة المتوسطة = 80 مترًا

---

18 ∵ مساحة المعين تساوى

$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 27$

$A = 108$

∴ مساحة المعين = مساحة شبه المنحرف

$A = 108$

نفرض أن طول قاعدته المتوسطة هو k

$k \times 6 = 108$

$k = 108 \div 6$

$k = 18$

∴ طول قاعدته المتوسطة = 18 مترًا

---

19 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

20 مساحة شبه المنحرف

$A = \frac{1}{2} \times (10+14) \times 18$

$A = 216$

∵ مساحة شبه المنحرف = مساحة المعين

$A = 216$

نفرض أن طول القطر الآخر للمعين هو d

$\frac{1}{2} \times 8 \times d = 216$

$d = 216 \div 4$

$d = 54$

∴ طول القطر الآخر = 54 مترًا

---

21 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

---

22 الطريقة الأولى:

مساحة المثلث CED

= مساحة شبه المنحرف ABCD – مساحة المستطيل ABED

$A = \frac{1}{2} \times (8+12) \times 6 - 6 \times 8 = 12$

∴ مساحة المثلث = 12 سنتيمتر

الطريقة الثانية:

$DE = AB = 6$

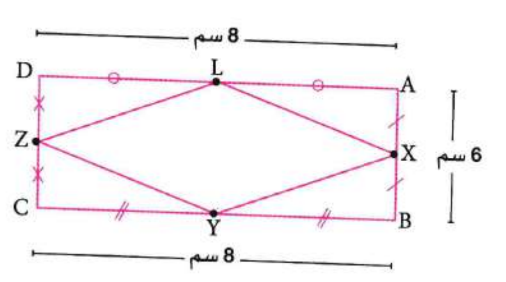
$CE = 12 - 8 = 4$

مساحة المثلث CED تساوى

$A = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$

∴ مساحة المثلث = 12 سنتيمترًا مربعًا

23



مساحة المعين تساوى

$A = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

∴ مساحة المعين = 24 سنتيمترًا مربعًا

24 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

تحد نفسك على الدرس 1

25 نفرض أن طول القاعدة الأولى هو $3k$ ، طول القاعدة الثانية هو $2k$ ، والارتفاع هو $4k$

∵ مساحة شبه المنحرف = 4000

$\frac{1}{2} \times (3k + 2k) \times 4k = 4000$

$2k(5k) = 4000$

$10k^2 = 4000$

$k^2 = 400$

$k = \sqrt{400} = 20$

∴ طول القاعدة الأولى = 3 × 20 = 60 سم

طول القاعدة الثانية = 2 × 20 = 40 سم

طول القاعدة المتوسطة = $\frac{1}{2}$ × (60 + 40) = 50 سم

26 مساحة المربع الصغير = 18 سنتيمترًا مربعًا (لأن: $A = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$)

مساحة المعين الكبير تساوى

$A = \frac{1}{2} \times 6 \times 10$

∴ مساحة المعين الكبير = 30 سنتيمترًا مربعًا

∴ مساحة المنطقة الملونة = 12 سنتيمترًا مربعًا (لأن: 12 = 18 − 30)

27 ، 28 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

اختبر نفسك على الدرس 1

1
1 35
2 32
3 80
4 3
5 4

2
1 22 سم
2 6 سم
3 99 سنتيمترًا مربعًا

3
1 مساحة المربع:

$A = \frac{1}{2} \times 24 \times 24 = 288$

∴ مساحة المربع = 288 سنتيمترًا مربعًا

مساحة المعين:

$A = \frac{1}{2} \times 12 \times 14 = 84$

∴ مساحة المعين = 84 سنتيمترًا مربعًا

الفرق بين مساحتيهما = 204 سنتيمترات مربعة $288 - 84 = 204$

2 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

3 مساحة المنطقة المظللة = مساحة المستطيل − مساحة المعين

$A = 10 \times 8 - \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40$

∴ المساحة المظللة = 40 سنتيمترًا مربعًا

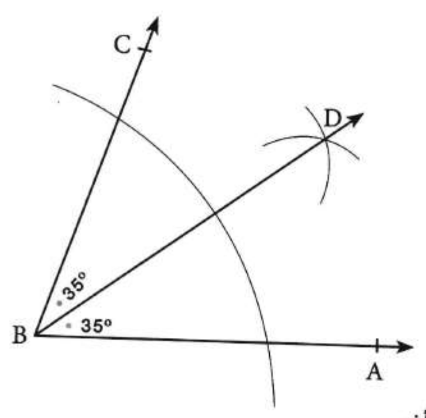
4 $A = \frac{1}{2} \times (10 + 12) \times 8 + \frac{1}{2} \times (4 + 5) \times 2 = 97$

∴ مساحة الكرتونة المستخدمة = 97 سنتيمترًا مربعًا



س سؤال الدرس 2

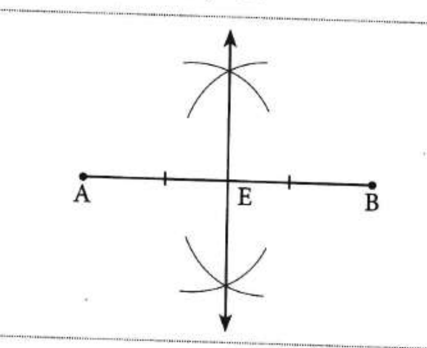
1



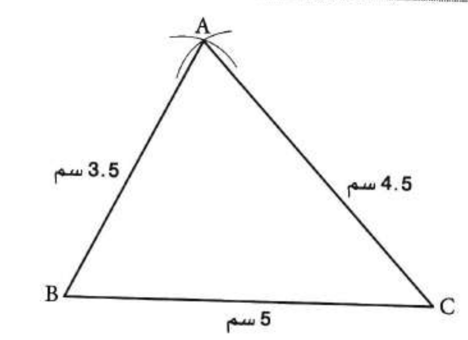
بالقياس نجد أن:

$m(\angle ABD) = m(\angle CBD) = 35^\circ$

2

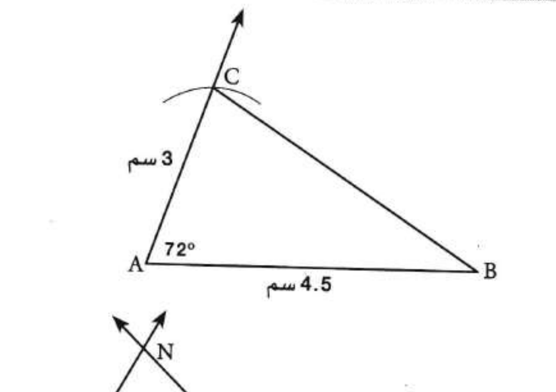


3

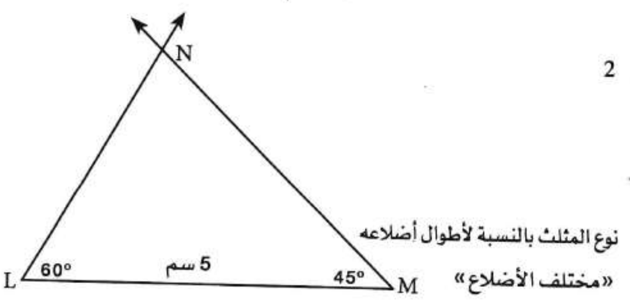


نوع المثلث بالنسبة لزواياه: حاد الزوايا

4
1

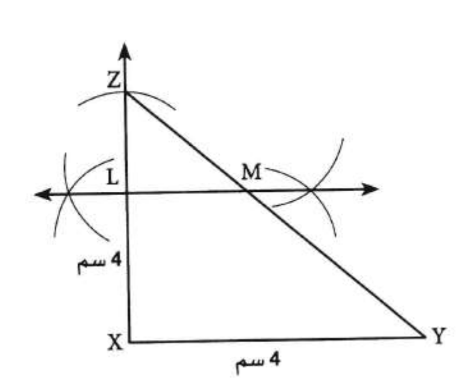


2



نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه «مختلف الأضلاع»

5



بالقياس نجد أن طول: $\overline{ML}$ = 2 سم

تدرب على الدرس 2

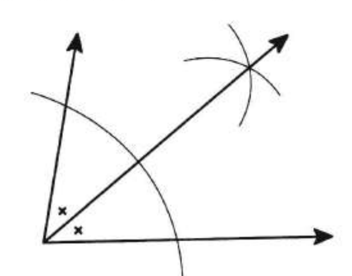
1 - 1 (1) $\overline{AE}$ (2) $\overline{DF}$ (3) m($\angle$ EAF)

2 (1) $\frac{1}{4}$ (2) 2

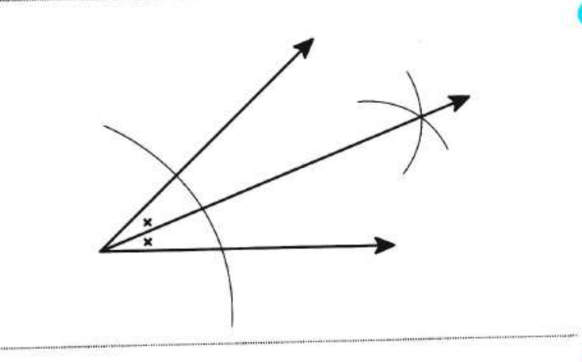
3 (1) $AC > \frac{1}{2} AB$ (2) AD = BC

(3) AC (4) $\overline{CD}$

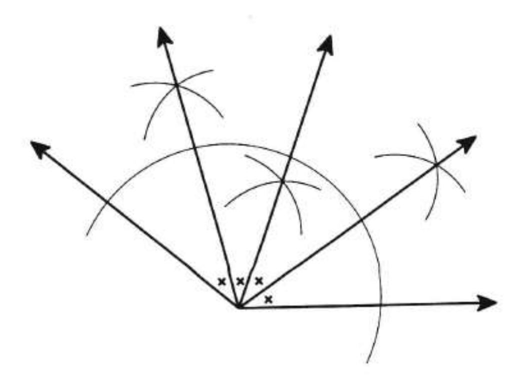
2

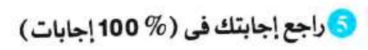


3

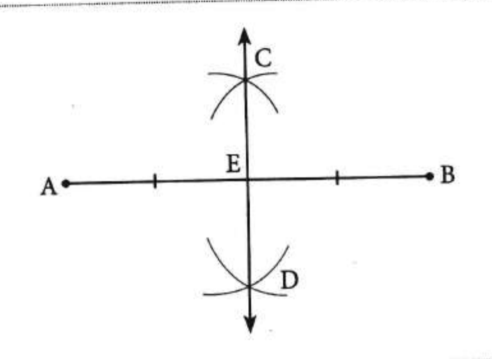


4



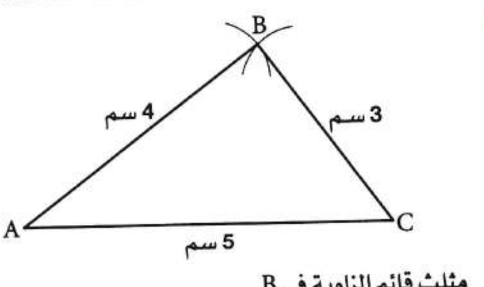

5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6



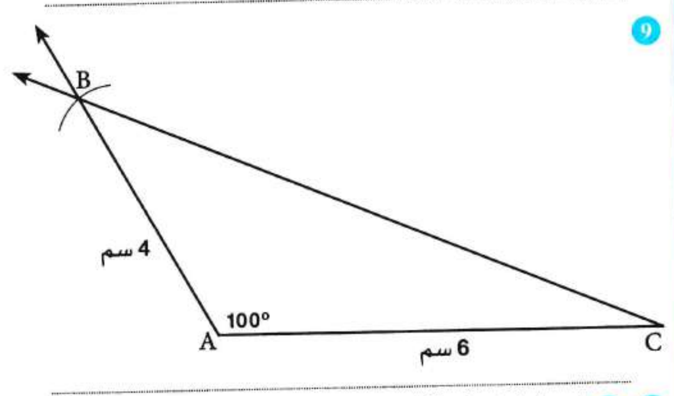
7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

8



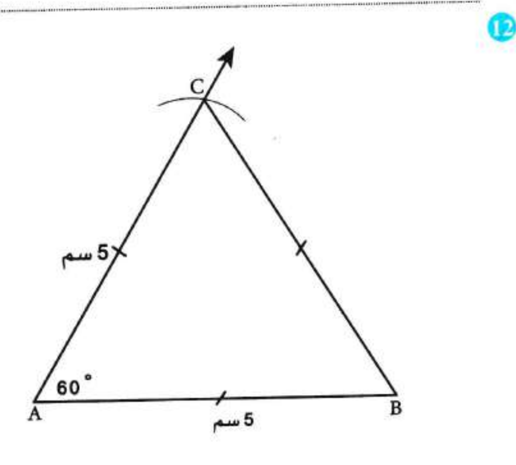
مثلث قائم الزاوية فى B

9



10 ، 11 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

12



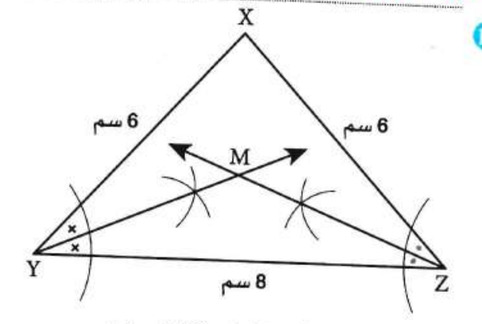
AB = AC = BC = 5 سم

المثلث ABC متساوى الأضلاع

13 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

من 14 إلى 17 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

18

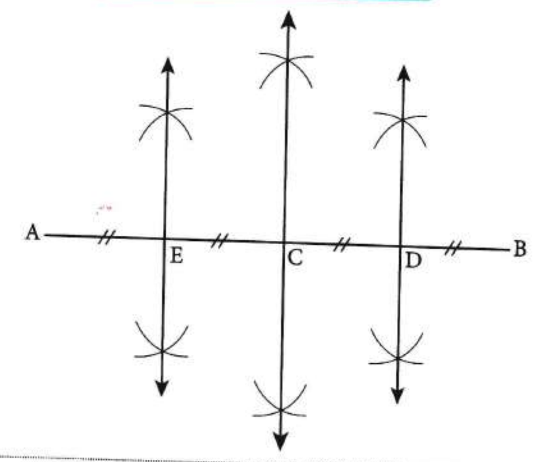


بالقياس نجد أن: MZ = MY = 4.4 سم

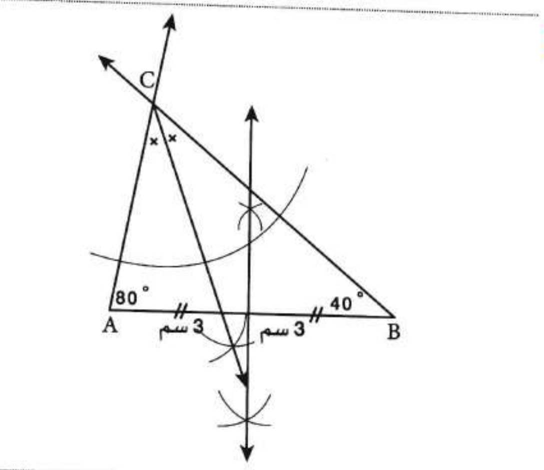
19 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

تحد نفسك على الدرس 2

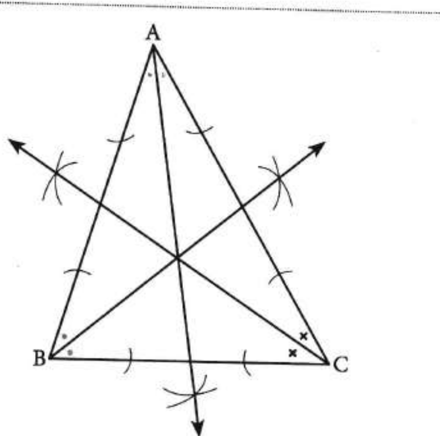
20



21



22



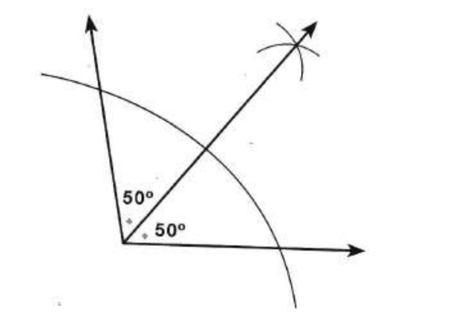
منصفات الزوايا لأى مثلث تتقاطع جميعًا فى نقطة واحدة

اختبر نفسك حتى الدرس 2

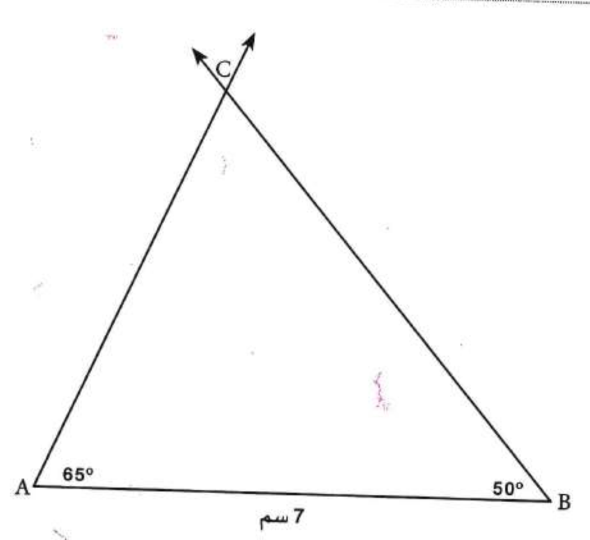
1
1 (1) $\overline{AD}$ (2) $2\,m(\angle BAF)$
2 $AC > \frac{1}{2} AB$ 3 240
4 10 5 6

2
1 32 2 8 3 80

3



4



بالقياس يكون: المثلث ABC متساوى الساقين

5 طول القطرين $2x$, $2(3x+3)$

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين

$\frac{1}{2} \times 2(3x+3)(2x) = 6x^2 + 6x$

عند $x = 7$:

$6(7)^2 + 6(7) = 336$

مساحة المعين = 336 وحدة مساحة

الدرس الثالث

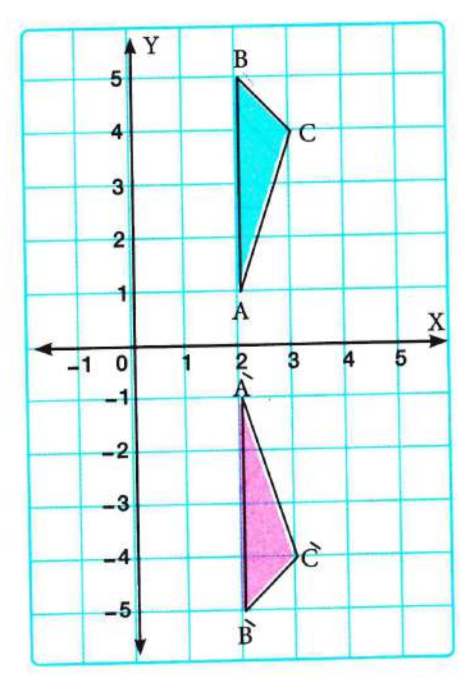
س سؤال الدرس 3

1 1 انعكاس حول محور X

A (2 , 1) ⟵ انعكاس فى محور x ⟶ $\grave{A}(2,-1)$

B (2 , 5) ⟵ انعكاس فى محور x ⟶ $\grave{B}(2,-5)$

C (3 , 4) ⟵ انعكاس فى محور x ⟶ $\grave{C}(3,-4)$



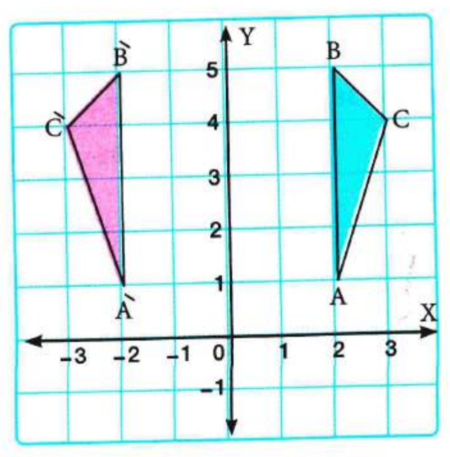
∴ المثلث $\grave{A}\grave{B}\grave{C}$ صورة المثلث ABC بالانعكاس فى محور X

2 انعكاس حول محور Y

A (2 , 1) ⟵ انعكاس فى محور y ⟶ $\grave{A}(-2,1)$

B (2 , 5) ⟵ انعكاس فى محور y ⟶ $\grave{B}(-2,5)$

C (3 , 4) ⟵ انعكاس فى محور y ⟶ $\grave{C}(-3,4)$



∴ المثلث $\grave{A}\grave{B}\grave{C}$ صورة المثلث ABC بالانعكاس فى محور Y

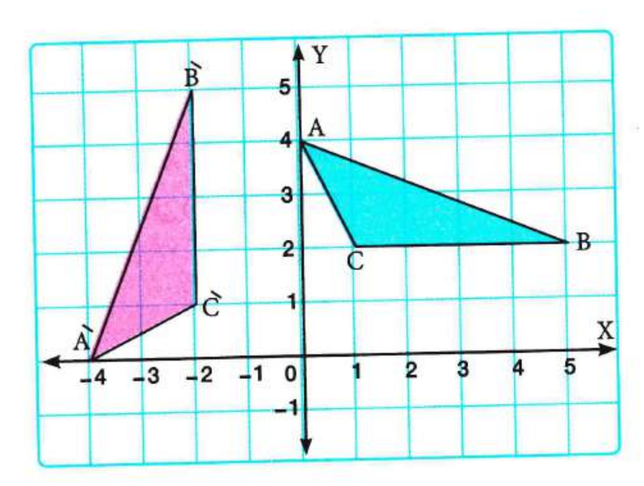
2 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

3

$A(0,4) \xrightarrow{R(0,-270^\circ)} \grave{A}(-4,0)$

$B(5,2) \xrightarrow{R(0,-270^\circ)} \grave{B}(-2,5)$

$C(1,2) \xrightarrow{R(0,-270^\circ)} \grave{C}(-2,1)$



∴ المثلث $\grave{A}\grave{B}\grave{C}$ صورة المثلث ABC بالدوران $R(0,-270^\circ)$

4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

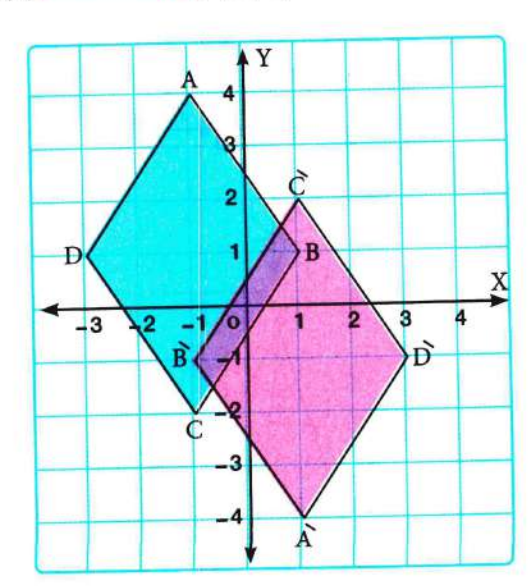
5 1 (أ) $R(0,-180^\circ)$

$A(-1,4) \xrightarrow{R(0,-180^\circ)} \grave{A}(1,-4)$

$B(1,1) \xrightarrow{R(0,-180^\circ)} \grave{B}(-1,-1)$

$C(-1,-2) \xrightarrow{R(0,-180^\circ)} \grave{C}(1,2)$

$D(-3,1) \xrightarrow{R(0,-180^\circ)} \grave{D}(3,-1)$



∴ المعين $\grave{A}\grave{B}\grave{C}\grave{D}$ صورة المعين ABCD بالدوران $R(0,-180^\circ)$

(ب) راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

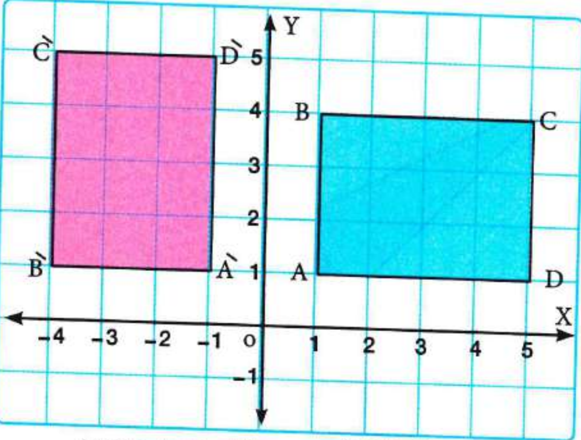
6 1 $R(0, -270^\circ)$

$A(1,1) \xrightarrow{R(0,-270^\circ)} A'(-1,1)$

$B(1,4) \xrightarrow{R(0,-270^\circ)} B'(-4,1)$

$C(5,4) \xrightarrow{R(0,-270^\circ)} C'(-4,5)$

$D(5,1) \xrightarrow{R(0,-270^\circ)} D'(-1,5)$



∴ المستطيل $A'B'C'D'$ هو صورة المستطيل ABCD بالدوران $R(0, -270^\circ)$

2 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

7 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

تدرب على الدرس 3

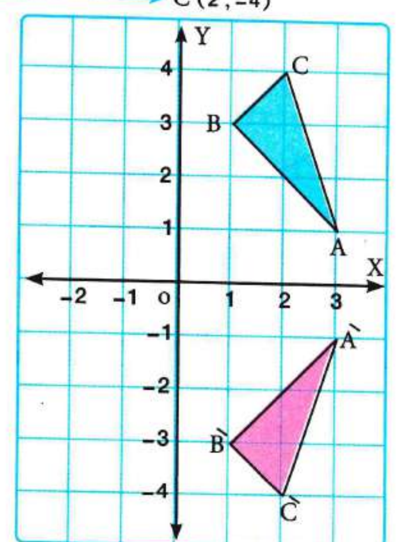
1
1 (2 , −3) 2 (2 , 5) 3 3 4 (0 , 3)
5 الثانى 6 (8 , 2) 7 (−1 , 3) 8 (0 , 5)
9 (−1 , −1) 10 (0 , −2) 11 (−2 , 4) 12 (−6 , 6)
13 (4 , −7) 14 (4 , 0) 15 (−2 , 2) 16 (−4 , −1)
17 (−6 , −2) 18 (−2 , −4) 19 (−7 , 1) 20 (4 , 1)
21 $R(0, -90^\circ)$ 22 (د) 23 270° 24 360°
25 $R(0, 180^\circ)$ 26 (1 , −3) 27 3

2

$A(3,1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور X}} A'(3,-1)$

$B(1,3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور X}} B'(1,-3)$

$C(2,4) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور X}} C'(2,-4)$



∴ المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC بالانعكاس فى محور X

3 1 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

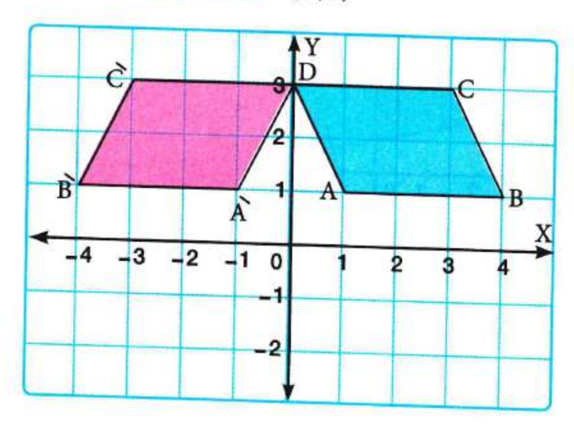
2 بالانعكاس فى محور Y

$A(1,1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور Y}} A'(-1,1)$

$B(4,1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور Y}} B'(-4,1)$

$C(3,3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور Y}} C'(-3,3)$

$D(0,3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور Y}} D'(0,3)$



∴ متوازى الأضلاع $A'B'C'D$ صورة متوازى الأضلاع ABCD بالانعكاس فى محور Y

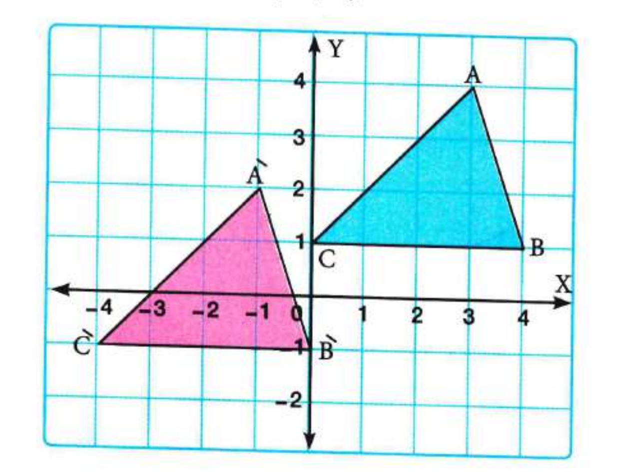
4 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

5

$A(3,4) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-4,-2)} A'(-1,2)$

$B(4,1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-4,-2)} B'(0,-1)$

$C(0,1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-4,-2)} C'(-4,-1)$



∴ المثلث $A'B'C'$ هو صورة المثلث ABC بالانتقال (−4 , −2)

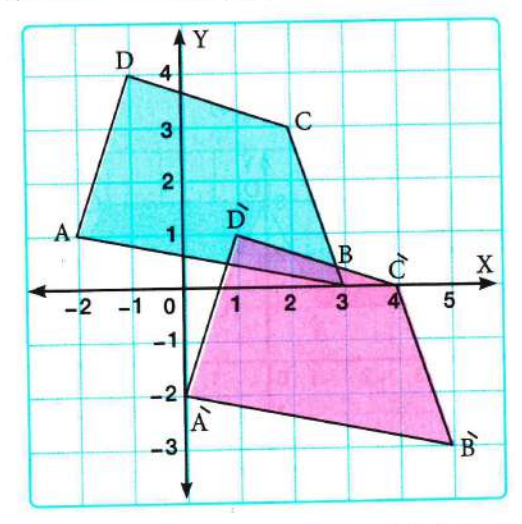
6 ، **7** راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

8 $A(-2,1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (2,-3)} A^\prime(0,-2)$

$B(3,0) \xrightarrow{\text{بانتقال } (2,-3)} B^\prime(5,-3)$

$C(2,3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (2,-3)} C^\prime(4,0)$

$D(-1,4) \xrightarrow{\text{بانتقال } (2,-3)} D^\prime(1,1)$



∴ الشكل $A^\prime B^\prime C^\prime D^\prime$ صورة الشكل ABCD بالانتقال $(2,-3)$

9 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

10 الانتقال: $(x,y) \longrightarrow (x+5,y+1)$

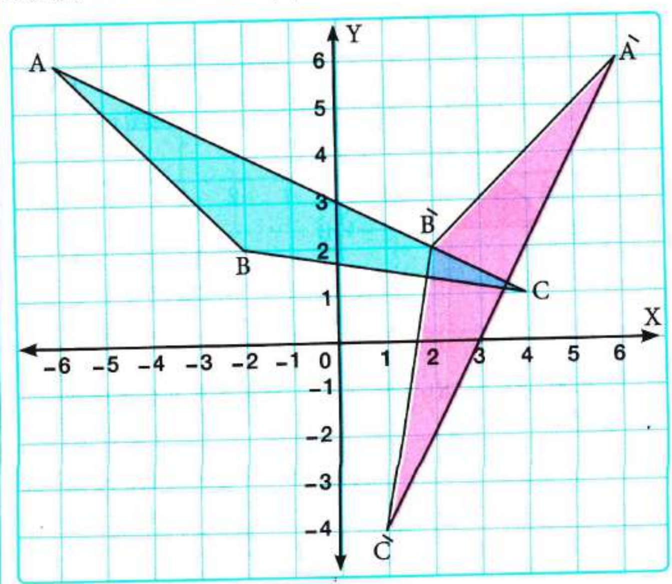
11 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

12 1 بالدوران $R(0,-90^\circ)$

$A(-6,6) \xrightarrow{R(0,-90^\circ)} A^\prime(6,6)$

$B(-2,2) \xrightarrow{R(0,-90^\circ)} B^\prime(2,2)$

$C(4,1) \xrightarrow{R(0,-90^\circ)} C^\prime(1,-4)$



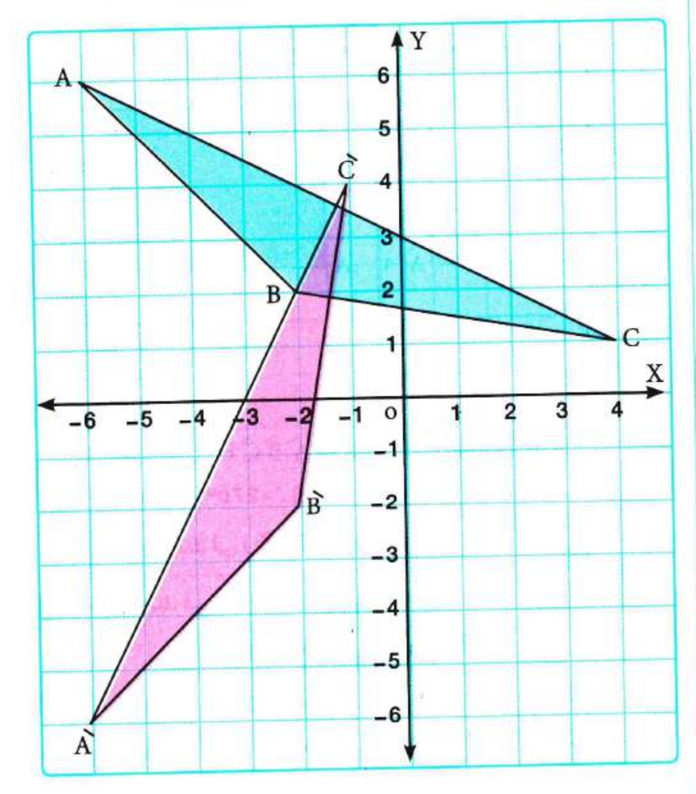
∴ المثلث $A^\prime B^\prime C^\prime$ صورة المثلث ABC بالدوران $R(0,-90^\circ)$

2 بالدوران $R(0,90^\circ)$

$A(-6,6) \xrightarrow{R(0,90^\circ)} A^\prime(-6,-6)$

$B(-2,2) \xrightarrow{R(0,90^\circ)} B^\prime(-2,-2)$

$C(4,1) \xrightarrow{R(0,90^\circ)} C^\prime(-1,4)$



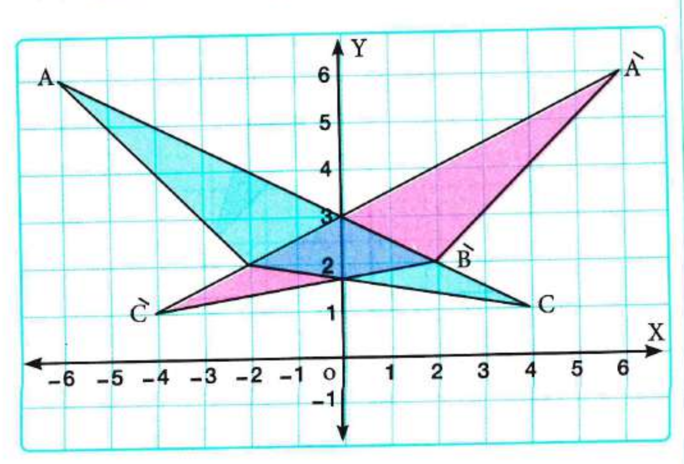
∴ المثلث $A^\prime B^\prime C^\prime$ صورة المثلث ABC بالدوران $R(0,90^\circ)$

3 بالانعكاس فى محور y

$A(-6,6) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور y}} A^\prime(6,6)$

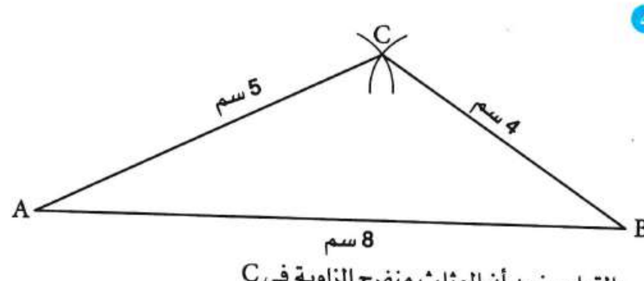
$B(-2,2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور y}} B^\prime(2,2)$

$C(4,1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور y}} C^\prime(-4,1)$



∴ المثلث $A^\prime B^\prime C^\prime$ صورة المثلث ABC بالانعكاس فى محور Y

4 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

4


بالقياس نجد أن المثلث منفرج الزاوية فى C

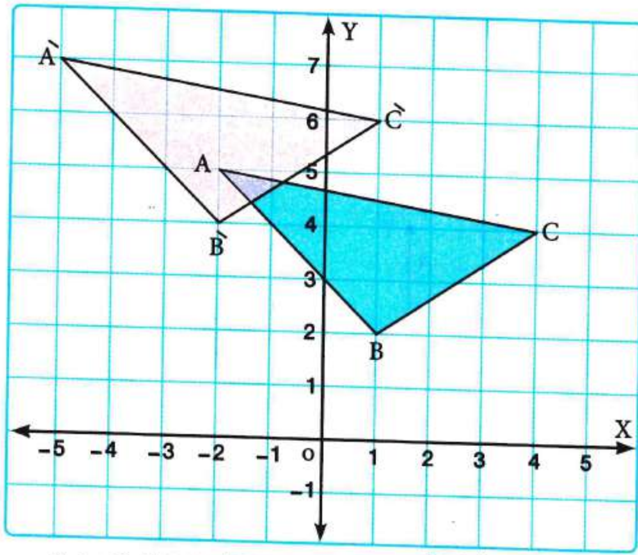
5 1 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 بالانتقال $(x , y) \rightarrow (x - 3 , y + 2)$

$A(-2, 5) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-3, 2)} A'(-5, 7)$

$B(1, 2) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-3, 2)} B'(-2, 4)$

$C(4, 4) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-3, 2)} C'(1, 6)$



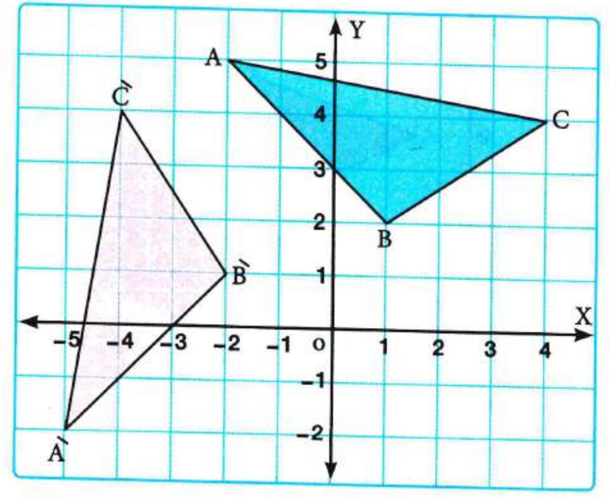
∴ المثلث $A'B'C'$ هو صورة المثلث ABC بالانتقال (2 , 3-)

3 بالدوران $R(0, 90°)$

$A(-2, 5) \xrightarrow{R(o, 90°)} A'(-5, -2)$

$B(1, 2) \xrightarrow{R(o, 90°)} B'(-2, 1)$

$C(4, 4) \xrightarrow{R(o, 90°)} C'(-4, 4)$



∴ المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC بالدوران $R(0, 90°)$

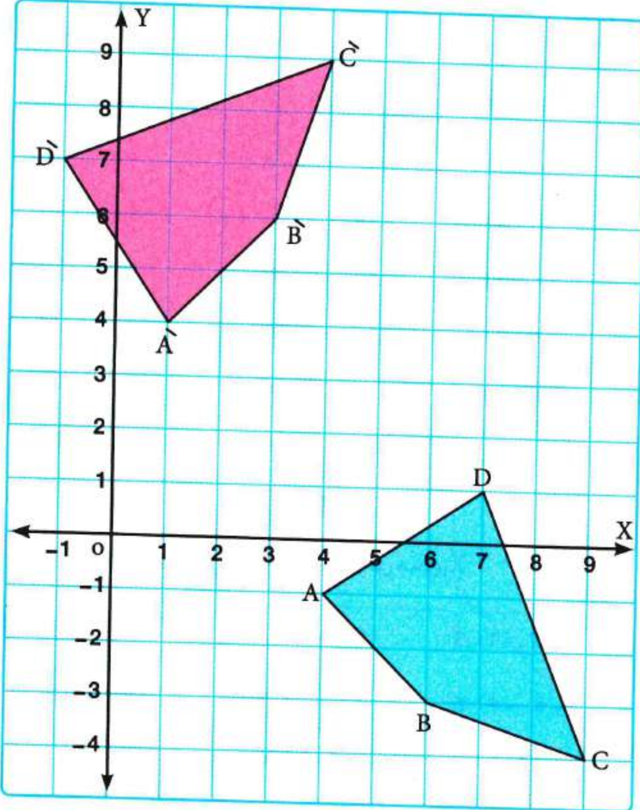
13

$A(4, -1) \xrightarrow{R(o, -270°)} A'(1, 4)$

$B(6, -3) \xrightarrow{R(o, -270°)} B'(3, 6)$

$C(9, -4) \xrightarrow{R(o, -270°)} C'(4, 9)$

$D(7, 1) \xrightarrow{R(o, -270°)} D'(-1, 7)$



∴ المضلع $A'B'C'D'$ صورة المضلع ABCD بالدوران $R(0, -270°)$

14 1 الانتقال الذى يجعل الشكل 5 صورة الشكل 1 هو الانتقال (5 , 6)

2 الانتقال الذى يجعل الشكل 4 صورة الشكل 1 هو الانتقال (2 , 8)

3 الانتقال الذى يجعل الشكل 3 صورة الشكل 2 هو الانتقال (2- , 3)

تحد نفسك على الدرس 3

15 1 زاوية الدوران هى: 72° 2 رقم المقعد هو 9

اختبر نفسك حتى الدرس 3

1 1 (3- , 1-) 2 (1 , 1) 3 (3- , 4-)

4 40 5 1-

2 1 (أ) أطوال القطع المستقيمة. (ب) قياسات الزوايا.

(جـ) التوازى. (د) البينية.

2 ±180° 3 7

3

$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$\therefore 225 = \frac{1}{2}(23 + b_2) \times 7.5$

$\therefore 23 + b_2 = 60$

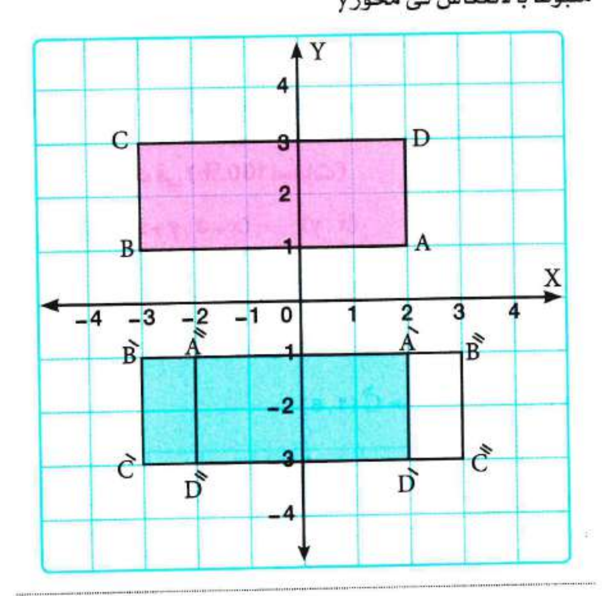
$\therefore b_2 = 37$

أى أن: طول القاعدة الأخرى = 37 بوصة

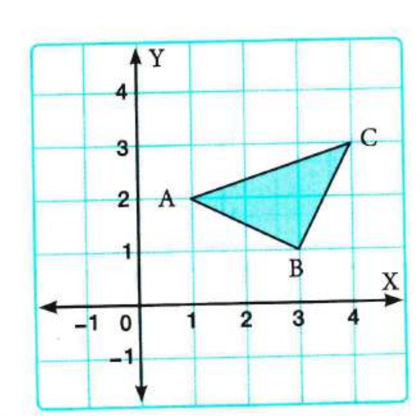
الدرس الرابع

س سؤال الدرس 4

1 المستطيل $A''B''C''D''$ صورة المستطل ABCD بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور y



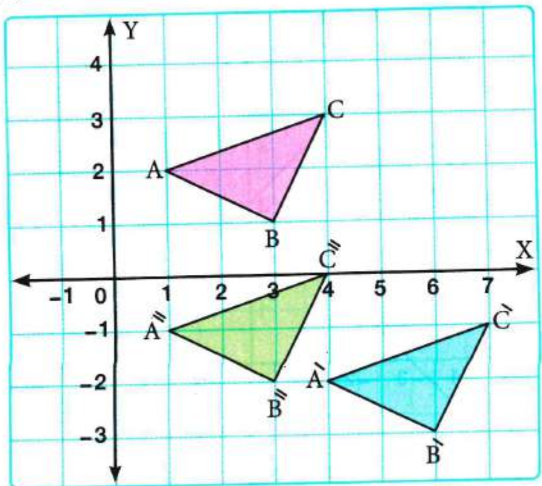
2



$A(1,2) \xrightarrow{\text{بانتقال } (3,-4)} A'(4,-2) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-3,1)} A''(1,-1)$

$B(3,1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (3,-4)} B'(6,-3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-3,1)} B''(3,-2)$

$C(4,3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (3,-4)} C'(7,-1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-3,1)} C''(4,0)$



المثلث $A''B''C''$ صورة المثلث ABC بالانتقال (3 , -4) متبوعًا بالانتقال (1 , 3-)

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

تدرب على الدرس 4

1

1 (9- , 2-)	2 (5- , 4-)	3 (3 , 2-)
4 (4 , 1-)	5 (7- , 5)	6 (4- , 6)
7 (4 , 2)	8 (5 , 3)	9 (7- , 0)
10 (5- , 0)	11 (0 , 6-)	12 (0 , 8-)
13 (4 , 3)	14 (5 , 3-)	15 (2 , 1-)
16 (7- , 4-)	17 (3- , 5)	18 (2 , 4)
19 (7 , 5)	20 (0 , 3-)	21 (4- , 6-)
22 (10 , 5)	23 (3- , 2)	24 (3 , 2-)
25 (2- , 9)	26 (5 , 0)	27 (2 , 4-)
28 (3 , 5)	29 دوران (°R(O , 180	
30 انتقال (5 , 1)	31 ΔBFO	

32 انعكاس فى محور Y يتبعه انعكاس فى محور X

2

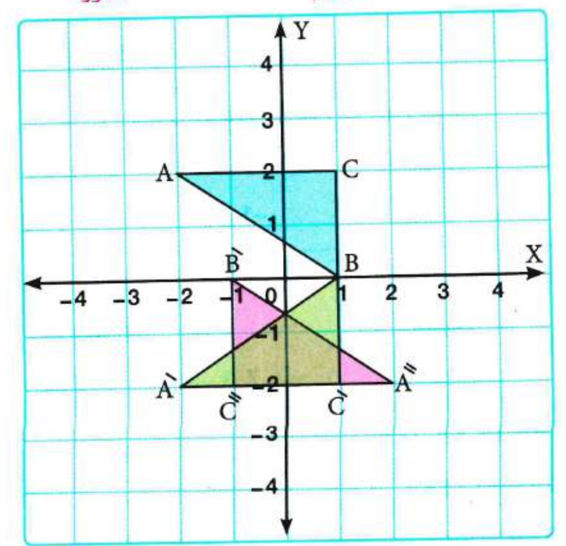
1 (3- , 8-)	2 (5- , 3)	3 (1- , 7)
4 (5- , 4)	5 (5- , 1)	6 (4- , 6-)
7 (8- , 3)	8 (5 , 4-)	9 (6 , 1)
10 (4- , 4-)		

3 1

$A(-2,2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } x} A'(-2,-2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } y} A''(2,-2)$

$B(1,0) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } x} B'(1,0) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } y} B''(-1,0)$

$C(1,2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } x} C'(1,-2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس فى محور } y} C''(-1,-2)$



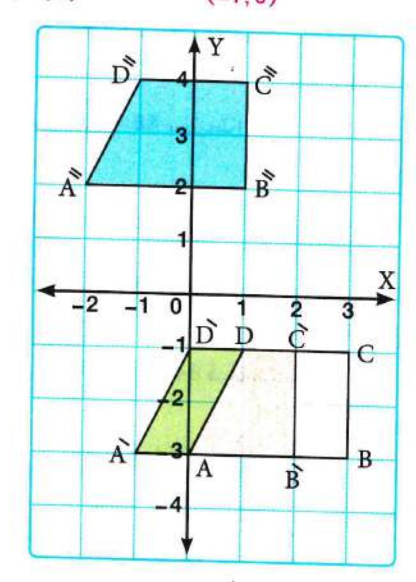
المثلث $A''B''C''$ صورة المثلث ABC بالانعكاس فى محور X متبوعًا بالانعكاس فى محور Y

2 $A(0,-3) \xrightarrow[(-1,0)]{\text{بالانتقال}} A'(-1,-3) \xrightarrow[(-1,5)]{\text{بالانتقال}} A''(-2,2)$

$B(3,-3) \xrightarrow[(-1,0)]{\text{بالانتقال}} B'(2,-3) \xrightarrow[(-1,5)]{\text{بالانتقال}} B''(1,2)$

$C(3,-1) \xrightarrow[(-1,0)]{\text{بالانتقال}} C'(2,-1) \xrightarrow[(-1,5)]{\text{بالانتقال}} C''(1,4)$

$D(1,-1) \xrightarrow[(-1,0)]{\text{بالانتقال}} D'(0,-1) \xrightarrow[(-1,5)]{\text{بالانتقال}} D''(-1,4)$



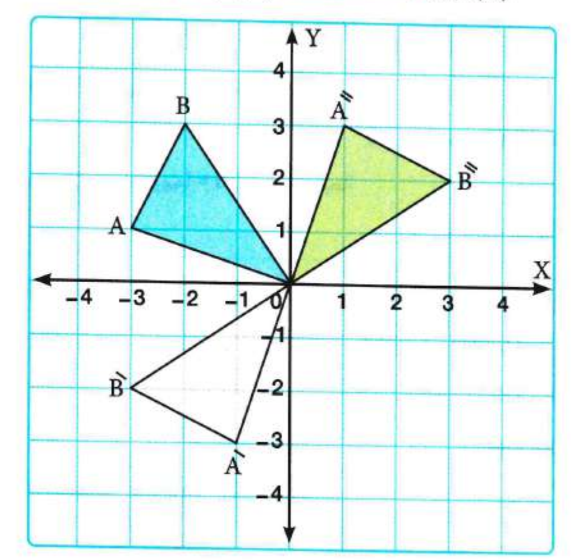
المضلع $A''B''C''D''$ صورة المضلع ABCD بالانتقال (0 , 1-)

متبوعًا بانتقال (5 , 1-)

3 $A(-3,1) \xrightarrow{R(o,90^\circ)} A'(-1,-3) \xrightarrow{R(o,-180^\circ)} A''(1,3)$

$B(-2,3) \xrightarrow{R(o,90^\circ)} B'(-3,-2) \xrightarrow{R(o,-180^\circ)} B''(3,2)$

$O(0,0) \xrightarrow{R(o,90^\circ)} O(0,0) \xrightarrow{R(o,-180^\circ)} O(0,0)$



المثلث $A''B''O$ صورة المثلث ABO بالدوران $R(0 , 90^\circ)$

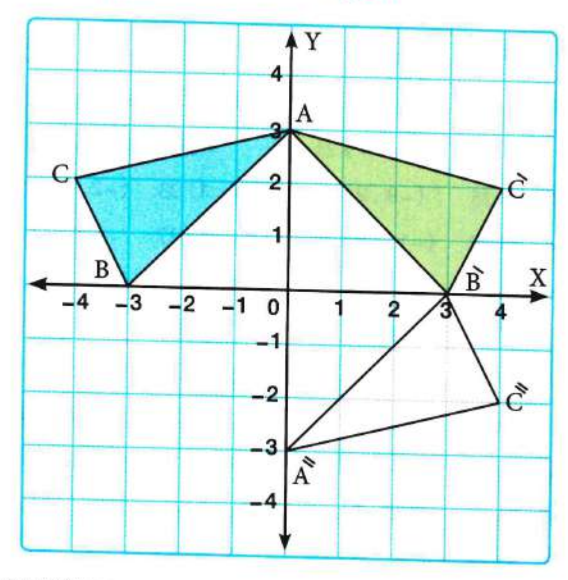
متبوعًا بالدوران $R(0 , -180^\circ)$

4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 $A(0,3) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس فى}} A'(0,3) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس فى}} A''(0,-3)$

$B(-3,0) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس فى}} B'(3,0) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس فى}} B''(3,0)$

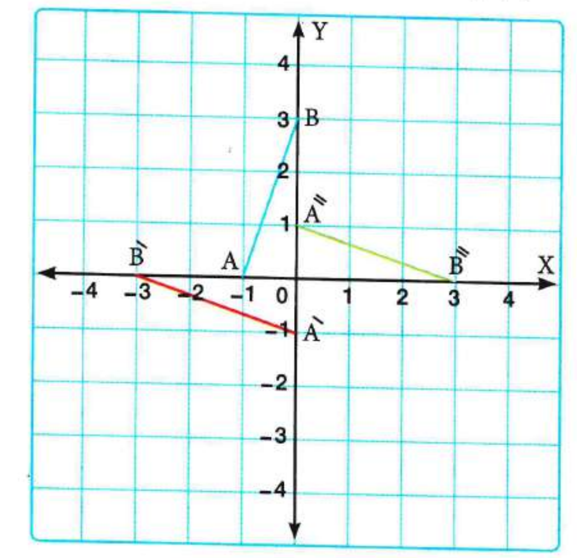
$C(-4,2) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس فى}} C'(4,2) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس فى}} C''(4,-2)$



6 ، 7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

8 $A(-1,0) \xrightarrow{R(o,90^\circ)} A'(0,-1) \xrightarrow{R(o,180^\circ)} A''(0,1)$

$B(0,3) \xrightarrow{R(o,90^\circ)} B'(-3,0) \xrightarrow{R(o,180^\circ)} B''(3,0)$



9 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

10 كل مـن أحمـد وخديجـة اتبـع الطريقـة الصحيحـة؛ لأن عمليـة تركيـب الانتقاليـن عمليـة إبداليـة.

تحد نفسك على الدرس 4

11 1 المربع HCEO 2 المثلث OFL 3 المربع BDOH

إجابة بنك أسئلة الوحدة الثالثة

• أولًا: قياس المفاهيم:

1

1 72	2 56	3 80	4 45
5 جميع ما سبق	6 100	7 16	8 300
9 100	10 68	11 9	12 8
13 80	14 24	15 $\frac{1}{2}x^2 - 2$	16 $2T^2$
17 جميع ما سبق	18 (3,5)	19 (7,4)	
20 بالانعكاس فى محور X		21 (−3 , −7)	
22 (−2 , −4)	23 (14 , 1)	24 (−9 , 2)	25 (−2 , 9)
26 (3 , 0)	27 (4 , −2)	28 (−1 , −5)	29 (−4 , 2)
30 (−5 , −6)	31 (1 , 2)	32 8	
33 3	34 9	35 360°	36 −7
37 (−3 , −8)	38 (1 , −2)	39 (4 , −3)	40 (−1 , 4)
41 (8 , 7)	42 (2 , −4)	43 (4 , −3)	44 (−4 , −5)
45 (−7 , −8)	46 (−1 , 3)	47 (5 , 1)	48 (5 , −1)
49 (−1 , −5)	50 (−5 , −2)	51 (−3 , 7)	52 (5 , 7)
53 (2 , −4)	54 (−3 , 1)	55 (5 , −4)	56 (7 , 8)
57 (−4 , 3)	58 دوران R (0 , 180°)		59 (2 ,17)
60 (7 , 4)	61 دوران R (0 , 90°) متبوعًا بانتقال (1 , 0)		
62 انعكاس فى محور X			

2

1 512 مترًا مربعًا.	2 42 بوصة مربعة.
3 800 قدمًا مربعة.	4 510 سنتيمترًا مربعًا.
5 64 سنتيمترًا مربعًا.	6 162 سنتيمترًا مربعًا.
7 95 سنتيمترًا مربعًا.	8 17 سم.
9 11 سم.	10 396
11 44 وحدة طول.	12 $8F^2$
13 (−2 , 9)	14 (−7 , 5)
15 (1 , 1)	16 (−2 , 5)
17 (8 , 4)	18 (9 , −1)
19 (−3 , −2)	20 (−8 , −1)
21 (−4 , 5)	22 (1 , −6)
23 (−3 , −4)	24 بالانعكاس فى محور X
25 بالانعكاس فى محور Y	
26 دوران R (0 , −90°) أو دوران R (0 , 270°)	
27 دوران R (0 , 90°) أو دوران R (0 , −270°)	
28 دوران R(0 , 180°)	29 بالانتقال (0 , 4)
30 (5 , −11)	31 11
32 10	33 (2 , −9)
34 (1 , −3)	35 (6 , −4)
36 (−3 , 4)	37 (−3 , −6)
38 (4 , 2)	39 (−6 , −10)
40 (1 , 2)	41 (−1 , −3)

• ثانيًا: تطبيق المفاهيم العلمية:

3 مساحة المربع = 162 سنتيمترًا مربعًا

(لأن: $A = \frac{1}{2} \times 18 \times 18 = 162$)

مساحة المعين = 56 سنتيمترًا مربعًا

(لأن: $A = \frac{1}{2} \times 14 \times 8 = 56$)

∴ مساحة المربع أكبر من مساحة المعين

4 مساحة المعين = 54 سنتيمترًا مربعًا

(لأن: $A = 9 \times 6 = 54$)

مساحة المستطيل = 48 سنتيمترًا مربعًا

(لأن: $A = 6 \times 8 = 48$)

∴ مساحة المعين أكبر من مساحة المستطيل

5 مساحة المربع = 72 قدمًا مربعة

(لأن: $A = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$)

مساحة متوازى الأضلاع = 84 قدمًا مربعة

(لأن: $A = 14 \times 6 = 84$)

مجموع مساحتيهما = 156 قدمًا مربعة

(لأن: $72 + 84 = 156$)

6 مساحة شبه المنحرف = 240 مترًا مربعًا

(لأن: $A = \frac{1}{2} \times (22 + 8) \times 16 = 240$)

مساحة المثلث = 210 مترًا مربعًا

(لأن: $A = \frac{1}{2} \times 30 \times 14 = 210$)

مجموع مساحتيهما = 450 مترًا مربعًا

(لأن: $240 + 210 = 450$)

7 مساحة شبه المنحرف = 60 بوصة مربعة

(لأن: $A = 15 \times 4 = 60$)

مساحة المعين = 24 بوصة مربعة

(لأن: $A = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$)

الفرق بين مساحتيهما = 36 بوصة مربعة

(لأن: $60 - 24 = 36$)

8 مساحة شبه المنحرف

$A = \frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$

$A = \frac{1}{2} \times (6 + 14) \times h = 130$

$10 \times h = 130$

$h = 130 \div 10$

∴ ارتفاع شبه المنحرف = 13 مترًا

9 مساحة شبه المنحرف

A = طول القاعدة المتوسطة × h

136 = 8 × طول القاعدة المتوسطة

17 = 8 ÷ 136 = طول القاعدة المتوسطة

طول القاعدة المتوسطة 17 مترًا

10 مساحة شبه المنحرف

$A = \frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$

$\frac{1}{2} \times (b_1 + 19) \times 6 = 90$

$3 \times (b_1 + 19) = 90$

$b_1 + 19 = 90 \div 3$

$b_1 = 30 - 19$

$b_1 = 11$

طول القاعدة الصغرى 11 بوصة.

---

11 مساحة المربع

$A = \frac{1}{2} d^2$

$\frac{1}{2} d^2 = 162$

$d^2 = 162 \times 2$

$d^2 = 324$

$d = 18$

طول القطر 18 قدمًا.

---

12 مساحة المعين

$A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$\frac{1}{2} \times 11 \times d_2 = 99$

$\frac{11}{2} d_2 = 99$

$d_2 = 99 \div \frac{11}{2}$

$d_2 = 18$

طول قطر المعين الآخر 18 وحدة طول.

---

13 مساحة المعين = 18 مترًا مربعًا

(لأن: $A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ، $A = \frac{1}{2} \times 4 \times 9 = 18$)

∵ مساحة المعين = مساحة المربع

مساحة المربع

$A = \frac{1}{2} d^2$

$\therefore \frac{1}{2} d^2 = 18$

$d^2 = 18 \times 2$

$d^2 = 36$

$\therefore d = 6$

طول قطر المربع 6 أمتار.

---

14 مساحة المربع = 288 بوصة مربعة

(لأن: $A = \frac{1}{2} d^2$ ، $A = \frac{1}{2} \times (24)^2 = 288$)

∵ مساحة المربع = مساحة المعين

مساحة المعين

$A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$\therefore \frac{1}{2} \times 10 \times d_2 = 288$

$5 d_2 = 288$

$d_2 = 288 \div 5$

$d_2 = 57.6$

طول القطر الآخر للمعين يساوى 57.6 بوصة.

---

15 نفرض أن طولى قاعدتيه $2k, 3k$

مساحة شبه المنحرف

$A = \frac{1}{2} \times (b_1 + b_2) \times h$

$\frac{1}{2} \times (2k + 3k) \times 14 = 210$

$7(5k) = 210$

$35k = 210 \Rightarrow k = 210 \div 35$

$k = 6$

طول القاعدة الصغرى = 12 مترًا

(لأن: $2k = 2(6) = 12$)

طول القاعدة الكبرى = 18 مترًا

(لأن: $3k = 3(6) = 18$)

---

16 مساحة المعين = 92 مترًا مربعًا

(لأن: $A = \frac{1}{2} d_1 \times d_2$ ، $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 23 = 92$)

∵ مساحة المعين = مساحة شبه المنحرف

بفرض أن القاعدة المتوسطة هى b

$\therefore b \times h = 92$

$b \times 4 = 92$

$b = 92 \div 4$

$b = 23$

∴ طول القاعدة المتوسطة يساوى 23 مترًا.

---

17 مساحة المستطيل = 60 مترًا مربعًا

(لأن: $A = 6 \times 10 = 60$)

مساحة شبه المنحرف = 34 مترًا مربعًا

(لأن: $A = \frac{1}{2} \times (7 + 10) \times 4 = 34$)

مساحة المنطقة المظللة =

مساحة المستطيل − مساحة شبه المنحرف = 26 مترًا مربعًا

(لأن: $60 - 34 = 26$)

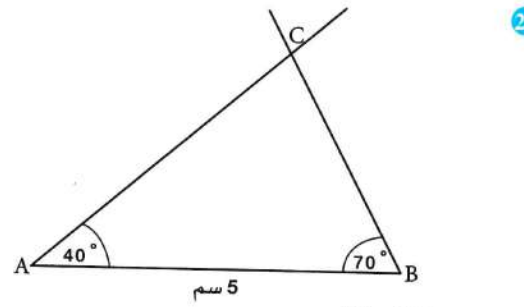
تكلفة طلاء الجزء المظلل = 2080 جنيهًا

(لأن: $26 \times 80 = 2080$)

• ثالثًا: التحليل وتكامل المواد:

من 18 إلى 21 راجع إجابتك فى (100 % إجابات)

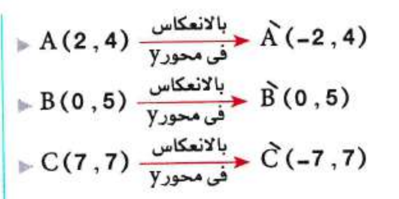
22

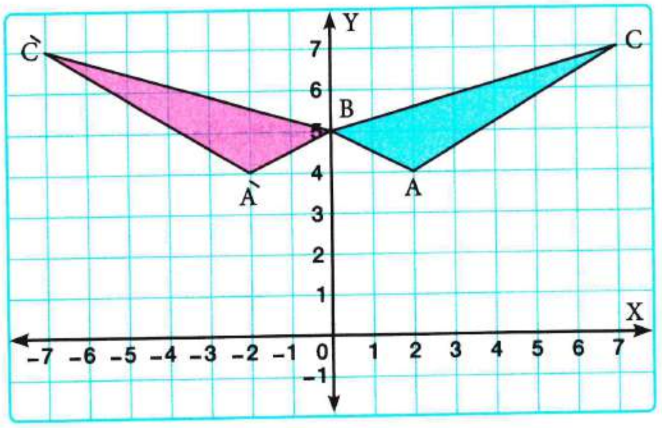


بالقياس $AB = AC$

∴ نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه متساوى الساقين.

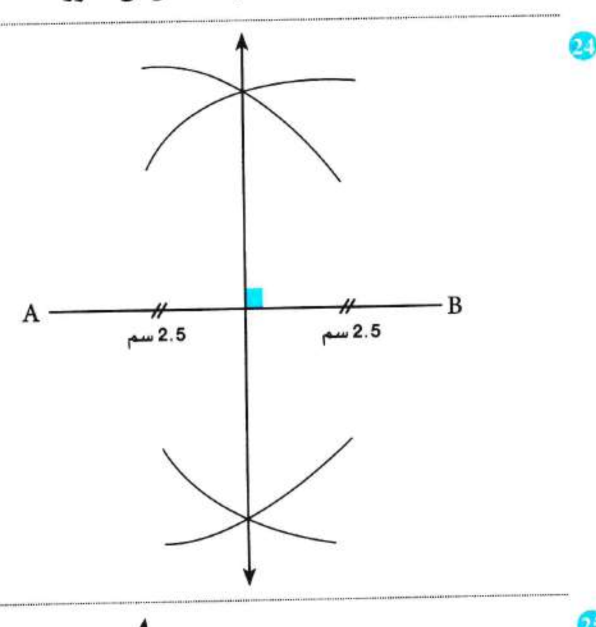
23



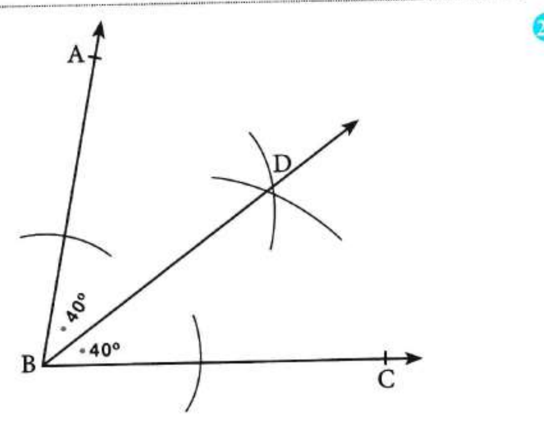


المثلث A` B` C` صورة المثلث ABC بالانعكاس في محور Y

24



25



اختبارات الأضواء على الوحدة الثالثة

إجابة اختبار الأضواء 1

1 1 60 2 (−7 , 5) 3 (−7 , 1)

2 1 (4 , 3) 2 10 3 (6 , −2)

3

$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$\therefore 200 = \frac{1}{2}(15 + 25) \times h$

$\therefore 20\,h = 200$ $\therefore h = 10$

∴ الارتفاع يساوي 10 أمتار.

4 بفرض أن مساحة المربع A_1

$\because A_1 = \frac{1}{2}d^2 = \frac{1}{2} \times 8^2 = 32$

أي أن: مساحة المربع = 32 سنتيمترًا مربعًا.

وبفرض أن مساحة المعين A_2

طول ضلع المعين = $\frac{\text{المحيط}}{4} = \frac{24}{4} = 6$ سم

∵ مساحة المعين = طول الضلع × الارتفاع

$\because A_2 = 6 \times 5 = 30$

أي أن: مساحة المعين = 30 سنتيمترًا مربعًا.

∴ مساحة المربع أكبر من مساحة المعين

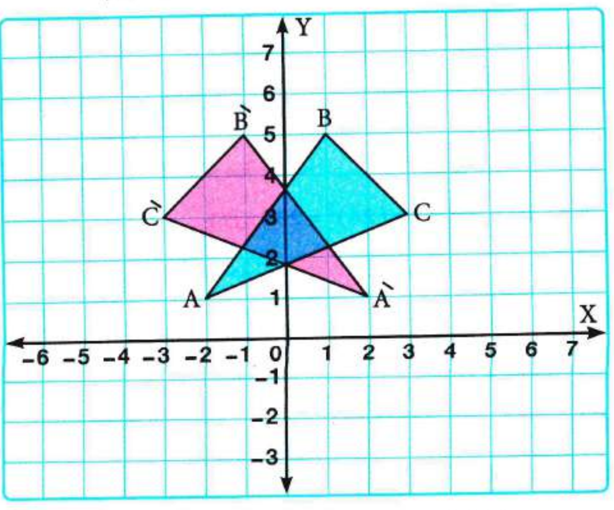
5 ، **6** راجع إجابتك في (100 % إجابات)

7

A (−2 , 1) $\xrightarrow[\text{في محور} y]{\text{بالانعكاس}}$ A` (2 , 1)

B (1 , 5) $\xrightarrow[\text{في محور} y]{\text{بالانعكاس}}$ B` (−1 , 5)

C (3 , 3) $\xrightarrow[\text{في محور} y]{\text{بالانعكاس}}$ C` (−3 , 3)



∴ المثلث A` B` C` هو صورة المثلث ABC بالانعكاس في محور Y

8 النموذج يتكون من 3 أشكال كل منها على شكل شبه منحرف.

∴ مساحة النموذج

$$A = \left[\frac{1}{2} \times (4+8) \times 2\right] + \left[\frac{1}{2} \times (4+8) \times 8\right] + \left[\frac{1}{2} \times (2+4) \times 2\right]$$

$$A = 66$$

مساحة الكرتون المستخدم لصنع النموذج 66 سنتيمترًا مربعًا.

إجابة اختبار الأضواء 2

1	1	8	2	$(-2,-2)$	3	$(3,-8)$
2	1	31.5	2	$(-1,-2)$	3	12

3

$$A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$$

$$280 = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times 10$$

$$b_1 + b_2 = 56$$

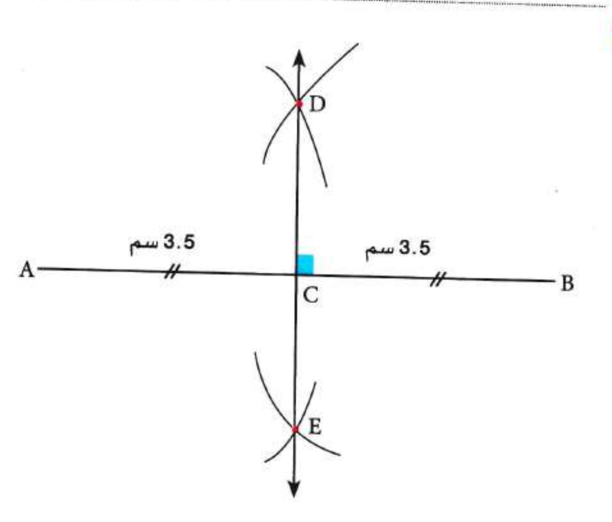
∵ النسبة بين طولى القاعدتين المتوازيتين 5 : 2

$\therefore 7x = 56$ $\quad$ $\therefore 2x + 5x = 54$

$\therefore x = 8$

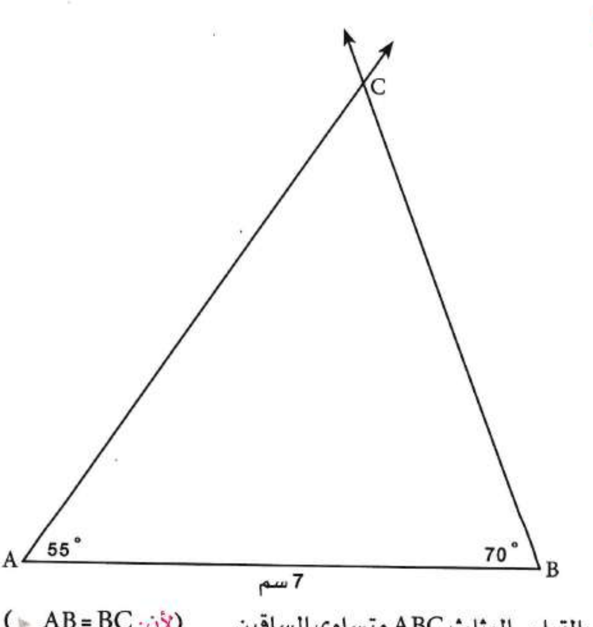
∴ طولا القاعدتين هما 16 سم ، 40 سم.

4



BC = 3.5 سم ، AC = 3.5 سم

5



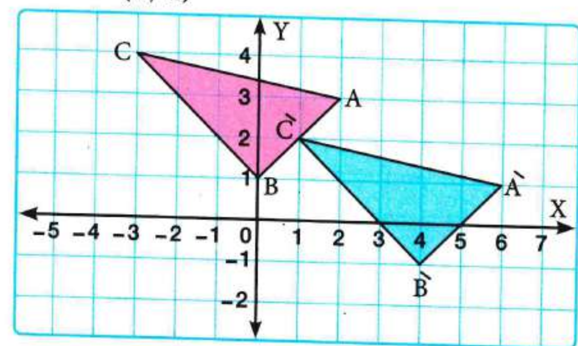
بالقياس المثلث ABC متساوى الساقين (لأن: AB = BC)

6

$A(2,3) \xrightarrow[(4,-2)]{\text{بالانتقال}} A'(6,1)$

$B(0,1) \xrightarrow[(4,-2)]{\text{بالانتقال}} B'(4,-1)$

$C(-3,4) \xrightarrow[(4,-2)]{\text{بالانتقال}} C'(1,2)$

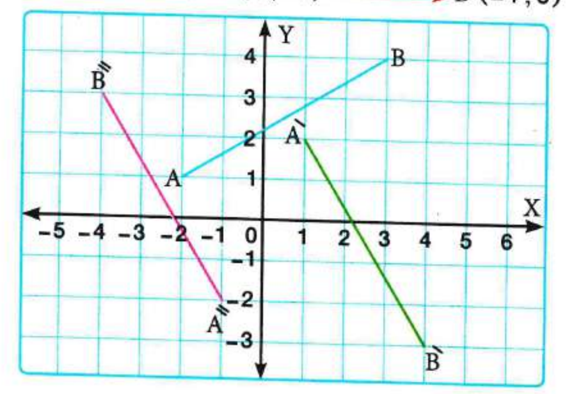


∴ المثلث $A'B'C'$ هو صورة المثلث ABC بانتقال $(4,-2)$

7

$A(-2,1) \xrightarrow{R(0,-90^\circ)} A'(1,2) \xrightarrow{R(0,180^\circ)} A''(-1,-2)$

$B(3,4) \xrightarrow{R(0,-90^\circ)} B'(4,-3) \xrightarrow{R(0,180^\circ)} B''(-4,3)$



∴ $\overline{A''B''}$ هى صورة $\overline{AB}$ بالدوران $R(0,-90^\circ)$

متبوعًا بالدوران $R(0,180^\circ)$

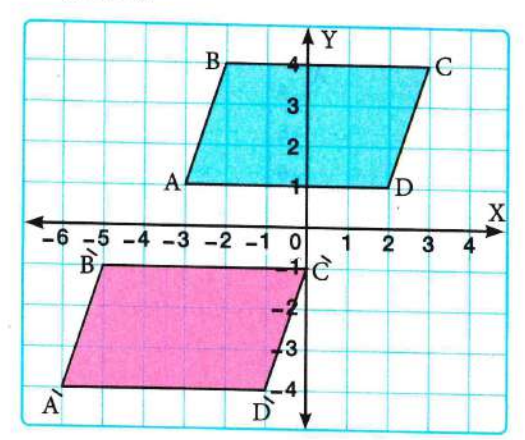
8

$A(-3,1) \xrightarrow[(-3,-5)]{\text{بالانتقال}} A'(-6,-4)$

$B(-2,4) \xrightarrow[(-3,-5)]{\text{بالانتقال}} B'(-5,-1)$

$C(3,4) \xrightarrow[(-3,-5)]{\text{بالانتقال}} C'(0,-1)$

$D(2,1) \xrightarrow[(-3,-5)]{\text{بالانتقال}} D'(-1,-4)$

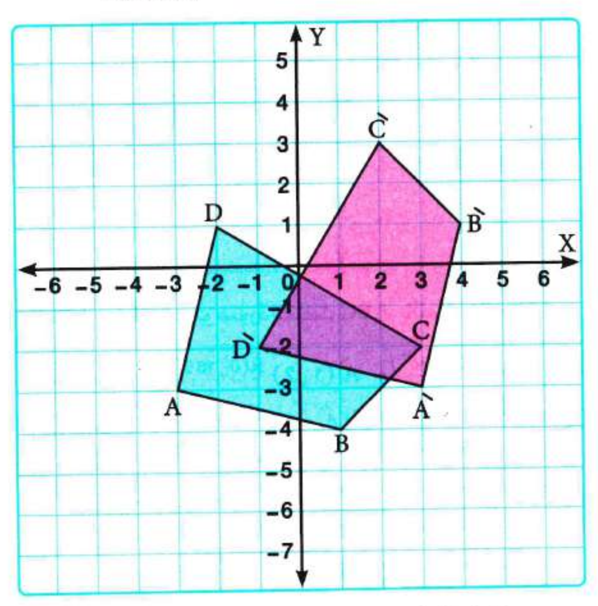


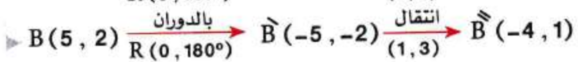
∴ متوازى الأضلاع $A'B'C'D'$ صورة متوازى الأضلاع ABCD

بالانتقال $(-3,-5)$

9

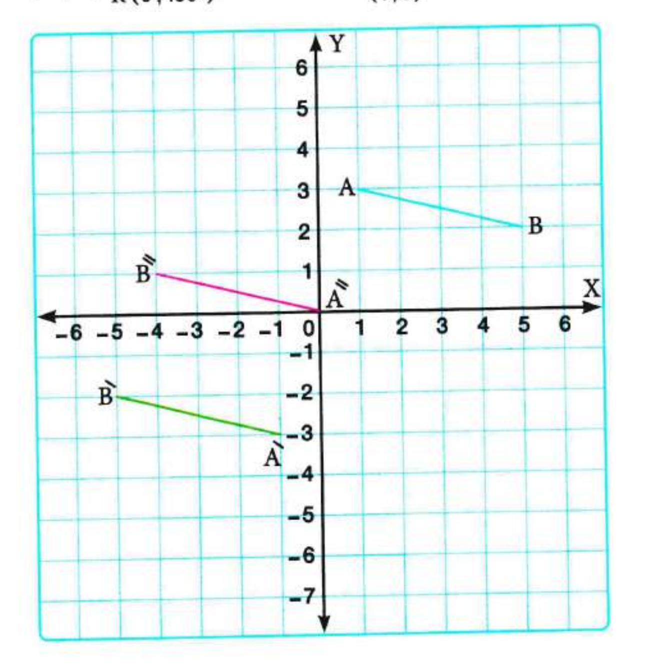
- $A(-3,-3) \xrightarrow[R(0,90^\circ)]{\text{بالدوران}} \grave{A}(3,-3)$
- $B(1,-4) \xrightarrow[R(0,90^\circ)]{\text{بالدوران}} \grave{B}(4,1)$
- $C(3,-2) \xrightarrow[R(0,90^\circ)]{\text{بالدوران}} \grave{C}(2,3)$
- $D(-2,1) \xrightarrow[R(0,90^\circ)]{\text{بالدوران}} \grave{D}(-1,-2)$




∴ المضلع $\grave{A}\grave{B}\grave{C}\grave{D}$ صورة المضلع ABCD بالدوران $R(0, 90^\circ)$

10

- $A(1,3) \xrightarrow[R(0,180^\circ)]{\text{بالدوران}} \grave{A}(-1,-3) \xrightarrow[(1,3)]{\text{بالانتقال}} \grave{\grave{A}}(0,0)$
- $B(5,2) \xrightarrow[R(0,180^\circ)]{\text{بالدوران}} \grave{B}(-5,-2) \xrightarrow[(1,3)]{\text{انتقال}} \grave{\grave{B}}(-4,1)$



الوحدة الرابعة

الدرس الأول

س سؤال الدرس 1

1

1 تجربة ليست عشوائية.

2 تجربة عشوائية

- $S=\{67, 69, 76, 79, 96, 97\}, n(S)=6$

3 تجربة ليست عشوائية.

4 تجربة عشوائية

- $S=\{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}, n(S)=7$

2

- $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(S)=6$

1 حدث بسيط
- $E=\{2\}, n(E)=1$

2 حدث ممكن
- $F=\{3, 6\}, n(F)=2$

3 حدث مؤكد
- $G=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(G)=6$

4 حدث مستحيل
- $H=\varnothing, n(H)=0$

3

- $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$n(S)=8$

1 A حدث ممكن
- $A=\{2, 4, 6, 8\}$

2 B حدث ممكن
- $B=\{2, 3, 5, 7\}$

3 C حدث ممكن
- $C=\{3, 6\}, n(C)=2$

4 D حدث بسيط
- $D=\{5\}$

5
- $\because 2x-1<1$

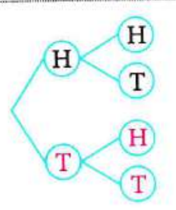
$\therefore \frac{2x}{2}<\frac{2}{2}$

$\therefore x<1$

لا توجد أعداد فى فضاء العينة تحقق المتباينة

فإن الحدث E مستحيلًا
- $E=\varnothing$

4



- $S=\{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}, n(S)=4$

1
- $A=\{(T,H), (T,T)\}, n(A)=2$

2
- $B=\{(H,T), (T,H)\}, n(B)=2$

3
- $C=\{(H,T), (T,H), (T,T)\}, n(C)=3$

4
- $D=\{(H,H), (T,T)\}, n(D)=2$

5

- $S=\{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$

1
- $A=\{8, 10, 12, 14, 16\}$

2
- $B=\{9, 12, 15\}$

3
- $C=\{9, 16\}$

تدرب على الدرس 1

1
1 ليست تجربة عشوائية
2 تجربة عشوائية
3 بسيطًا
4 ممكنًا
5 ممكنًا
6 مستحيلًا
7 مستحيلًا
8 $\{3, 4, 7, 8\}$
9 9
10 4
11 16
12 حدث ظهور عدد زوجي أولى

2
1 $\{7, 4, 2, 1\}$
2 3
3 6
4 4
5 8
6 36
7 12

3
1 تجربة عشوائية، وبفرض أن: بيضاء = W، صفراء = Y، حمراء = R، خضراء = G فإن:
$S = \{W, Y, R, G\}, n(S) = 4$

2 تجربة عشوائية
وحجر النرد منتظم ومسجل على أوجهه الستة الأرقام 3, 3, 2, 2, 1, 1
وفضاء العينة $S = \{1, 2, 3\}, n(S) = 3$

3 ليست تجربة عشوائية.
4 تجربة عشوائية
$S = \{20, 21, 22, 23, 24\}, n(S) = 5$

من 5 إلى 7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4
1 $S = \{(H, T), (T, H), (H, H), (T, T)\}$
$n(S) = 4$
2 $S = \{25, 52, 22, 55\}$
$n(S) = 4$

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 فضاء العينة هو: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
1 A حدث ممكن $A = \{1, 3, 5\}$
2 B حدث ممكن $B = \{3, 4, 5, 6\}$
3 C حدث ممكن $C = \{3, 5\}$
4 D حدث بسيط $D = \{5\}$
5 E حدث مؤكد $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$

من 6 إلى 10 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6
1 $A = \{13, 14, 15, \dots, 20\}$
2 $B = \{5, 10, 15, 20\}$
3 $C = \{7, 14\}$

من 4 إلى 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

7 فضاء العينة هو: $S = \{22, 24, 25, 42, 44, 45, 52, 54, 55\}$
1 $A = \{22, 24, 25, 42, 44, 45\}$

من 2 إلى 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

8 فضاء العينة هو:
$S = \{23, 27, 28, 32, 37, 38, 72, 73, 78, 82, 83, 87\}$
1 $A = \{23, 27, 37, 73, 83, 87\}$

من 2 إلى 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

9 بفرض أن: الكرات الحمراء = R_1, R_2, R_3, R_4
الكرات الخضراء = G_1, G_2
الكرات الصفراء = Y_1
$S = \{R_1, R_2, R_3, R_4, G_1, G_2, Y_1\}$
1 $A = \{G_1, G_2\}, n(A) = 2$
2 $B = \{G_1, G_2, R_1, R_2, R_3, R_4\}, n(B) = 6$
3 $C = \varnothing, n(C) = 0$
4 $D = \{G_1, G_2, Y_1\}, n(D) = 3$

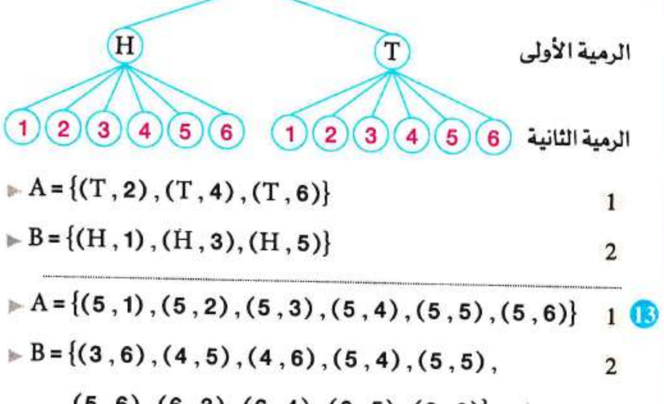
10 بفرض أن: صورة = H ، كتابة = T
$S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$
1 $A = \{(T, H), (T, T)\}$
2 $B = \{(H, T), (T, H)\}$

من 3 إلى 5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

11 بفرض أن: ولد = B ، بنت = G
$S = \{(B, B), (B, G), (G, B), (G, G)\}$
1 $A = \{(B, G), (G, B)\}$

من 2 إلى 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

12



1 $A = \{(T, 2), (T, 4), (T, 6)\}$
2 $B = \{(H, 1), (H, 3), (H, 5)\}$

13
1 $A = \{(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)\}$
2 $B = \{(3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

14 6 طرق





تحد نفسك على الدرس 1

15
A = {الأسكواش ، الكرة الطائرة ، التنس ، كرة القدم}
A = {الأسكواش ، التنس}

اختبر نفسك على الدرس 1

1 1 تجربة عشوائية — 2 مؤكدًا — 3 6
4 2 — 5 حدث ظهور عدد أكبر من 6

2 1 2 — 2 {ب ، أ ، ر ، ى ، س} — 3 36

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 فضاء العينة هو:

$S = \{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$

1 $A = \{(H,H),(T,H)\}$

2 $B = \{(H,H),(T,T)\}$

3 $C = \{(H,H)\}$

الدرس الثانى

س سؤال الدرس 2

1 1 نفرض أن: (بيضاء = W) ، (حمراء = R) ، (سوداء = B)

(أ) $P(W) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$

(ب) $P(\text{صفراء}) = \frac{0}{12} = 0$

(جـ) $P(R) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

(د) $P(\text{ليست } B) = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$

(هـ) $P(B \text{ أو } R) = \frac{5+4}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0.75$

2 $P(\text{ولدًا}) = \frac{22}{40} = \frac{11}{20}$

2 $P(\text{أحمر}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P(\text{أزرق}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P(\text{أخضر}) = \frac{1}{6}$

$P(\text{أصفر}) = \frac{1}{6}$

اللون	أحمر	أزرق	أخضر	أصفر
الاحتمال	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

3 1 $\because P(\text{سحب كرة حمراء}) = 0.4$

$\therefore P(\text{سحب كرة بيضاء}) = 1 - 0.4 = 0.6$

$\because P(\text{سحب كرة بيضاء}) = \frac{n(\text{سحب كرة بيضاء})}{n(S)}$

$\frac{6}{10} = \frac{15}{n(s)}$

$\therefore n(S) = \frac{15 \times 10}{6} = 25$

$\therefore x = 25 - 15 = 10$

عدد الكرات الحمراء = 10 كرات

2 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 1 الاحتمال التجريبى لتسجيل الرمية الحرة التالية = $\frac{13}{30}$

(لأن: $\frac{65}{150} = \frac{13}{30}$)

2 (أ) الاحتمال التجريبى لوقوع الدبوس على رأسه يساوى $\frac{2}{5}$

(لأن: $\frac{80}{200} = \frac{2}{5}$)

(ب) الاحتمال التجريبى لوقوع الدبوس على قاعدته يساوى $\frac{3}{5}$

(لأن: $\frac{120}{200} = \frac{3}{5}$)

3 العدد المتوقع للمصابين بهذا المرض = 1,800 شخص

(لأن: $0.06 \times 30,000 = 1,800$)

6 1 الاحتمال التجريبى لظهور عدد زوجى = $\frac{3}{5}$

(لأن: $\frac{30}{50} = \frac{3}{5}$)

الاحتمال النظرى لظهور رقم أقل من 5 يساوى $\frac{3}{8}$

2 (أ) $\frac{15+17+19}{100} = \frac{51}{100} = 0.51$

(ب) $\frac{15+18+17+16+19}{100} = \frac{85}{100} = 0.85$

(جـ) $P(\text{ليس } 6) = \frac{5}{6}$

(د) عدد المرات المتوقع أن يظهر العدد 3 يساوى 34 مرة.

(لأن: $\frac{17}{100} \times 200 = 34$)

تدرب على الدرس 2

1 1 $\frac{\text{عدد نواتج الحدث } A}{\text{العدد الكلى للنواتج}}$ — 2 1 — 3 0

4 جميع ما سبق — 5 0.5 — 6 1

7 80% — 8 $\frac{4}{5}$ — 9 $\frac{5}{4}$

10 0 — 11 50% — 12 $\frac{1}{5}$

13 6 — 14 1 — 15 1

16 0.4 — 17 $\frac{8}{10}$ — 18 $\frac{7}{9}$

19 0.31 — 20 0.54

2 ، 3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4 مجموع الكرات = 7 حمراء + 3 بيضاء + 5 سوداء = 15 كرة

1 $P(R) = \frac{7}{15}$

2 $P(W) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

3 $P(B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

4 (خضراء = G) $P(G) = \frac{0}{15} = 0$

5 $P(\text{ليست } R) = \frac{5+3}{15} = \frac{8}{15}$

6 $P(R \text{ أو } W) = \frac{7+3}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

7 $P(R \text{ أو } W \text{ أو } B) = \frac{7+3+5}{15} = 1$

8 $P(\text{صفراء}) = 0$

من 5 إلى 7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

8 العدد الكلى

10 = 4 + 1 + 2 + 3

4 ⇓ اجتماعى (A) — 1 ⇓ رعب (B) — 2 ⇓ كارتون — 3 ⇓ كوميدى (C)

1 $P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

2 $P(B) = \frac{1}{10}$

3 $P(A \text{ أو } C) = \frac{3+4}{10} = \frac{7}{10}$

4 $P(\text{ليست } C) = \frac{2+1+4}{10} = \frac{7}{10}$

9

1. $P(A)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$
2. $P(B)=\frac{5}{12}$
3. $P(C)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$
4. $P(D)=0$

10

1. $P(2)=\frac{3}{8}$
2. $P(5)=\frac{1}{8}$
3. $P(9)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$
4. $P(0)=\frac{1}{8}$
5. $P(7)=\frac{0}{8}=0$

11 نفرض أن: (A) حدث أن يكون مجموع رقمى العدد المختار زوجيًا

$A=\{31, 19, 17, 13\}$

$P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

12 نفرض أن: A طالب من الإسكندرية

M طالب من المنيا

B طالب من بورسعيد

C طالب من الجيزة

مجموع الطلاب = 10 + 14 + 16 = 40

1. $P(M)=\frac{14}{40}=\frac{7}{20}$
2. $P(B)=\frac{16}{40}=\frac{2}{5}$
3. $P(C)=\frac{0}{40}=0$
4. $P(M$ أو $A)=\frac{14+10}{40}=\frac{3}{5}$

13 مجموع الكتب = 12 + 8 + 10 = 30

(A) لاختيار رواية

$P(A)=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$

14

$S=\{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$

1. $P(A)=\frac{1}{4}$
2. $P(B)=\frac{3}{4}$
3. $P(C)=\frac{3}{4}$
4. $P(D)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$
5. $P(E)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

15

$S=\{29, 28, 92, 98, 82, 89\}$

1. $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
2. $P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
3. $P(C)=\frac{0}{6}=0$

16

$S=\{45, 47, 54, 57, 74, 75\}$

1. $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
2. $P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
3. $P(C)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
4. $P(D)=\frac{0}{6}=0$

من **17** إلى **19** راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

20 احتمال أن يصيب اللاعب الأول الهدف = $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

احتمال أن يصيب اللاعب الثانى الهدف = $\frac{9}{20}$

$\because \frac{2}{5}=\frac{8}{20}$

$\therefore \frac{2}{5}<\frac{9}{20}$

المدرب لابد أن يختار اللاعب الثانى، لأن احتمال إحرازه للنقاط أكبر.

21

1. $P(A)=\frac{200}{1000}=\frac{1}{5}$
2. $P(B)=\frac{750}{1000}=\frac{3}{4}$
3. $P(C)=\frac{450}{1000}=\frac{9}{20}$

22

1. $P(A)=\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$
2. $P(B)=\frac{23}{30}$
3. $P(C)=\frac{17}{30}$

23 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

تحد نفسك على الدرس 2

24

$\because P(H)=\frac{1}{4}P(T)$

$, P(H)+P(T)=1$

$\therefore \frac{1}{4}P(T)+P(T)=1$

$, \frac{5}{4}P(T)=1$

$\therefore P(T)=\frac{4}{5}$ ، $P(H)=\frac{1}{5}$

25

$S=\{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$

★ نفرض أن: A هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 7

$A=\{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98\}$

1. $P(A)=\frac{14}{100}=\frac{7}{50}$

★ نفرض أن: B هو حدث ظهور عدد أولى

$B=\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97\}$

2. $P(B)=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$

3. نفرض أن C هو حدث ظهور عدد مربع كامل

$C=\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$

$P(C)=\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$

4. نفرض أن D هو حدث ظهور عدد مكعب كامل يقبل القسمة على 3

$D=\{27\}$

$P(D)=\frac{1}{100}$

إجابة بنك الأسئلة على الوحدة الرابعة

• أولًا: قياس المفاهيم:

1
1 مجموعة جزئية من
2 عنصر واحد
3 $<$
4 $\frac{1}{6}$
5 $\frac{1}{3}$
6 50%

من 7 إلى 14 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2
1 ليست عشوائية
2 عنصر واحد فقط
3 لابد أن يقع دائمًا
4 لا يمكن وقوعه
5 $S = \{T, H\}$
6 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
7 $S = \{$ هزيمة L ، تعادل D ، فوز W $\}$
8 $S = \{$ ولد B ، بنت G $\}$
9 بفرض أن: (ولد = B) و (بنت = G)

$S = \{(G, G), (G, B), (B, G), (B, B)\}$

10 8
11 36
12 1
13 0
14 $\frac{1}{2}$ أو 0.5
15 احتمال وقوع الحدث A أو P (A)
16 $\frac{7}{40}$

من 17 إلى 23 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

• ثانيًا: تطبيق المفاهيم العلمية:

3

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$n(S) = 8$

1 $A = \{1, 3, 5, 7\}$

$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

2 $B = \{6, 7, 8\}$

$P(B) = \frac{3}{8}$

3 $C = \{3, 6\}$

$P(C) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

4 $D = \{1, 4\}$

$P(D) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

5 $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$P(E) = \frac{8}{8} = 1$

6 $F = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$P(F) = \frac{7}{8}$

7 $G = \{1, 2, 3\}$

$P(G) = \frac{3}{8}$

8 $P(H) = 0$

4

1 $P(A) = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$

2 $P(B) = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

3 $P(B$ ليست$) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

من 5 إلى 10 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

11

1 $P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

2 $P(B) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

3 $P(C) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

4 $P(D) = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$

5 $P(E) = \frac{4 + 10}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

6 $P(F) = 0$

12 عدد الأقلام = 8 + 5 + 2 = 15 قلمًا.

(لأن: $8 + 5 + 2 = 15$)

1 $P(A) = \frac{8}{15}$

2 $P(B) = \frac{13}{15}$

3 $P(C) = 0$

13 عدد الكرات الخضراء = 9

∵ احتمال سحب كرة بيضاء = $\frac{2}{5}$

∴ احتمال سحب كرة خضراء = $\frac{3}{5}$ (لأن: $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$)

عدد الكرات الكلى = عدد الكرات الخضراء ÷ احتمال سحب الكرة الخضراء

$9 \div \frac{3}{5} = 15$

عدد الكرات البيضاء يساوى

$15 - 9 = 6$ كرات

• ثالثًا: التحليل وتكامل المواد:

14، **15** راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

16

1 $P(H) = \frac{44}{80} = \frac{11}{20}$

2 $P(T) = \frac{36}{80} = \frac{9}{20}$

17

$P(A) = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

اختبارات الأضواء على الوحدة الرابعة

إجابة اختبار الأضواء 1

1
1 تجربة عشوائية 2 ممكن 3 $\frac{1}{6}$
4 1 5 $\frac{4}{9}$

2
1 0 2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

3 $S=\{2,3,4,5,\ldots,11\}$

1 حدث ممكن $A=\{3,5,7,9,11\}$
2 حدث مؤكد $B=\{2,3,4,\ldots,11\}=S$
3 حدث ممكن $C=\{4,3,2\}$
4 حدث بسيط $D=\{6\}$
5 حدث مستحيل $E=\varnothing$
6 حدث ممكن $F=\{4,9\}$

4 ، **5** راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6 $P(A)=\frac{20}{80}=\frac{1}{4}$

إجابة اختبار الأضواء 2

1
1 مستحيلًا 2 تجربة ليست عشوائية
3 $\frac{2}{3}$ 4 14% 5 32

2
1 1 2 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
3 {ب ، و ، ر ، س ، ع ، ى ، د}

3
1 $A=\{(1,2),(2,1),(2,4),(4,2),(3,6),(6,3)\}$ ، (A) حدث ممكن
2 (B) حدث مستحيل $B=\varnothing$
3 (C) حدث بسيط $C=\{(6,6)\}$

4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

1 $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
2 $P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
3 $P(C)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
4 $P(D)=\frac{6}{6}=1$
5 $P(E)=\frac{1}{6}$

6 $P(A)=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$

التقييم النهائى

إجابة تقييم نهائى 1

المجموعة الأولى:

1 6 2 <-3 3 68
4 -3 5 $(-1,1)$ 6 -3
7 -6 8 $(-1,6)$ 9 7

المجموعة الثانية:

1 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

2 $\sqrt{\frac{49}{25}}+\sqrt[3]{\frac{27}{125}}-1=\frac{7}{5}+\frac{3}{5}-1=2-1=1$

3
$$\begin{array}{r|l} & x-5 \\ \hline x+4 & x^2 - x - 20 \\ & \ominus x^2 \ominus + 4x \\ \hline & -5x - 20 \\ & \oplus -5x \oplus - 20 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة هو $(x-5)$

4 $(3n-2)^2-(3n+2)(3n-2)$
$=9n^2-12n+4-9n^2+4=-12n+8$
عند $n=-2$
$=-12(-2)+8=32$

5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6 $\because 5x+1\leq 16$
$\therefore 5x\leq 15$
$\therefore x\leq 3$
$\therefore$ مجموعة الحل فى $N=\{0,1,2,3\}$

7 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

إجابة تقييم نهائى 2

المجموعة الأولى:

1 -64 2 7.3×10^7 3 70
4 5^3 5 $-4abc$ 6 32
7 10 8 $(-4,-3)$
9 ليست تجربة عشوائية

المجموعة الثانية:

1 $\frac{a^2\times a^5}{a^4\times a^6}=\frac{a^7}{a^{10}}=a^{-3}=\frac{1}{a^3}$
عندما $a=-2$
$\frac{1}{a^3}=\frac{1}{(-2)^3}=\frac{-1}{8}$

2

$\because 2x - 3 \le 5x + 12$

$\therefore 2x - 5x \le 12 + 3$

$\therefore -3x \le 15$

$\therefore x \ge -5$

∴ مجموعة الحل فى $Z = \{-5, -4, -3, \dots\}$

3 مساحة الجزء المظلل =

مساحة المستطيل الكبير – مساحة المستطيل الصغير

$A = 3x(2x^2 + 4x - 1) - 2x(2x + 5)$

$= 6x^3 + 12x^2 - 3x - 4x^2 - 10x$

$= 6x^3 + 8x^2 - 13x$

من 4 إلى 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

7 احتمال سحب عدد يقبل القسمة على 5 هو $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

إجابة تقييم نهائى 3

المجموعة الأولى:

1 5^{x-1}	2 $x \ge 3$	3 $(-2, 9)$
4 $\left(\frac{1}{3}\right)^4$	5 12	6 4
7 $(-2, 0)$	8 6	9 الأول

المجموعة الثانية:

1 $\left(\frac{3^7 \times 3^{-3}}{3^3}\right)^{-1} = \left(\frac{3^7}{3^3 \times 3^3}\right)^{-1} = (3)^{-1} = \frac{1}{3}$

2 $4x + 5 \ge 1$

$4x \ge 1 - 5$

$4x \ge -4$

$x \ge -4 \div 4$

$x \ge -1$

∴ مجموعة الحل فى $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

3 عدد فصول المدرسة:

$(15x^4 + 25x^3 + 10x^2) \div 5x^2$

$= 3x^2 + 5x + 2$

من 4 إلى 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

7 احتمال سحب كرة حمراء = $\frac{3}{5}$

(لأن: $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$)

∵ احتمال سحب كرة حمراء = $\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلى}}$

نفرض أن x عدد الكرات الحمراء

$\therefore \frac{x}{30} = \frac{3}{5}$

$\therefore x = 18$

∴ عدد الكرات الحمراء = 18 كرة

إجابة تقييم نهائى 4

المجموعة الأولى:

1 a^3	2 2.9×10^{-7}	3 $\frac{2}{3}$
4 1	5 x^2	6 54
7 100	8 $(3, -5)$	9 $(-3, 2)$

المجموعة الثانية:

1 $\sqrt{\frac{144}{49}} \times \sqrt[3]{\frac{27}{216}} \times \left(\frac{-3}{7}\right)^{-1}$

$= \frac{12}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{-7}{3} = \frac{-12}{6} = -2$

2 $3x + 2 > 7$

$3x > 7 - 2$

$3x > 5$

$x > \frac{5}{3}$

∴ مجموعة الحل فى $Z = \{2, 3, 4, 5, \dots\}$

3 $(5x - 7)^2 = 25x^2 - 70x + 49$

4 $\frac{2x(4x^2 - 6x - 10)}{4x} = \frac{8x^3 - 12x^2 - 20x}{4x}$

$= 2x^2 - 3x - 5$

القيمة العددية عندما: $x = -1$

$= 2(-1)^2 - 3(-1) - 5 = 0$

5 ، 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

7 $S = \{33, 34, 37, 43, 44, 47, 73, 74, 77\}$

$n(S) = 9$

$A = \{34, 43, 47, 74\}, n(A) = 4$

$P(A) = \frac{4}{9}$

إجابة تقييم نهائى 5

المجموعة الأولى:

1 3^{a+1}	2 4	3 4
4 44	5 $(4, 6)$	6 3
7 $4k^2$	8 $(-2, 7)$	9 $\frac{13}{15}$

المجموعة الثانية:

1 $= 6x^4 + 4x^2 + 2$

2 $(6.4 \times 10^5) + (10.8 \times 10^4)$

$= (64 \times 10^4) + (10.8 \times 10^4)$

$= 74.8 \times 10^4 = 7.48 \times 10^5$

3 $3x(2x - 1) - 2x(3x + 5)$

$= 6x^2 - 3x - 6x^2 - 10x = -13x$

عند $x = 1$

$-13x = -13(1) = -13$

4

$\because 1 - 2x \geq 7$

$\therefore -2x \geq 7 - 1$

$\therefore -2x \geq 6$

$\therefore x \leq -3$

∴ مجموعة الحل فى $N = \varnothing$

5 ، 6 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

7

الرمية الثانية	الرمية الأولى
H	H
T	H
H	T
T	T

$S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$

$n(S) = 4$

احتمال ظهور صورة فى الرميتين $= \frac{1}{4}$

إجابة تقييم نهائى 6

المجموعة الأولى:

1 $\frac{1}{6}$	2 $\frac{3}{7}$	3 18
4 2.9×10^6	5 $5a^6b^4$	6 $(8, -3)$
7 2	8 $(-4, 2)$	9 28

المجموعة الثانية:

1

2 $\frac{5}{7} - \frac{5}{7} + 1 = 1$

3 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

4 $(a+b)^2 + (2a - b)(3a - 4b)$

$= a^2 + 2ab + b^2 + 6a^2 - 8ab - 3ab + 4b^2$

$= 7a^2 - 9ab + 5b^2$

5 عدد الكرات $= 3 + 7 + 5 = 15$

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء

$\frac{7+5}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

6 ، 7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

إجابة تقييم نهائى 7

المجموعة الأولى:

1 1	2 16	3 $6a^5b^5$
4 28	5 $(2, 9)$	6 $(4, -1)$
7 a^2	8 3×2^{10}	9 12

المجموعة الثانية:

1 $5a^6b^4$

2 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

3 $16a^{-3} + b^3 + c^2$

$= 16(2)^{-3} + (-3)^3 + (5)^2$

$= 16\left(\frac{1}{8}\right) - 27 + 25$

$= 2 - 27 + 25 = 0$

من 4 إلى 7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

إجابة تقييم نهائى 8

المجموعة الأولى:

1 0	2 5^{-4}	3 0
4 $(4, -6)$	5 $(9, 1)$	6 10
7 7.7×10^{-5}	8 72	9 a^{14}

المجموعة الثانية:

1 $\frac{7^8 \times 7^3 \times 7}{7^{10}} = 7^{8+3+1-10} = 7^2 = 49$

2 حدث أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا يقبل القسمة على 3

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

احتمال أن تحمل البطاقة عددًا يقبل القسمة على 3

$P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

3 ، 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5 مساحة المربع



$A = \frac{1}{2} \times 14 \times 14$

$A = 98$

مساحة المربع = 98 بوصة مربعة

مساحة المعين

$A = \frac{1}{2} \times 10 \times 8$

$A = 40$

مساحة المعين = 40 بوصة مربعة

∴ مساحة المربع أكبر من مساحة المعين

6 ، 7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

إجابة تقييم نهائى 9

المجموعة الأولى:

1 1	2 1	3 $2x - 3$
4 $(-3, 7)$	5 $R(o, -90°)$	6 16
7 15	8 2	9 2^{31}

المجموعة الثانية:

1 $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

$= \frac{9}{4} + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} = 6$

2 $1 - 2x \geq 5$

$-2x \geq 5 - 1$

$-2x \geq 4$

$x \leq -2$

∴ مجموعة الحل فى $Z = \{-2 , -3 , -4 , ...\}$

من 3 إلى 5 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

6 عدد الأفلام = 5 + 2 + 4 = 11

احتمال أن يكون الفيلم المختار فيلم رعب

$P(A) = \frac{4}{11}$

7 خارج القسمة:

$= -4\,ab + 2\,a - 1$

القيمة العددية عند: $a = 1$ ، $b = (-1)$

$= -4\,(1)\,(-1) + 2\,(1) - 1$

$= 4 + 2 - 1 = 5$

إجابة تقييم نهائى 10

المجموعة الأولى:

1 9	2 7.7×10^7	3 5
4 $-20\,a^8$	5 2^{y+1}	6 70
7 $(-3 , 4)$	8 $(2 , -5)$	9 20%

المجموعة الثانية:

1 $\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3} = \frac{a^4 \times a^6}{[(-a)^5] \times [-(a)^3]} = \frac{a^{4+6}}{a^{5+3}} = \frac{a^{10}}{a^8} = a^2$

عند $a = 2$

$a^2 = (2)^2 = 4$

2 **راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)**

3 $2\,(2x + 3) \leq 5x + 2$

$4x + 6 \leq 5x + 2$

$4x - 5x \leq 2 - 6$

$-x \leq -4$

$x \geq 4$

∴ مجموعة حل المتباينة فى $Z = \{4 , 5 , 6 , ...\}$

من 4 إلى 7 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

إجابة تقييم نهائى 11

المجموعة الأولى:

1 a^8	2 2.01×10^{-5}	3 $x \geq 15$
4 $\frac{1}{m^{-2}}$	5 15	6 8
7 $(4 , 0)$	8 $(-3 , -5)$	9 75%

المجموعة الثانية:

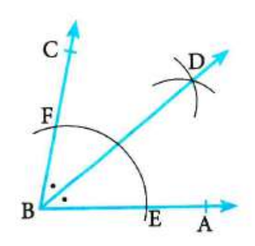
1 $\frac{2^{-1} \times 5^3 \times 10^5}{2 \times 10^3 \times 5^4} = 2^{-1-1} \times 10^{5-3} \times 5^{3-4}$

$= 2^{-2} \times 10^2 \times 5^{-1}$

$= \frac{10^2}{2^2 \times 5^1} = \frac{100}{4 \times 5} = 5$

من 2 إلى 4 راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)

5

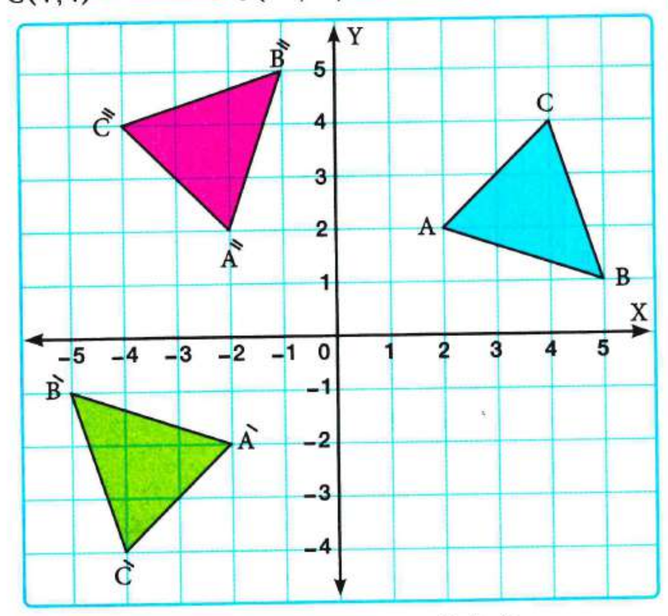


بالقياس نجد أن: $m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$

6 $A(2 , 2) \xrightarrow{R(o , 180°)} A'(-2 , -2) \xrightarrow{R(o , -90°)} A''(-2 , 2)$

$B(5 , 1) \xrightarrow{R(o , 180°)} B'(-5 , -1) \xrightarrow{R(o , -90°)} B''(-1 , 5)$

$C(4 , 4) \xrightarrow{R(o , 180°)} C'(-4 , -4) \xrightarrow{R(o , -90°)} C''(-4 , 4)$



∴ المثلث $A''B''C''$ هو صورة المثلث ABC بالدوران $R(o , 180°)$

متبوعًا بالدوران $R(o , -90°)$

7 $S = \{(H , H) , (H , T) , (T , H) , (T , T)\}$

احتمال ظهور صورة واحدة على الأكثر = $\frac{3}{4}$

من إجابة تقييم نهائى 12 إلى إجابة تقييم نهائى 14

راجع إجابتك فى (% 100 إجابات)